



Modèles d'endommagement et de rupture des matériaux biologiques

Géraldine Jundt

► To cite this version:

Géraldine Jundt. Modèles d'endommagement et de rupture des matériaux biologiques. Sciences du Vivant [q-bio]. Université de la Méditerranée - Aix-Marseille II, 2007. Français. NNT: . tel-00544861

HAL Id: tel-00544861

<https://theses.hal.science/tel-00544861>

Submitted on 15 Dec 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE
pour l'obtention du grade de
Docteur de l'Université de la Méditerranée

Spécialité : MECANIQUE
Option : Mécanique des Solides

Géraldine JUNDT

présentée et soutenue publiquement le 05 juillet 2007

**Modèles d'endommagement et de rupture des
matériaux biologiques**

Directeurs de thèse :

Christian BRUNET
Patrick CHABRAND

JURY :

Khemais SAANOUNI
Jean-Philippe PONTHOT
Eric MARKIEWICZ
Pierre-Jean ARNOUX
Kambiz KAYVANTASH

Rapporteur
Rapporteur
Président du Jury

Remerciements

Ce travail de recherche est co-financé par l'Institut de Recherche sur les Transports et leur Sécurité et la Région PACA avec Altair Development France (anciennement MECALOG) comme partenaire industriel. Cette thèse a été réalisée au Laboratoire de Biomécanique Appliquée, unité mixte de recherche de l'INRETS et de l'Université de la Méditerranée.

J'exprime toute ma gratitude à mes directeurs de thèse : le Professeur Christian Brunet pour la confiance qu'il m'a accordé ainsi que pour son expertise de l'Anatomie et de ses implications mécaniques dont il a su me faire profiter ; et le Professeur Patrick Chabrand pour m'avoir guidée et conseillée dans mes choix scientifiques.

Je souhaite remercier tous les membres de mon jury : Khemais Saanouni et Jean-Philippe Ponthot pour avoir accepté d'apporter leur expertise à mes travaux de recherche et pour l'intérêt qu'ils y ont manifesté ; Eric Markiewicz pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse. Mais également Kambiz Kayvantash pour m'avoir fait partager sa conception de la biomécanique, pour ses précieux conseils quant à l'adaptation de la loi à un code de calcul dynamique et pour avoir participé au jury.

Ma plus grande reconnaissance va à Pierre-Jean Arnoux qui m'a fait profiter de ses compétences et de son expérience dans les domaines de la mécanique, de la biomécanique et de la mécanique. Mais aussi et surtout pour son encadrement discret et efficace et pour son soutien dans les moments parfois plus difficiles. A Pierre-Jean vient s'ajouter toute l'équipe des chercheurs du LBA : Catherine Masson pour ses connaissances des essais expérimentaux, Lionel Thollon et Michel Behr qui m'ont beaucoup aidée par leurs connaissances de la modélisation numérique et du logiciel Radioss, Thierry Serre, « M HUMOS » du laboratoire qui a toujours trouvé des réponses à mes questions que ce soit dans le domaine de l'informatique ou de sa connaissance des modèles virtuels de corps humains.

Merci à Michel Jean qui a su poser les bonnes questions au début de ma thèse pour m'aider à bien définir mes objectifs.

Je ne peux oublier David Garcia avec qui j'ai longuement pu deviser sur les lois pour décrire le comportement de l'os et de l'adaptation de son modèle à mon projet de recherche.

Un grand merci à Max Py et Christophe Régnier pour leur expérience des essais expérimentaux et surtout pour la bonne humeur qu'ils font régner au hall d'essai.

J'ai également pu apprécier le soutien et les conseils d'un « grand frère », Samuel Bidal et toute « l'équipe de choc » des thésards et stagiaires : Sophie, Virginie, Alice, François, Thomas, Guillaume, Damien, Dipan, mon ex-stagiaire préférée Anaïs ainsi que Julie, Anne, Edouard, Thierry, José, Sébastien, Sandy, ... et pour parfaire l'ambiance : Corinne, Lucie, Franck, Ludovic, Nadine, Martine, Estelle et Claude.

Je terminerai avec une pensée particulière pour mes amis : Maxime, Céline, Yves et Jérôme, mes parents, ma sœur, mes "futurs" beaux parents et Arnaud.

Résumé

En biomécanique des chocs et en traumatologie virtuelle, l'étude des mécanismes lésionnels est essentielle pour évaluer les seuils de tolérance du corps humain. Dans ces domaines, la simulation numérique prend une place prépondérante grâce à des modèles éléments finis de plus en plus réalistes et précis. Cependant, leur mise en œuvre est complexe : les modèles actuels ne permettent pas de décrire les propriétés d'endommagement et de rupture des matériaux biologiques et limitent donc leurs champs d'utilisation pour la description des mécanismes de blessures. De plus, leur biofidélité concerne essentiellement la description géométrique et structurelle des différents organes et tissus.

L'objectif de ce travail porte donc sur l'amélioration de la description des mécanismes lésionnels des os et l'étude des possibilités de personnalisation des propriétés mécaniques pour rendre compte de la variabilité biologique.

Après avoir étudié les spécificités du comportement mécanique de l'os et un ensemble de lois de comportement, nous avons choisi un modèle d'endommagement le plus approprié. Cette loi a été validée d'un point de vue thermodynamique. Puis elle a été adaptée à une formulation éléments finis, pour être implémentée dans une plate-forme numérique de calcul dynamique explicite. Pour son adaptation, nous avons fait des choix scientifiques mais aussi des choix de « circonstance » imposés par la formulation spécifique des calculs dynamiques explicites.

Afin de rendre compte des différences interindividuelles, nous avons étudié l'influence de certains paramètres tels que la porosité, la minéralisation, l'âge ou le sexe, sur les propriétés mécaniques des os.

Nous avons également réalisé des essais de flexion d'os longs. Ces essais ont une double finalité : étudier l'influence des paramètres biologiques et expérimentaux sur le comportement de fémurs et de tibias, et évaluer la loi de comportement par la simulation de ces essais.

L'évaluation de la loi d'endommagement pour l'os a été effectuée à différentes échelles (simulations d'essais sur éprouvettes et des essais de flexion de fémurs). La loi donne des résultats tout à fait satisfaisants et propose un profil de rupture cohérent avec celui observé expérimentalement.

Mots-clés : biomécanique, éléments finis, loi de comportement, endommagement, os, essais expérimentaux, variabilité biologique.

Abstract

In biomechanics and in traumatology, studying injury mechanisms is essential to assess the limits of the human body. In these fields, the numerical simulation takes a leading place with finite element models that are more and more precise and realistic. Nevertheless its implementation is complex: the current models can not describe the damage and fracture properties of the living tissues. Therefore, their description of the injury mechanisms restricted their applications. In addition, these models are essentially “bioreliable” for their geometric and structural descriptions of the different organs and tissues.

Therefore, the aim of this work is to improve the description of the injury mechanisms of bones and to study the way to adapt the mechanical properties to the biological variability.

First, the mechanical behaviour of bones and a set of behaviour laws are studied. Then, the most appropriate law is chosen. It is validated from a thermodynamic point of view in order to adapt it to finite element method. The law is implemented in a numerical platform for dynamic explicit computation. To create this platform, some choices are to be made because of the specific dynamic explicit theory.

In order to take the biological variability into account, some parameters like densities, porosity, mineral content, age or gender that influence mechanical properties are studied.

Some experiential three-point bending tests are also performed on long bones. Their aims are:

- ✓ to study how the experimental and biological parameters could influence the femur and tibia behaviour;
- ✓ to model these tests to value the chosen damageable law.

The valuation of the law is multilevel (from specimens to whole bones).The chosen damageable law give results in good agreement with experimental data and show a coherent fracture profil.

Keywords: Biomechanics, finite elements, behaviour law, damage, bone, experimental tests, biological variability.

Table des matières

INTRODUCTION	9
---------------------	----------

ASPECTS BIBLIOGRAPHIQUES	11
---------------------------------	-----------

Le matériau « os »	12
I ANATOMIE ET HISTOLOGIE	12
I.1 Classification	12
I.2 Structure	13
I.3 Composition	14
I.4 Remodelage osseux	15
II LES CONDITIONS EXPERIMENTALES	16
II.1 Le matériau testé	16
II.2 Les méthodes	17
II.3 Conclusion	18
III SUR LA MECANIQUE DE L'OS	19
III.1 Propriétés mécaniques	19
III.2 Endommagement	20
III.3 Viscosité de l'os	20
III.4 Conditions de sollicitation	21
III.5 Comportement mécanique de l'os compact	22
III.6 Comportement mécanique de l'os spongieux	25
III.7 Caractérisation mécanique de la rupture	27
IV CONCLUSION	29

Un peu de théorie : de la thermodynamique, de l'endommagement et de la rupture	30
I ENONCES FONDAMENTAUX DE LA THERMODYNAMIQUE	30
I.1 Cinématique - description du mouvement	30
I.2 Principe des puissances virtuelles	31
I.3 Lois de bilan	31
I.4 Les deux principes de thermodynamique	33
II ETUDE ET OUTILS DE MODELISATION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT	35
II.1 Les différentes phases dans la vie d'une structure mécanique	35
II.2 Composants nécessaires et suffisants à la construction d'une loi de comportement	36
III RAPPEL DE MECANIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT	39
III.1 Définitions de l'endommagement	39
III.2 Aspects qualitatifs	39
III.3 Aspects quantitatifs	40
III.4 Aspects mécaniques et thermodynamiques	42
IV QUELQUES NOTIONS DE FISSURATION	45
IV.1 Domaine d'application	45
IV.2 Conditions cinématique et sthéniques sur la fissure	46
V CONCLUSION	47

Présentation de différents modèles de comportement	48
I LES MODELES THERMODYNAMIQUES	49
I.1 Deux modèles d'endommagement pour matériaux fragiles	49
I.2 Un modèle de mécanique de l'endommagement continu pour fracture ductile	53
I.3 Un modèle d'endommagement à effet retard	55
II LES MODELES PHENOMENOLOGIQUES	57
II.1 Le modèle de Johnson-Cook	57

II.2 Le modèle de Zerilli-Armstrong	58
II.3 le modèle d'endommagement ductile	60
II.4 Conclusion sur les lois utilisées dans les modèles humains EF	61
II.5 Un modèle de mousse	61
II.6 Une approche probabiliste de la rupture fragile	65
III LES MODELES RHEOLOGIQUES	69
III.1 Modèle d'endommagement non-linéaire de l'os compact en traction	69
IV LES MODELES STRUCTURALS	72
IV.1 Le modèle micro-macro	73
IV.2 La modélisation géométrique de l'os spongieux	75
V CONCLUSION	78

VERS UNE LOI DE COMPORTEMENT POUR L'OS 79

Présentation du modèle d'endommagement de l'os en 1D 80

I INTRODUCTION : STRATEGIE DE DEVELOPPEMENT DE LA LOI DE COMPORTEMENT	80
I.1 Pourquoi une nouvelle loi de comportement pour l'os ?	80
I.2 Qu'attend-on de cette loi de comportement ?	81
I.3 Conclusion : objectifs et atouts de cette loi pour l'os	82
II DESCRIPTION DU MODELE CHOISI	82
II.1 Description générale	83
II.2 Qu'est-ce que ce modèle permet de décrire ?	83
III MISE EN EQUATION DU MODELE	85
III.1 Définition des variables et paramètres	85
III.2 Potentiel thermodynamique	86
III.3 Potentiel de dissipation	87
IV ALGORITHME	90
IV.1 Etude de l'évolution des variables selon les modes de réponse	90
IV.2 Formulation de l'algorithme	91
V ETUDE DE SENSIBILITE : IDENTIFICATION DES PARAMETRES	92
V.1 Le module d'Young	92
V.2 Le seuil de contrainte endommageable	94
V.3 Le coefficient d'écrouissage	95
V.4 L'endommagement initial	96
V.5 Conclusion	97
VI PERSPECTIVES D'EVOLUTION DU MODELE 1D	97
VI.1 Expressions des seuils de contrainte	98
VI.2 Fonction critère de non-endommagement	98
VI.3 Viscoélastoplasticité de l'os	98
VI.4 Conclusion	99
VII CONCLUSION	99

Extension de la loi au cas 3D pour son implémentation dans une plate-forme numérique de calcul dynamique explicite 100

I FORMULATION ELEMENTS FINIS	100
I.1 Principes de la méthode EF	101
I.2 Formulation variationnelle	101
I.3 Formulation EF	101
I.4 Conclusion : boucle de résolution numérique	107
II ADAPTATION DE LA LOI A UNE FORMULATION EF	108
II.1 Passage d'un modèle 1D à un modèle 3D	109
II.2 Modélisation de la fracture	114
II PASSAGE D'UN MODELE VOLUMIQUE A UN MODELE SURFACIQUE	116
II.1 Les éléments 2D	116
II.2 La théorie de Reissner-Mindlin	117
II.3 L'adaptation de la loi aux éléments 2D	117
III CONCLUSION	119

VERS UNE PERSONNALISATION DE LA LOI	120
Influence des paramètres biologiques	121
I PROPOSITION DE CLASSIFICATION DES PARAMETRES	121
II LES PARAMETRES MESURABLES	122
II.1 La porosité	122
II.2 La minéralisation	123
II.3 Les densités	124
II.4 Le nombre scanner	129
III LES PARAMETRES OBSERVABLES	130
III.1 Influence de l'âge	130
III.2 Influence du sexe	132
III.3 Différences ethniques et raciales	134
IV LES PARAMETRES QUALITATIFS	134
IV.1 Influence de l'hygiène de vie	134
IV.2 Influence des maladies	134
V LES PERSPECTIVES DE CETTE ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	135
VI CONCLUSION	136
 Essais de flexion de fémurs et de tibias	 137
I OBJECTIFS ET METHODES	137
II PROTOCOLE EXPERIMENTAL	138
II.1 Préparation et biométrie des os	138
II.2 Dispositif expérimental	139
II.3 Minéralisation	142
II.4 Conclusion : déroulement d'un essai	143
III LES ESSAIS	144
III.1 Expérimentation	144
III.2 Quelques chiffres	145
III.3 Analyse des courbes	146
III.4 Analyse cinématique de la fracture	165
IV DISCUSSION	169
IV.1 Sur le protocole expérimental	169
IV.2 Sur les résultats	170
IV.3 Sur l'influence des paramètres biologiques	170
V CONCLUSION	173
 Evaluation du modèle d'endommagement et simulations d'essais expérimentaux	 174
I EVALUATION DE LA LOI SUR DES ELEMENTS 3D	175
I.1 Sollicitations simples sur une brique unique	175
I.2 Essai de flexion	177
I.3 Essai de traction	185
I.4 Flexion de fémur	192
II EVALUATION DE LA LOI SUR DES ELEMENTS 2D	197
II.1 Sollicitations simples sur une coque unique	197
II.2 Flexion de fémur	199
III INFLUENCE DE L'AGE SUR LA MODELISATION DE FLEXION DE FEMUR	204
III.1 Les données de Burstein et al	204
III.2 Les données de Zioupos	205
IV CONCLUSION ET PERSPECTIVES D'EVOLUTION DE LA LOI	207
 CONCLUSION	 208
PERSPECTIVES	210

<i>Liste des notations et abréviations</i>	211
<i>Références bibliographiques</i>	217
ANNEXES	228
Annexe 1 : Paramètres mécaniques des os	229
Annexe 2 : Formulation EF	235
Annexe 3 : Critères de plasticité	236
Annexe 4 : Essais Expérimentaux	237

INTRODUCTION

Que ce soit en biomécanique des chocs (sécurité routière, traumatologie sportive), en biomécanique ostéo-articulaire ou encore en traumatologie virtuelle, l'étude du comportement du corps humain est essentielle et largement employée. Ce travail de recherche s'inscrit dans le contexte de la biomécanique des chocs dont l'objectif final est d'accéder aux mécanismes lésionnels qui sont à l'origine d'un traumatisme.

Pour y parvenir, outre les aspects épidémiologiques, cliniques et accidentologiques, deux approches complémentaires peuvent être employées :

- ✓ l'expérimentation sur des corps donnés à la science ;
- ✓ la modélisation numérique.

L'expérimentation permet d'étudier le comportement mécanique du corps humain à différentes échelles (tissu biologique isolé, segment anatomique, corps complet) afin de :

- ✓ caractériser les propriétés mécaniques de chaque tissu ;
- ✓ comprendre les mécanismes lésionnels et l'incidence des effets de structure sur le comportement des différents éléments anatomiques ;
- ✓ avoir une vision globale des mécanismes lésionnels lors de la reproduction d'un choc.

La modélisation numérique permet de reproduire les essais expérimentaux sur un homme virtuel. Son atout majeur réside dans la possibilité de compléter les champs d'investigation contrairement à l'expérimentation, en :

- ✓ diminuant les coûts,
- ✓ assurant la reproductibilité et la faisabilité des essais numériques,
- ✓ donnant la possibilité d'accéder à des données non mesurables expérimentalement,
- ✓ offrant une analyse plus détaillée des mécanismes lésionnels.

Le Laboratoire de Biomécanique Appliquée (LBA) travaille à l'amélioration simultanée de ces deux outils de recherche et pour conduire à une meilleure biofidélité des modèles virtuels du corps humain.

De nos jours, les modèles éléments finis du corps humain sont de plus en plus précis dans leur description (géométrique et structurale) des différents organes du corps humain ce qui implique des maillages de plus en plus fins : en 1997, le projet européen HUMOS commence avec pour objectif de représenter le corps humain avec 50 000 éléments (Robin, 2001) ; en 2001, le modèle de membre pelvien LLMS compte 25 000 éléments (Arnoux et al, 2001). Aujourd'hui, les modèles de pelvis et d'humérus développés au laboratoire dans le cadre du projet MELBA comptent respectivement 368 000 et 93 000 éléments (Labe et al, 2006 ; Astier, 2006). Ils sont conçus sur des plates-formes numériques industrielles qui ne disposent que de lois de comportement pour des matériaux standard. Or ces lois ne sont pas toujours adaptées pour décrire le comportement mécanique des différents tissus humains.

De tous ces tissus, l'os est sans doute celui dont le comportement a été le plus largement étudié. Nous nous sommes donc focalisés sur le tissu osseux et nous avons étudié les spécificités mécaniques de ce matériau ainsi que les lois utilisées dans les modèles éléments

finis pour décrire son comportement. Nous nous sommes alors posées les questions suivantes :

Avec quelle fidélité de représentation ces modèles permettent-ils de décrire les spécificités du comportement mécanique des os ? Quelles sont leurs limites ?

Existe-t-il des modèles plus appropriés ?

Peuvent-elles alors être adaptées à une formulation éléments finis ?

Quelle démarche adopter pour pouvoir les utiliser dans un modèle éléments finis ?

De plus, ces modèles représentent souvent un morphotype moyen : HUMOS 1 correspond ainsi au cinquantième percentile de la population européenne. Pourtant chaque individu est différent : suite à une chute dans des circonstances similaires, une personne présentera une fracture tandis qu'une autre n'aura peut-être que des hématomes.

Quels facteurs peuvent faire varier la solidité des os ?

Sont-ils quantifiables ?

Ont-ils une influence sur les propriétés mécaniques des os ? Lesquelles ?

Est-il possible de les intégrer à des modèles éléments finis ? De quelle manière ?

La problématique de ce projet de recherche est donc l'amélioration de la description des mécanismes lésionnels des os et l'étude des possibilités de personnalisation des propriétés mécaniques pour rendre compte de la variabilité biologique.

Pour y apporter des éléments de réponses, nous nous sommes fixés deux objectifs :

- ✓ concevoir et implémenter un modèle de comportement,
- ✓ analyser expérimentalement le comportement des os à la rupture et étudier l'influence de la variabilité biologique.

Ce mémoire se divise en trois parties :

❶ La partie bibliographique permet de mieux comprendre la complexité du matériau osseux que ce soit en terme de structure et de composition mais aussi de comportement mécanique. Nous abordons ensuite les éléments mécaniques et thermodynamiques nécessaires à l'analyse de différentes lois d'endommagement.

Le but de cette partie est d'évaluer la validité de ces lois au regard des spécificités du comportement osseux.

❷ L'étude de ces lois de comportement nous a alors permis de choisir le modèle le plus adapté vis-à-vis du comportement osseux et aussi des contraintes d'implémentation. Cette deuxième partie traite du choix du modèle, le présente et explique son intégration à une plateforme numérique de calcul dynamique explicite.

Cette partie détaille les différentes étapes de l'élaboration de la loi d'endommagement pour l'os.

❸ La troisième partie consiste à évaluer la loi de comportement et à y intégrer l'influence de l'âge. Pour y parvenir, nous commençons par une étude bibliographique de l'influence des paramètres biologiques sur le comportement mécanique des os. Nous exposons ensuite les résultats des essais expérimentaux que nous avons menés. Ces essais ont une double finalité : étudier l'influence des paramètres biologiques et expérimentaux sur le comportement d'os longs en flexion, et évaluer la loi de comportement par la simulation de ces essais.

ASPECTS BIBLIOGRAPHIQUES

LE MATERIAU « OS »

Avant d'exposer plus en détail les principaux axes de recherche abordés dans ce travail, il est important de faire quelques rappels sur le tissu osseux.

Ce chapitre nous permet de mieux comprendre toute la complexité de ce matériau et toute la difficulté à le caractériser expérimentalement et à le modéliser d'un point de vue mécanique.

I ANATOMIE ET HISTOLOGIE

Les os sont des matériaux vivants qui grandissent, modifient leur forme, se réparent et se renouvellent. Ces différents processus sont gouvernés par des facteurs mécaniques, biologiques et physiologiques.

Pour mieux appréhender leurs propriétés mécaniques, il est important de bien comprendre leur hiérarchisation, leur structure et leur composition.

I.1 CLASSIFICATION

Les os peuvent être classés de deux façons différentes : par leur forme mais aussi par leur composition et leur structure.

La forme permet de les séparer en trois catégories (Brunet, 2003) :

- ✓ les **os longs** : la longueur de l'os prédomine sur les deux autres dimensions (ex : le fémur, l'humérus) ;
- ✓ les **os plats** : la longueur et la largeur prédominent sur l'épaisseur (ex : la scapula, le crâne) ;
- ✓ les **os courts** : les trois dimensions sont pratiquement équivalentes (ex : le calcaneus, les vertèbres).

On distingue deux types d'os suivant leur composition et leur structure (Martin et al, 1998) :

- ✓ l'**os compact** ou cortical est un os dense que l'on retrouve surtout au niveau de la diaphyse des os longs. Il constitue la couche externe des os plats tels que l'os du crâne ; d'où l'assimilation à une structure sandwich. Sa porosité est faible (5 à 10%) et ses pores contiennent les canaux de Havers, de Volkmann ou des cavités de résorption.
- ✓ l'**os spongieux** (poreux ou trabéculaire) est un os ayant une forte porosité (75 à 95%). Il constitue les os plats et les extrémités des os longs principalement. La matrice de l'os contient des pores de la forme d'étais ou de plats interconnectés et remplis de moelle. (voir Figure 1).

De manière générale, le fémur est composé à 80% d'os compact (diaphyse, métaphyses et épiphyses) et 20% d'os poreux (intérieur des métaphyses et surtout des épiphyses).

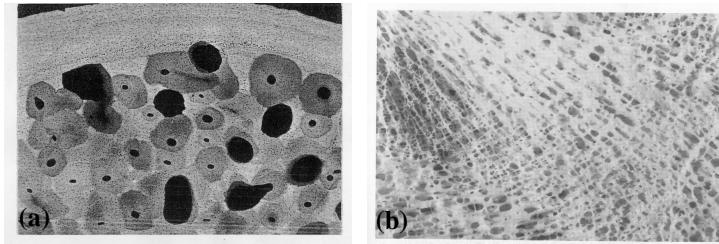


Figure 1 : (a) Radiographie d'un os compact (largeur ≈ 2 mm) et (b) coupe d'os spongieux (largeur ≈ 2 mm)

I.2 STRUCTURE

I.2.1 L'OS SPONGIEUX

L'os spongieux peut être assimilé à un composite dont la matrice serait constituée de plaques et de poutres irrégulières connectées les unes aux autres, et les cavités seraient remplies de moelle. Ces plaques et poutres portent le nom de trabécules dont l'épaisseur varie de 100 à 300 μm environ (Grimm, 1999). L'architecture de l'os spongieux dépend de son emplacement anatomique, conditionné de ce fait par le type de sollicitation auquel l'os est soumis (cf. Figure 2 et Figure 3). Il semble parfois organisé en un ensemble de trabécules orthogonales ou ayant des directions privilégiées correspondant aux lignes de forces osseuses, mais la plupart du temps, l'architecture paraît aléatoire (Martin et al, 1998).

La structure de l'os spongieux est souvent assimilée à celle d'une mousse à cellules ouvertes et plus rarement d'une mousse à cellules fermées (Gibson et Ashby, 1997). Comme nous le verrons plus loin, la comparaison avec la mousse peut se poursuivre dans l'étude mécanique de l'os spongieux.

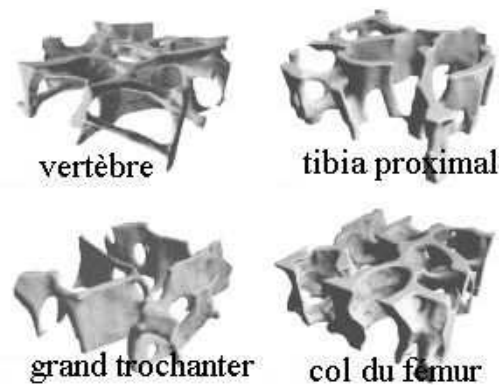


Figure 2 : Reconstruction 3D de la structure de l'os spongieux de volume $3 \times 3 \times 1$ mm³ (Morgan et Keaveny, 2001)

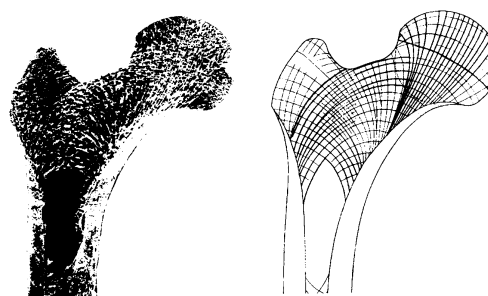


Figure 3 : Trajectoires des contraintes principales au niveau de la tête fémorale d'un homme de 31 ans et sa représentation schématisque (Wolff, 1870 tiré de Nigg et Herzog, 1999)

I.2.2 L'OS COMPACT

L'os compact peut également être comparé à un composite. L'unité de base est le canal de Havers ou ostéon. Au centre de ces ostéons, il y a une artère ou une veine autour desquelles se superposent concentriquement les lamelles de collagène (voir figure suivante). Ces vaisseaux sanguins sont connectés entre eux grâce à des canaux transverses appelés canaux de Volkmann, comme nous le voyons sur la Figure 4. Les porosités vasculaires y sont les plus larges puisqu'elles peuvent atteindre 50 μm de diamètre (Doblaré et al, 2004). Le diamètre d'un ostéon est d'environ : 200 μm .

L'os cortical ressemble donc à un composite à renforts fibreux.

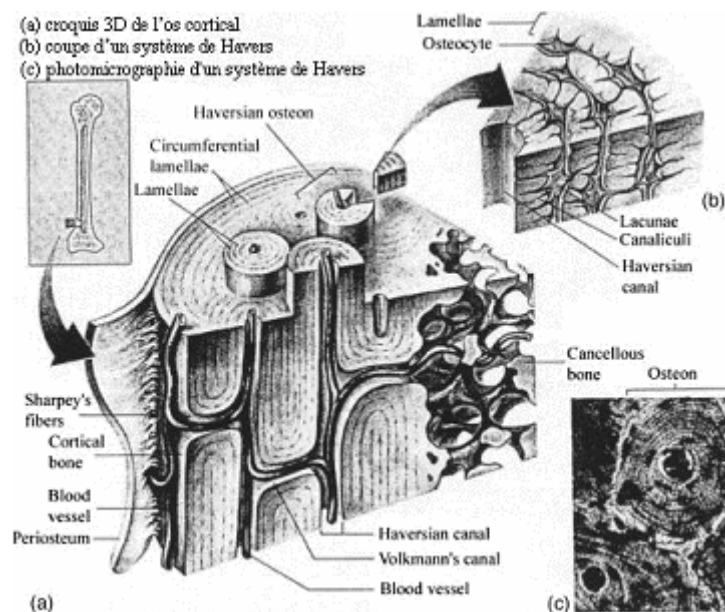


Figure 4 : Structure microscopique de l'os cortical (Doblaré et al, 2004)

I.3 COMPOSITION

La composition de l'os est la combinaison d'une phase organique et d'une phase minérale. La première confère à l'os la solidité et la rigidité à la compression tandis que la seconde la lui donne à la traction (Doblaré et al, 2004).

Le tableau suivant donne les principaux composants des os (Martin et al, 1998) :

Composants	% du volume osseux humide	Molécules
Eau	10-25	
Phase organique	22-32	Collagène (90-96%) Ostéoclasts, ostéoblasts, ostéocytes, protéoglycan... (4-10%)
Phase minérale	45-70	Hydroxyapatite, majoritairement

Tableau 1 : Composants de l'os

Ce qui schématiquement peut se résumer par les valeurs proposées par Carter et Spengler (1978) : 20% d'eau, 35% de collagène, 45% d'hydroxyapatite.

De nombreuses études ont montré que la composition varie suivant les espèces, l'âge, le sexe, l'os et le type d'os considéré, les maladies. Nous y reviendrons dans le chapitre « Influence des paramètres biologiques ».

I.4 REMODELAGE OSSEUX

Le remodelage osseux que l'on pourrait aussi appeler régénération osseuse, a pour but la destruction d'une portion d'os et son remplacement par de l'os fraîchement formé. Il permet de réparer les dommages microscopiques et de prévenir l'accumulation des dommages causés par la fatigue. Ce processus se produit tout au long de la vie avec un ralentissement substantiel après la fin de la croissance. Le remodelage osseux permet d'harmoniser le squelette afin d'augmenter son efficacité d'un point de vue mécanique (Martin et al, 1998).

Là aussi, l'influence de paramètres biologiques intervient dans les différentes étapes du remodelage osseux. En effet, des études (Forwood et Burr, 1993 ; Jessup et al, 2003 ; Cafiero et Maritz, 2003) ont montré qu'une activité physique modérée stimule la formation osseuse, limitant ainsi l'endommagement de l'os.

Le remodelage osseux est donc étroitement lié aux paramètres biologiques que nous étudierons au *chapitre 6*.

Le remodelage osseux n'est pas l'objet de ce travail de recherche. En effet, notre but n'est pas d'étudier les phénomènes de résorption/apposition de l'os mais d'essayer de décrire le mieux possible le comportement de l'os, à un instant donné, en prenant en compte l'influence des paramètres biologiques sur les propriétés mécaniques. Autrement dit, nous souhaitons représenter le comportement de l'os pour un état donné sans retracer les phénomènes qui l'ont mené à cet état.

II LES CONDITIONS EXPERIMENTALES

Depuis de nombreuses années, des études expérimentales sont dédiées à l'étude histologique et anatomique ainsi que la caractérisation mécanique de l'os. Les résultats de ces expériences varient selon le matériel testé et le protocole employé.

II.1 LE MATERIAU TESTE

Outre les variations inter et intra-individuelles (dont nous discuterons au *chapitre 6*), les résultats dépendent de l'origine, de la conservation et des dimensions du tissu testé. L'influence de la vitesse de sollicitation est discutée dans le paragraphe « III.3 Viscoplasticité ».

II.1.1 ORIGINE

L'idéal pour connaître les propriétés mécaniques des tissus est de réaliser des tests sur des os provenant de donneurs humains. Mais il n'est pas forcément facile de se procurer ce type d'échantillons, c'est pourquoi de nombreux tests sont réalisés sur des os provenant d'animaux (bovins, chevaux, etc). Les courbes caractéristiques contrainte-déformation sont comparables (comportement similaire), mais les valeurs des caractéristiques mécaniques entre les humains et les animaux peuvent varier significativement. Yamada (1970) montre ainsi que la valeur du module d'Young d'un fémur mouillé en traction est de :

- ✓ 1760 kg/mm² pour un humain,
- ✓ 1490 kg/mm² pour un cochon,
- ✓ 2550 kg/mm² pour un cheval.

Le choix du type d'échantillon peut donc fortement influencer les résultats obtenus, et expliquer certaines variations trouvées dans la littérature.

II.1.2 CONSERVATION

Les expériences étant réalisées plus ou moins longtemps après l'obtention des os, il faut donc chercher à éviter leur détérioration afin de se rapprocher le plus possible des conditions in-vivo.

Selon les études, les pièces peuvent être fraîches, congelées, séchées, embaumées, conservées en solution saline ou dans du liquide de Winckler. La conservation semble avoir une influence importante sur le comportement des matériaux biologiques (Woo, 1988 ; Crandall, 1994). Ceci corrobore les études faites par Yamada en 1970 sur l'influence de l'hydratation. Ainsi les valeurs du module d'Young et des contraintes limite d'élasticité et à la rupture sont plus grandes pour un os sec que pour un os humide comme nous le montre la figure suivante :

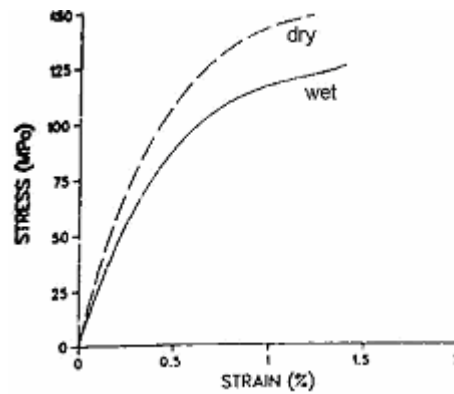


Figure 5 : Courbe contrainte-déformation en traction pour des fémurs secs et rehumidifiés (Viano, 1986)

II.1.3 DIMENSIONS

Les tests peuvent être effectués sur des échantillons d'os, sur la diaphyse des os longs ou sur l'os complet. Or les propriétés ne sont pas exactement identiques selon l'endroit où est prélevé l'échantillon (Morgan et Keaveny, 2001), car la proportion d'os compact ou spongieux peut varier sensiblement. Les éprouvettes peuvent aussi être prélevées selon différentes orientations (Viano, 1986), et selon différents modes de prélèvement, entraînant des résultats différents.

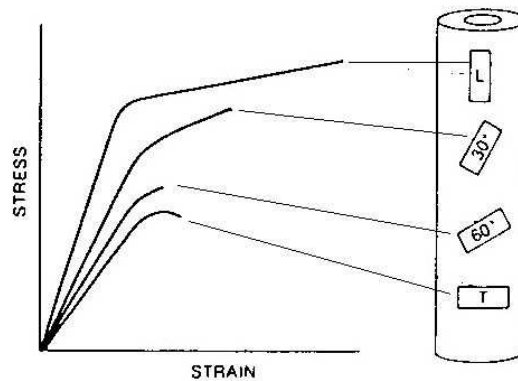


Figure 6 : Courbe contrainte-déformation (Viano, 1986)

II.2 LES METHODES

Les trois principales méthodes de caractérisation des propriétés mécaniques de l'os (Pithioux, 1997) comme le module d'Young, le coefficient de Poisson ou la contrainte maximale :

- ✓ l'approche classique,
- ✓ la méthode vibratoire,
- ✓ les ultra-sons.

Chacune des ces méthodes est succinctement présentée ci-dessous.

II.2.1 L'APPROCHE EXPERIMENTALE CLASSIQUE

L'approche classique est d'utiliser des capteurs d'effort, de déplacement, d'accélération lors de tests de type : traction, compression, cisaillement, torsion, flexion. Ces tests sont effectués

sur des éprouvettes standardisées ou sur des os complets et permettent de déterminer des paramètres tels que la contrainte ultime du matériau, le module d'Young...

Dans le cas de la flexion d'os longs qui nous intéresse plus particulièrement, nous retiendrons deux protocoles typiques : ceux utilisés par Cristofolini et al (1996) et Beillas (1999).

Dans le premier cas, le fémur est fixé et fléchi à l'aide de quatre rouleaux ajustés pour répartir la charge uniformément tout en empêchant la rotation du fémur.

La seconde méthode consiste à couper les épiphyses du fémur : l'appui se fait alors sur la partie postérieure des métaphyses (configuration la plus stable). Si cette méthode n'empêche pas la rotation du fémur, elle ne permet de fléchir l'os que dans la direction antéro-postérieure.

Ces deux approches montrent également qu'il existe différentes façons d'aborder un même type de sollicitation.

II.2.2 LA METHODE VIBRATOIRE (BARRE DE HOPKINSON)

Le principe de la méthode est d'exciter l'os par un marteau d'impact, puis d'enregistrer la réponse en fréquence impulsionnelle. Les deux signaux enregistrés sont obtenus au moyen d'accéléromètres collés sur l'os et d'un capteur de force monté sur le marteau, et permettent de calculer la fonction de transfert correspondante. Cette technique permet d'identifier les fréquences de résonance du fémur dans les plans frontal et sagittal et ses déformées. Afin de réaliser les conditions aux limites « libre-libre », l'os est suspendu à ses extrémités par des élastiques souples.

II.2.3 LES ULTRA-SONS

Une autre technique est l'utilisation des ultrasons. Cette méthode non destructive permet de connaître les propriétés mécaniques en fonction des célérités transversales et longitudinales des ondes ultra-sonores.

Deux paramètres sont habituellement mesurés : la vitesse du faisceau et l'atténuation.

La vitesse des ultrasons dépend de la densité du milieu et de certaines de ses propriétés mécaniques, en particulier de l'élasticité.

L'atténuation dépend de l'absorption (fonction de la structure physique et chimique du milieu) et de la dispersion (fonction de la longueur d'onde et du milieu traversé) (Roux, 2003). L'atténuation des ultrasons est dépendante de l'orientation des travées osseuses, donc de l'anisotropie.

II.3 CONCLUSION

Selon les expériences rencontrées dans la littérature, le protocole est plus ou moins précisément décrit. Les données que nous sommes susceptibles de collecter sont donc à corréler avec les indications fournies dans le protocole.

Ces différents aspects des conditions expérimentales permettent d'expliquer les variations des paramètres mécaniques, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

III SUR LA MECANIQUE DE L'OS

III.1 PROPRIETES MECANQUES

Au niveau des constituants des os, les travaux de Piekarski (1973), et Burstein et al (1975) ont montré que l'on pouvait considérer le collagène comme élastique et l'hydroxyapatite comme élastoplastique. Le comportement des fibrilles est considéré comme élastique.

Gottesman et Hashin (1980) ont montré, quant à eux, la propriété isotrope du collagène et anisotrope de l'hydroxyapatite.

D'un point de vue histologique, les os sont **anisotropes hétérogènes** avec un comportement **élastoplastique non-linéaire**.

Compte tenu de leur densité minérale osseuse, les os compacts sont supposés **incompressibles** et travaillent en **petites déformations** (jusqu'à 5%, Cezayirlioglu et al, 1985).

Par contre, la structure alvéolaire des os spongieux en fait des matériaux **compressibles** travaillant en **grandes déformations en compression** (jusqu'à 60% de déformation, Pithioux, 2000) mais en **petites déformations en traction**.

Dans la pratique, l'alignement des ostéons dans le sens de la diaphyse permet de considérer l'os compact comme **isotrope transverse**. Pour les os spongieux, des directions principales sont déterminées localement mais globalement, elles varient fortement. Usuellement, l'hypothèse d'isotropie est la plus retenue dans l'étude des os spongieux. Enfin l'os est considéré comme **homogène**, étant donnée la prépondérance de l'hydroxyapatite.

III.1.1 ORDRES DE GRANDEUR DES PARAMETRES MECANQUES

Comme nous le montre le tableau et *l'annexe 1*, on observe une grande disparité des paramètres mécaniques imputable à plusieurs facteurs différents tels que :

- ✓ le type d'os (compact ou spongieux) ;
- ✓ le site anatomique de l'échantillon (fémur, tibia, vertèbres...) ;
- ✓ la variabilité biologique ;
- ✓ les conditions expérimentales abordées précédemment.

Traction	ρ (kg/m ³)	E (MPa)	σ_y (MPa)	ϵ_y (%)	σ_{ult} (MPa)	ϵ_{ult} (%)
compact	/	16925	106	1	128	2
Fémur	/	15793,33	100,74	0,63	111,39	1,69
Tibia	/	21552,54	129	/	153,83	2,61
Fibula	/	20004,5	/	/	159,13	1,485
spongieux	0,316	4272,00	18,582	0,54	3,41	0,74
Fémur	0,38	7099	32,76	0,613	/	/
Tibia	0,23	1068	4,5	0,65	/	/
Vertèbres	0,19	349	1,72	0,7	3,41	0,78
Compression	ρ	E	σ_y	ϵ_y	σ_{ult}	ϵ_{ult}
compact	/	19653	169	1	179	2
Fémur	/	16516,87	169,39	0,62	179,5	1,75
Tibia	/	28016,66	/	/	195,33	/
spongieux	/	2531	25	1	18	28
Fémur	0,455	5375,23	51,98	0,863	64,68	/
Tibia	0,452	370,79	5,83	0,73	18,60	/
Vertèbres	0,204	128,28	1,785	0,77	4,96	5,25

Tableau 2 : Quelques valeurs mécaniques (valeurs moyennes des données collectées)

III.2 ENDOMMAGEMENT

L'os a deux constitutants (compact et spongieux) qui se différencient dans leur comportement.

Pour l'os compact, la déformation maximale à la rupture est comprise entre 1 et 4% pour la majorité des sollicitations. Burr et al (1988) attribuent la déformation à des mouvements des ostéons à l'intérieur de la matrice.

Pour l'os spongieux, la déformation maximale atteint plusieurs dizaines de pour cents (Pithioux, 2000). En compression, l'endommagement de l'os spongieux se fait en deux étapes : les trabécules commencent par s'écraser puis il y a compaction complète jusqu'à extrusion de la moelle ou de l'air. En traction, il correspond à la rupture des trabécules.

L'os compact a donc un comportement *fragile* alors que l'os spongieux est *fragile* en traction et plutôt *ductile* en compression.

Seules quelques études ont tenté de quantifier l'endommagement dans le cas de la fatigue (Zioupos et al, 1996a et b) ou de chargements cycliques (Jepsen et Davy, 1997).

Les seuls, à notre connaissance, à avoir étudié l'endommagement pour un chargement simple jusqu'à rupture sont Kotha et Guzelsu (2003). Ils endommagent certains échantillons de fémurs bovins par des cycles de traction au-delà de la limite d'élasticité. Ensuite, ils comparent les modules des échantillons témoins aux modules des échantillons endommagés. Néanmoins les échantillons ont été conservés dans une solution saline pendant huit jours et une partie a ensuite été décalcifiée.

Selon le type de chargement, la plage de variation de l'endommagement à la rupture serait de 0,2 à 0,6. A ce jour, aucun article ne nous permet d'avoir une valeur de l'endommagement de l'os pour des chargements simples allant jusqu'à la rupture (traction, compression, flexion). La principale difficulté réside dans l'évaluation de l'endommagement à l'état initial du tissu (avant chargement).

III.3 VISCOSITE DE L'OS

L'étude de référence sur la viscoélasticité de l'os est celle de McElhaney (1966). En effet, il a testé des cubes taillés dans des fémurs humains et bovins en compression pour un large éventail de vitesses de déformation ($0.001 \leq \dot{\epsilon} \leq 300 \text{ s}^{-1}$). Les principales conclusions de ces tests sont :

- ✓ d'une part, que l'os compact devient plus rigide et plus fragile lorsque la vitesse de déformation augmente ;
- ✓ d'autre part, que l'énergie absorbée jusqu'à rupture est maximale entre 0,01 et 0,1 s^{-1} et non pas pour de faibles ou de grandes vitesses de déformation.

Il propose également des relations liant le module d'Young E et la contrainte ultime σ_u en fonction du taux de déformation $\dot{\epsilon}$:

$$\begin{aligned} E &= 1,66 \ln(\dot{\epsilon}) + 24,5 \quad (GPa) \quad R = 0,94 \\ \sigma_u &= 11,3 \ln(\dot{\epsilon}) + 230,5 \quad (MPa) \quad R = 0,99 \end{aligned} \quad (I.1)$$

Sur le plan histologique, Johnson et Katz (1984) ont montré que le comportement viscoélastique dépend moins de la circulation des fluides dans les canaux et vaisseaux (voir la structure de l'os en Figure 4) que de l'interaction entre fluides et partie calcifiée de l'os compact.

Wright et Hayes (1976) ont montré une dépendance de la vitesse de déformation en étudiant le comportement en traction d'os cortical frais de vache avec des taux de déformation de $5,3 \cdot 10^{-4}$ à 237 s^{-1} .

$$\begin{aligned} E &= 2,92 \ln(\dot{\epsilon}) - 6,04M + 27,45 \quad (\text{GPa}) \quad R^2 = 0,495 \\ \sigma_u &= 29,86 \ln(\dot{\epsilon}) - 57,93M + 203,04 \quad (\text{MPa}) \quad R^2 = 0,865 \end{aligned} \quad (\text{I.2})$$

où M est le pourcentage de tissu ostéonal secondaire (Yang, 1998).

Contrairement à Williams et al (2001) qui n'ont trouvé aucune variation de la déformation ultime en fonction de la vitesse de déformation.

Dans le cas de l'os spongieux, étant donnée l'importance de la densité, elle doit être considérée dans l'étude du comportement viscoélastique en compression. Des tests de compression sur des échantillons cylindriques d'une épiphyse tibiale proximale d'un homme de 65 ans pour des taux de déformation allant de $0,001$ à 1500 s^{-1} , donnent les relations suivantes en MPa (Yang, 1998) :

$$\begin{cases} E = 2232\rho^{1,56}\dot{\epsilon}^{0,047} & R = 0,84 \quad p < 10^{-4} \\ \sigma_u = 40,2\rho^{1,65}\dot{\epsilon}^{0,073} & R = 0,93 \quad p < 10^{-4} \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

ou encore :

$$\begin{cases} E = \rho^{1,43}(1534 + 103\dot{\epsilon}) & R = 0,89 \quad p < 10^{-4} \\ \sigma_u = \rho^{1,53}(25,0 + 2,26\dot{\epsilon}) & R = 0,93 \quad p < 10^{-4} \end{cases} \quad (\text{I.4})$$

D'autre part, l'effet de la moelle ne devient significatif qu'au-delà de 1 s^{-1} . Aucune étude ne traite de l'aspect quantitatif du comportement viscoélastique de l'os spongieux en traction. (Pithioux, 2000)

Nous pouvons donc conclure que la vitesse de déformation a une influence a priori non négligeable sur les caractéristiques mécaniques de l'os à vitesse constante. Cependant, ces résultats ne peuvent être extrapolés au cas d'un chargement complexe à vitesse de déformation non constante ou au cas de la traction.

III.4 CONDITIONS DE SOLLICITATION

En biomécanique, que l'on étudie un choc frontal, latéral ou oblique, d'un point de vue du piéton ou de l'occupant d'une voiture, les structures osseuses sont amenées en contact avec les parties impactantes du véhicule (tableau de bord pour le conducteur et le passager, pare-choc, capot et pare-brise pour le piéton), et leur rupture est considérée comme un fusible de l'organisme.

A ce titre, à la suite d'accidents, les médecins préfèrent traiter des fractures osseuses : elles sont généralement plus facilement réparables et présentent des durées d'invalidité relativement courtes comparées à celles dues à des arrachements ligamentaires.

L'analyse du profil de fracture de l'os leur donne d'ailleurs une information sur le mécanisme lésionnel à l'origine du phénomène. La fracture simple du fémur (voir Figure 7a) est une fracture classique de choc latéral d'un piéton. Un mécanisme de compression-torsion est à l'origine d'une fracture spiroïdale du tibia (Figure 7b) tandis que l'association d'une compression et de cisaillement provoque une fracture proximale du tibia (Figure 7c). La classification AO des fractures (Müller et al, 1987) classe les fractures selon leur profil, leur gravité et le mécanisme lésionnel. Ainsi, dans les accidents de la route, ce sont les modes de flexion et/ou de compression qui sont à l'origine des fractures des os longs.

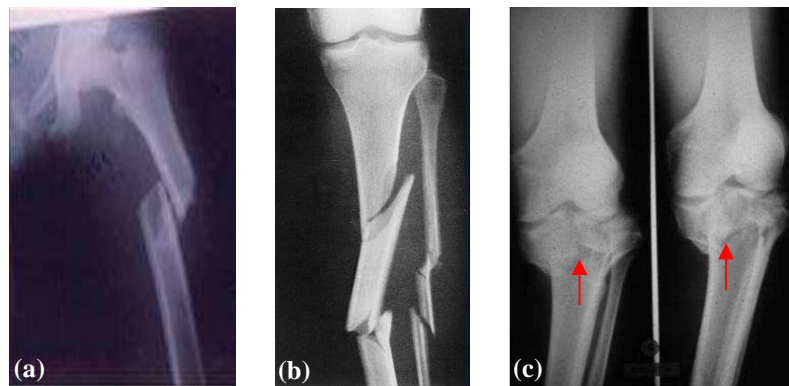


Figure 7 : (a) Radios de fracture simple de fémur, (b) fracture complexe comminutive spiroïde tibia – péroné, (c) fracture proximale du tibia

En situation dite physiologique, là encore on rencontre le plus souvent des sollicitations en compression.

III.5 COMPORTEMENT MECANIQUE DE L'OS COMPACT

III.5.1 TRACTION

En se limitant à la comparaison des travaux de Yamada (1970) et Viano (1986) sur les os compacts, on observe une grande similitude au niveau de la phase élastique et donc une assez bonne homogénéité du module d'Young. Cependant le début de l'écrouissage est beaucoup plus rapide pour les os très longs tels que le fémur et l'humérus mais la pente de la phase plastique est moins accentuée que pour des os moins longs. Peut-on alors dire que la longueur des os longs est un paramètre à prendre en compte dans la phase d'endommagement de ce tissu dur ? Est-ce plus simplement leurs différences géométriques (section et forme) qui créent cette nuance ? Ou est-ce un problème de structure dû aux conditions de sollicitation spécifiques de chaque os ?

En comparant les Figure 8a et 8b, nous notons que l'allure des courbes est similaire, mais aussi que les valeurs des contraintes limite d'élasticité et à la rupture sont quasiment identiques : $\sigma_{yield} = 75-80$ MPa, $\sigma_{ult} = 120$ MPa. De même les valeurs des déformations à l'écrouissage et à la rupture sont semblables : $\varepsilon_{yield} = 0,5\%$, $\varepsilon_{ult} = 1,4-1,5\%$.

Pour les résultats reportés ci-dessus, le profil de rupture est caractéristique d'un mode de rupture cinématique de type 1 ou mode de rupture par ouverture (cf. *chapitre 2 - IV*). Les auteurs ont observé de nombreuses fissures à la frontière entre les systèmes lamellaires de Havers et les lamelles interstitielles.

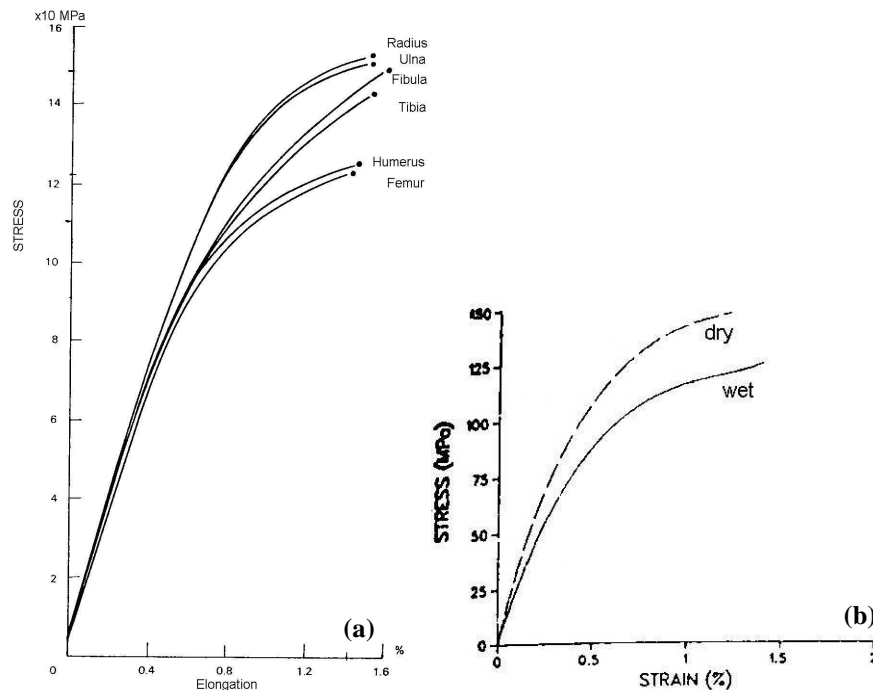


Figure 8 : Courbes contrainte- déformation en traction (a) d'os humides de personnes âgées de 20 à 39 ans (Yamada, 1970) et (b) de fémurs secs et rehumidifiés (Viano, 1986)

Ce type de rupture se retrouve au niveau des composites : le mécanisme d'endommagement d'un composite en traction commence par une décohésion entre les fibres et la matrice qui va s'aggraver au fur et à mesure de l'augmentation du chargement. Généralement, cette décohésion se fait suivant un axe parallèle à la direction des fibres.

Notons également que les conditions de conservation des os font varier leurs caractéristiques mécaniques (les valeurs du module d'Young et des contraintes limites d'élasticité et à la rupture sont plus grandes pour un os sec que pour un os humide). Nous avons déjà vu une partie des paramètres influant sur le comportement au paragraphe II, d'autres paramètres seront étudiés au *chapitre 6*.

III.5.2 COMPRESSION

Les Figure 9a et b semblent se résumer à une phase élastique linéaire (la concavité est vraiment très légère). Nous distinguons une plus grande aptitude à la déformation en compression qu'en traction : 1,8 % contre 1,5 % avant l'apparition de la rupture du matériau osseux. De même, la contrainte à la rupture est plus importante : environ 170 MPa contre 120 MPa. L'os supporte donc mieux un chargement en compression qu'en traction, puisqu'il endure une plus forte contrainte (170 MPa contre 150 MPa). Les os sont intrinsèquement plus forts en compression (mode de sollicitation physiologique) qu'en traction ou en cisaillement (Hayes et Bouxsein, 1997, cité par Beck et al, 2000).

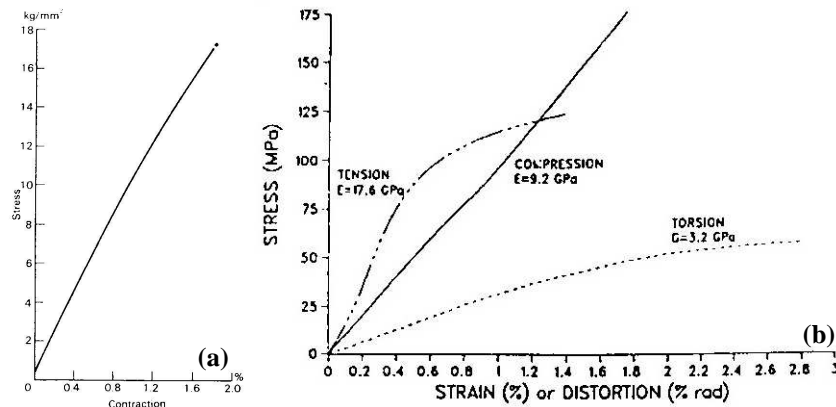


Figure 9 : Courbes contrainte- déformation (a) en compression de fémurs humides de personnes âgées de 20 à 39 ans (Yamada, 1970) et (b) en traction, compression et torsion de fémur (Viano, 1986)

Les courbes de traction et de compression permettent d'estimer que le module d'Young en compression est beaucoup plus faible qu'en traction (20 fois moins). Cela signifie que, dans la phase élastique, l'os est plus rigide en traction qu'en compression. En revanche, il s'écrouit plus tôt et beaucoup plus en traction.

Cela s'explique par l'alignement des ostéons dans le sens de la diaphyse (sens utilisé pour le prélèvement des éprouvettes).

Pour Yamada, l'os sec se fracture soit en deux avec un angle moyen de rupture de 63° par rapport à la surface externe de l'os, soit en trois pièces triangulaires.

III.5.3 CISAILLEMENT

La courbe de cisaillement présente une forme en S. On distingue deux zones : une qui correspond à la mise en tension de la structure suivie d'une phase élastique non-linéaire. L'os continue de charger tout en écroutissant. Cependant le chargement total avant rupture est faible en comparaison des tests de traction et de compression. La structure de l'os compact semble donc moins bien adaptée à ce type de sollicitations qu'aux deux précédentes.

Là encore, l'os étant sollicité dans son intégralité, quelle est la part des effets géométriques sur le comportement ?

Le profil de rupture montre une fracture nette (surface de rupture macroscopiquement lisse).

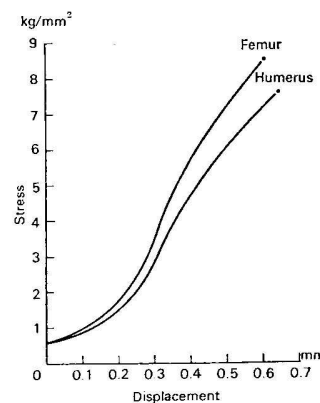


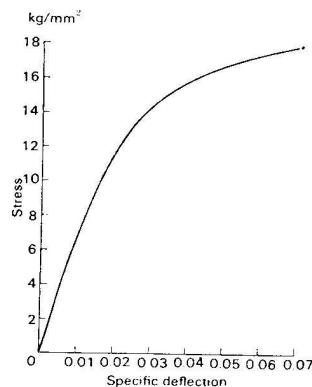
Figure 10 : Courbe contrainte-déformation en cisaillement d'os humides d'adulte (Yamada, 1970)

III.5.4 FLEXION

Sur la Figure 11, on retrouve une phase linéaire élastique puis une phase d'écrouissage plastique. Le profil de la courbe est donc similaire à la courbe en traction bien que celle en flexion donne la contrainte en fonction de la déflexion spécifique de l'os (i.e. allongement). Cet allongement nous indique que l'os se déforme peu mais subit de fortes contraintes.

En comparant avec la courbe de traction, nous distinguons que la contrainte maximale à la rupture est de plus de 120 MPa en traction alors qu'elle atteint 180 MPa en flexion, ainsi l'os est plus résistant en flexion qu'en traction. Cela s'explique par la décomposition de la flexion en une compression sur la face où est appliquée la force et une traction sur la face opposée.

Le profil de rupture présente une ligne de fracture en forme de Y au milieu de la face latérale de la pièce testée.



*Figure 11 : Courbe contrainte-déflexion spécifique de fémurs humides de personnes âgées de 20 à 39 ans
(Yamada, 1970)*

III.6 COMPORTEMENT MECANIQUE DE L'OS SPONGIEUX

Etant donnée sa structure, l'os spongieux peut être assimilé à une mousse. Nous retrouvons d'ailleurs cette similitude en comparant leur comportement mécanique en traction uniaxiale et compression notamment.

III.6.1 TRACTION

Lorsqu'on étire une mousse selon un axe défini, les cellules vont d'abord se déformer pour s'allonger dans la direction de traction et se comprimer dans la direction transverse. Puis arrivées à une certaine valeur de contrainte, les poutres qui forment ces cellules vont commencer à rompre jusqu'à fracture complète de la mousse. La taille et la forme des cellules sont des facteurs déterminants de la résistance de la mousse à la traction. (Gibson et Ashby, 1997)

Pour l'os spongieux, nous observons un comportement semblable, à la différence que les cellules ne sont pas aussi régulières que pour les mousses industrielles. Nous observons donc un comportement élastique linéaire traduisant la fragilité de l'os spongieux en traction.

D'un point de vue histologique, il faudrait également tenir compte de l'influence de la moelle qui remplit les alvéoles de l'os spongieux.

En comparant le comportement de l'os spongieux à celui de l'os compact, nous observons une grande disparité : en terme de déformation, la rupture de l'os spongieux a lieu au début de la phase plastique des os compacts. Cependant la valeur de la contrainte à la rupture est environ 100 fois plus faible que la contrainte à la limite d'élasticité des os compacts : $\sigma_{max\ spongieux} = 1,2\text{ MPa}$ et $\sigma_{yield\ compact} = 80\text{ MPa}$.

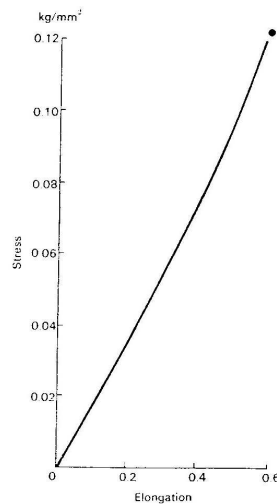


Figure 12 : Courbe contrainte-déformation en traction d'os humides (vertèbres thoraciques et lombaires) de personnes âgées de 30 à 39 ans (Yamada, 1970)

III.6.2 COMPRESSION

Lorsqu'on comprime une mousse, la courbe contrainte-déformation présente trois phases bien distinctes (Dejeans et al, 2003) :

- ✓ Pour de faibles déformations, la mousse se déforme de manière élastique linéaire. Ceci correspond au fléchissement des poutres qui constituent les cellules.
- ✓ Puis vient l'intervalle de déformation à contrainte constante qui coïncide avec la rupture, le flambage ou la plastification des poutres voire même une combinaison de ces phénomènes.
- ✓ La dernière région est la densification où les bords des cellules se détruisent jusqu'à compaction complète de la matière.

Quelle que soit la vitesse de déformation, on retrouve ces trois parties plus ou moins marquées (voir Figure 13a et b). Le plateau dépend de la densité. L'aire sous le plateau doit être la plus grande possible pour que le matériau absorbe l'énergie dégagée par la compression. Autrement dit, plus la densité relative est importante, plus la mousse est résistante. (Viot, 2006)

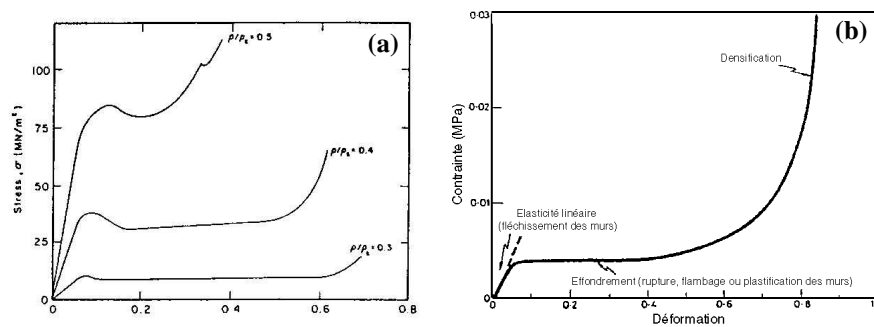


Figure 13 : (a) Courbe contrainte-déformation d'un os spongieux (d'après Carter et Hayes, 1977) et (b) courbe de compression théorique d'une mousse (Dejeans et al, 2003)

Ces deux courbes montrent un comportement en compression tout à fait semblable à l'exception de la diminution de contrainte qui survient avant l'endommagement de l'os spongieux. Cette chute de contrainte pourrait s'expliquer par une forte dissipation d'énergie due à la rupture des toutes premières poutres qui constituent les cellules. Ensuite, le chargement se reporte sur les cellules intactes, ce qui correspond à l'intervalle où la contrainte est constante. Cela se traduit par l'amorce du phénomène de rupture puis la stabilisation avant la densification du matériau.

La différence majeure entre l'os spongieux et les mousses est l'irréversibilité de la densification (phénomène réversible selon les mousses considérées).

III.7 CARACTERISATION MECANIQUE DE LA RUPTURE

La fracture osseuse peut survenir consécutivement à deux mécanismes opposés : la fatigue et l'impact.

Dans le premier cas, le mécanisme de fracture est lié au remodelage osseux. La fracture de fatigue est généralement observée chez les athlètes de haut niveau ou les militaires. Pour ces individus, le remodelage osseux ne permet pas à l'os de se réparer plus vite qu'il ne se fissure, étant donné le rythme important d'entraînements. L'accumulation de microfissures aboutit finalement à une macrofissure.

L'impact fait appel à des mécanismes de dissipation d'énergie. En effet, dans le cas de la biomécanique des chocs, **la fracture est le résultat de la dissipation d'énergie** emmagasinée par l'os lors d'un impact. Dans ce cas, le mode de rupture cinématique observé est le mode I ou mode d'ouverture (voir *chapitre 2 - IV.2*).

III.7.1 A L'ECHELLE DE L'OS

Avant la rupture fragile, l'os présente une phase d'endommagement qui varie selon sa structure et sa géométrie. Comme on le remarque sur la Figure 8a, la contrainte à la rupture varie selon le type d'os considéré. Ainsi le fémur aura une contrainte à la rupture moins importante que la fibula, par exemple.

En revanche, l'étendue de la déformation à la rupture est beaucoup moins importante que celle de la contrainte (1,4 à 1,6% de déformation, d'après la Figure 8a).

En somme, nous avons :

- ✓ d'une part, notre domaine d'application impliquant une forte dissipation d'énergie lors d'une fracture ;

- ✓ d'autre part, la variation plus importante de la contrainte à la rupture par rapport à la déformation correspondante.

Ces deux aspects nous permettent donc de considérer que le *critère de rupture* de l'os serait en contrainte ou *en énergie* plutôt qu'en déformation.

III.7.2 A L'ECHELLE MICROSCOPIQUE

III.7.2.1 DE L'OS COMPACT

Dans le cas de l'os cortical, Burr et al (1988) attribuent la déformation aux mouvements des ostéons à l'intérieur de la matrice.

Si on compare l'os compact à un composite à renforts fibreux, la rupture en compression correspond à la décohésion entre les fibres et la matrice. Martin et al (1998) observent ce type de phénomène de rupture par ouverture entre les systèmes lamellaires de Havers et les lamelles interstitielles ou de décohésion des lamelles.

En traction, on observe plutôt une rupture des fibres plus fragiles que la matrice.

III.7.2.2 DE L'OS SPONGIEUX

En compression, l'endommagement et la rupture de l'os spongieux sont fortement comparables aux phénomènes d'écrasement et de compaction observés lors de la compression d'une mousse. En revanche, le processus décrit ici est irréversible.

En traction, la rupture se fait par déchirement des trabécules.

IV CONCLUSION

Les os sont des structures complexes dont on distingue deux types : les os compacts et les os spongieux. L'os est essentiellement composé d'hydroxyapatite et de collagène.

Suivant le type de sollicitation, le comportement de l'os varie beaucoup : il présente un comportement dissymétrique en traction-compression.

De plus, la vitesse de déformation a une influence a priori non négligeable sur ses caractéristiques mécaniques à vitesse constante.

En biomécanique des chocs, les os subissent des sollicitations qui sont principalement des flexions et des compressions.

L'os compact exhibe clairement un comportement élastique linéaire suivi d'une phase d'endommagement plastique avec un mode de rupture fragile dans le domaine des petites déformations. Il est plus résistant en compression et en flexion qu'en traction.

Il est souvent assimilé à un composite constitué d'une matrice avec des renforts fibreux.

L'os spongieux a un comportement ductile en compression dans le domaine des grandes déformations et fragile en traction dans le domaine des petites déformations.

Il est souvent assimilé à un composite constitué d'une matrice avec des renforts particuliers.

L'étude de la structure et la composition de l'os nous a permis de pressentir l'influence non négligeable de certains paramètres biologiques tels que l'âge, le sexe, la qualité de vie (alimentaire, sportive...). Ces facteurs ont un impact direct sur les propriétés mécaniques et donc sur le comportement de l'os. Etant donnée son importance, l'influence des paramètres biologiques sera étudiée plus en détail ultérieurement.

Ce premier chapitre nous permet déjà d'avoir des éléments de réponse aux questions posées en introduction, sur l'influence de certains paramètres : le protocole expérimental a une incidence sur le comportement de l'os. Il existe ainsi des relations liant la vitesse de déformation à des paramètres mécaniques (III.3) mais l'impact des facteurs liés au matériau testé (origine, dimensions, conservation) est plus qualitative (II.1).

Il est important de retenir de ce chapitre les caractéristiques du comportement mécaniques des os compacts et spongieux en particulier à l'endommagement et à la rupture. Ceci nous servira dans notre choix de la loi de comportement.

**UN PEU DE THEORIE : DE LA THERMODYNAMIQUE, DE
L'ENDOMMAGEMENT ET DE LA RUPTURE**

L'objectif de ce chapitre est de définir le cadre théorique et de rappeler les concepts généraux utilisés dans les chapitres 3 et 4 qui traitent des lois de comportement. Nous commencerons donc par les énoncés fondamentaux de la thermodynamique. Puis, nous poursuivrons avec l'étude et les outils de modélisation d'une loi de comportement pour des Matériaux Standard Généralisés. Enfin, nous finirons par la mécanique de l'endommagement et quelques notions de fissuration. Ce chapitre est principalement basé sur l'ouvrage de Lemaitre et Chaboche (2001).

I ENONCES FONDAMENTAUX DE LA THERMODYNAMIQUE

I.1 CINEMATIQUE - DESCRIPTION DU MOUVEMENT

Soit (O, X, Y, Z) le système de coordonnées lagrangiennes.

Soit (O, x, y, z) le système de coordonnées eulériennes.

Le mouvement d'un solide est décrit par sa position :

$$\underline{\bar{x}} = \underline{x}(\underline{X}, t) \quad (\text{II.1})$$

X étant la position d'une particule du solide à l'instant t_0 (configuration initiale).

x étant la position de cette même particule à l'instant t (configuration actuelle).

En introduisant le vecteur déplacement $u(X, t)$, l'équation devient :

$$\underline{x}(\underline{X}, t) = \underline{X} + \underline{u}(\underline{X}, t) \quad (\text{II.2})$$

Le gradient de la transformation en X à l'instant t vaut, par définition :

$$\underline{\hat{F}}(\underline{X}, t) = \frac{\partial \underline{x}}{\partial \underline{X}}(\underline{X}, t) \quad (\text{II.3})$$

La vitesse de la particule se trouvant en X à l'instant $t=0$:

$$\underline{v}(\underline{x}, t) = \underline{\dot{x}}(\underline{X}, t) = \frac{\partial \underline{x}}{\partial t}(\underline{X}, t) \quad (\text{II.4})$$

et l'accélération :

$$\underline{\ddot{x}}(\underline{X}, t) = \frac{d^2 \underline{x}}{dt^2}(\underline{X}, t) = \frac{\partial^2 \underline{x}}{\partial t^2}(\underline{X}, t) \quad (\text{II.5})$$

Le tenseur des taux de déformation se définit grâce à la vitesse :

$$\underline{\hat{D}}(\underline{x}, t) = \frac{1}{2} \left(\text{grad } \underline{v}(\underline{x}, t) + (\text{grad } \underline{v}(\underline{x}, t))^t \right) \quad (\text{II.6})$$

Le tenseur des déformations de Green-Lagrange de la particule X à l'instant t est défini tel que :

$$\underline{\hat{E}}(\underline{X}, t) = \frac{1}{2} \left(\underline{\hat{F}}^t(\underline{X}, t) \cdot \underline{\hat{F}}(\underline{X}, t) - \underline{I} \right) \quad (\text{II.7})$$

Le tenseur des déformations de Cauchy-Green droit est donné par :

$$\underline{\hat{C}}(\underline{X}, t) = \underline{\hat{F}}^t(\underline{X}, t) \cdot \underline{\hat{F}}(\underline{X}, t) \quad (\text{II.8})$$

I.2 PRINCIPE DES PUISSANCES VIRTUELLES

$$P_a = P_{ext} + P_{int} \quad (\text{II.9})$$

$$\text{avec } \begin{cases} P_a = \int_{\Omega} \rho \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} \cdot \underline{v} \, d\Omega & \text{Puissance virtuelle des quantités d'accélération} \\ P_{ext} = \int_{\Omega} \underline{f} \cdot \underline{v} \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{F} \cdot \underline{v} \, dS & \text{Puissance virtuelle des efforts extérieurs} \\ P_{int} = - \int_{\Omega} \underline{\sigma} : \underline{\hat{D}} \, d\Omega & \text{Puissance virtuelle des efforts intérieurs} \end{cases}$$

Ω étant le solide de la configuration actuelle et $\partial\Omega$ sa frontière. σ est le tenseur des contraintes de Cauchy.

Ω est soumis à une densité volumique de forces $\underline{f}(\underline{x}, t)$ et à une densité surfacique de forces exercée sur $\partial\Omega$, $\underline{F}(\underline{x}, t)$.

I.3 LOIS DE BILAN

I.3.1 CONSERVATION DE LA MASSE

Soient ρ et ρ_0 les densités volumiques dans la configuration actuelle et dans la configuration de référence respectivement.

✓ Dans la configuration actuelle, la conservation de la masse m se traduit par :

$$\frac{dm}{dt} = 0 \text{ avec } m(\Omega) = \int_{\Omega} \rho(\underline{x}, t) \, d\Omega \quad (\text{II.10})$$

$$\text{D'où : } \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho(\underline{x}, t) \, d\Omega = 0 \Leftrightarrow \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \underline{v}) \right) d\Omega = 0 \quad (\text{II.11})$$

Finalement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \underline{v}) = 0 \quad (\text{II.12})$$

✓ Dans la configuration de référence, cela se traduit par :

$$\int_{\Omega} \rho(\underline{x}, t) \, d\Omega = \int_{\Omega_0} \rho_0(\underline{X}) \, d\Omega_0 \text{ et } \rho(\underline{x}, t) \underline{v}(\underline{x}, t) = \rho(\underline{X}, 0) \underline{v}(\underline{X}, 0) \quad (\text{II.13})$$

Or, d'après la loi de transformation des volumes : $\underline{v}(\underline{x}, t) = \det \underline{\hat{F}}(\underline{X}, t) \underline{v}(\underline{X}, 0)$ (II.14)

D'où : $\rho \cdot \det \underline{\hat{F}} = \rho_0$ (II.15)

I.3.2 CONSERVATION DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT

✓ Dans la configuration actuelle, la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \rho \underline{v} \, d\Omega \right) = \int_{\Omega} \rho \underline{f} \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{F} \, dS \quad (\text{II.16})$$

En remplaçant la force surfacique par la définition du tenseur des contraintes de Cauchy, on obtient :

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial(\rho \underline{v})}{\partial t} + \text{div}((\rho \underline{v}) \underline{v}) \right) d\Omega = \int_{\Omega} \rho \underline{f} \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{\sigma} \cdot \underline{n} \, dS \quad (\text{II.17})$$

\underline{n} étant le vecteur normal à la surface dS .

En simplifiant par l'équation de conservation de la masse, on a :

$$\int_{\Omega} \rho \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} \, d\Omega = \int_{\Omega} \rho \underline{f} \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{\sigma} \cdot \underline{n} \, dS \quad (\text{II.18})$$

La formule de Cauchy-Green nous permet de simplifier l'équation :

$$\int_{\Omega} \rho \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} \, d\Omega = \int_{\Omega} (\rho \underline{f} + \text{div} \underline{\sigma}) \, d\Omega \quad (\text{II.19})$$

$$\rho \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} = \rho \underline{f} + \text{div} \underline{\sigma} \quad (\text{II.20})$$

✓ Dans la configuration de référence, d'après la loi de transformation des surfaces, l'équation (II.19) devient :

$$\int_{\Omega_0} \rho \det \underline{\hat{F}} \frac{d\underline{v}}{dt} \, d\Omega_0 = \int_{\Omega_0} \rho \det \underline{\hat{F}} \underline{f} \, d\Omega_0 + \int_{\partial\Omega_0} \underline{\sigma} \cdot \underline{N} \det \underline{\hat{F}} \underline{\hat{F}}^{-t} dS_0 \quad (\text{II.21})$$

N étant le vecteur normal à la surface de référence dS_0 .

Or le tenseur de Piola-Kirchhoff 1 vaut : $\hat{\underline{\underline{P}}} = \det \hat{\underline{\underline{F}}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\underline{\underline{F}}}^{-t}$

$$\text{D'où} \quad \int_{\Omega_0} \rho_0 \frac{dv}{dt} d\Omega_0 = \int_{\Omega_0} (\rho_0 \underline{f} + \text{div} \hat{\underline{\underline{P}}}) d\Omega_0 \quad (\text{II.22})$$

$$\text{Finalement :} \quad \rho_0 \frac{dv}{dt} = \rho_0 \underline{f} + \text{div} \hat{\underline{\underline{P}}} \quad (\text{II.23})$$

Le 2nd tenseur de Piola-Kirchhoff se définit à partir du 1^{er} :

$$\hat{\underline{\underline{S}}} = \hat{\underline{\underline{F}}}^{-1} \hat{\underline{\underline{P}}} = \det \hat{\underline{\underline{F}}} \cdot \hat{\underline{\underline{F}}}^{-1} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\underline{\underline{F}}}^{-t} \quad (\text{II.24})$$

I.4 LES DEUX PRINCIPES DE THERMODYNAMIQUE

I.4.1 LE PREMIER PRINCIPE

Il traduit la conservation de l'énergie totale du système :

$$\frac{d}{dt}(E + E_c) = P_{ext} + Q \quad (\text{II.25})$$

$$E \text{ est l'énergie interne du système tel que : } E = \int_{\Omega} \rho(\underline{x}, t) e(\underline{x}, t) d\Omega \quad (\text{II.26})$$

$$E_c \text{ son énergie cinétique : } E_c = \frac{I}{2} \int_{\Omega} \rho(\underline{x}, t) \underline{v}(\underline{x}, t) \cdot \underline{v}(\underline{x}, t) d\Omega \quad (\text{II.27})$$

$$P_{ext} \text{ la puissance des efforts extérieurs : } P_{ext} = \int_{\Omega} \underline{v}(\underline{x}, t) \cdot \underline{f}(\underline{x}, t) d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{v}(\underline{x}, t) \cdot \underline{F}(\underline{x}, t) dS \quad (\text{II.28})$$

$$Q \text{ est le taux de chaleur apporté au système : } Q = \int_{\Omega} r(\underline{x}, t) d\Omega - \int_{\partial\Omega} \underline{q}(\underline{x}, t) \cdot \underline{n}(\underline{x}, t) dS \quad (\text{II.29})$$

$e(x, t)$ est la densité volumique d'énergie interne

$r(x, t)$ est la densité volumique de sources de chaleur

$q(x, t)$ est le flux de chaleur dans le système considéré

En remplaçant chaque terme par sa valeur, nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} \rho(\underline{x}, t) e(\underline{x}, t) + \frac{I}{2} \rho(\underline{x}, t) \underline{v}(\underline{x}, t) \cdot \underline{v}(\underline{x}, t) d\Omega \right) = \\ & \int_{\Omega} \underline{v}(\underline{x}, t) \cdot \underline{f}(\underline{x}, t) d\Omega + \int_{\partial\Omega} \underline{v}(\underline{x}, t) \cdot \underline{F}(\underline{x}, t) dS + \int_{\Omega} r(\underline{x}, t) d\Omega - \int_{\partial\Omega} \underline{q}(\underline{x}, t) \cdot \underline{n}(\underline{x}, t) dS \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

Mais pour pouvoir l'écrire plus simplement, on utilise l'expression des puissances virtuelles en remarquant tout d'abord que :

$$P_a = \frac{dE_c}{dt} \quad (\text{II.31})$$

$$(II.25) = P_a - P_{int} + Q = \frac{dE_c}{dt} - P_{int} + Q \quad (II.32)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho e \, d\Omega = \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\hat{D}}} \, d\Omega + \int_{\Omega} r \, d\Omega - \int_{\partial\Omega} \underline{q} \cdot \underline{n} \, dS \quad (II.33)$$

$$\int_{\Omega} \rho \frac{de}{dt} \, d\Omega = \int_{\Omega} (\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\hat{D}}} + r - \text{div } \underline{q}) \, d\Omega \quad (II.34)$$

Dans la configuration lagrangienne :

$$\rho \dot{e} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\hat{D}}} + r - \text{div } \underline{q} \quad (II.35)$$

I.4.2 LE SECOND PRINCIPE

Il postule que le taux de production d'entropie est toujours supérieur ou égal au rapport entre le taux de chaleur reçue et la température :

$$\frac{dS}{dt} \geq \int_{\Omega} \frac{r}{T} \, d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\underline{q} \cdot \underline{n}}{T} \, dS \quad (II.36)$$

$$\int_{\Omega} \left(\rho \dot{s} + \text{div} \left(\frac{\underline{q}}{T} \right) - \frac{r}{T} \right) d\Omega \geq 0 \quad (II.37)$$

Sa forme locale exprime le taux de production irréversible d'entropie :

$$\rho \dot{s} + \text{div} \left(\frac{\underline{q}}{T} \right) - \frac{r}{T} \geq 0 \quad (II.38)$$

L'inégalité fondamentale regroupant les deux principes s'appelle l'**inégalité de Clausius-Duhem**. Elle se base sur l'expression du second principe dans lequel on remplace la densité volumique de sources de chaleur par une expression tirée du premier principe :

$$\rho \dot{s} + \text{div} \left(\frac{\underline{q}}{T} \right) + \frac{1}{T} (-\rho \dot{e} + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\hat{D}}} - \text{div } \underline{q}) \geq 0 \quad (II.39)$$

$$\rho \dot{s} + \frac{\text{div } \underline{q}}{T} - \underline{q} \frac{\text{grad } T}{T^2} - \frac{\rho \dot{e}}{T} + \frac{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\hat{D}}}}{T} - \frac{\text{div } \underline{q}}{T} \geq 0 \quad (II.40)$$

$$\rho (T \dot{s} - \dot{e}) + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\hat{D}}} - \frac{\underline{q}}{T} \text{grad } T \geq 0 \quad (II.41)$$

En remplaçant la densité volumique d'énergie interne par l'énergie libre $\psi = e - Ts$, l'inégalité devient :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\hat{D}}} - \rho(\dot{\psi} - \dot{T}s) - \frac{q}{T} \text{grad } T \geq 0 \quad (\text{II.42})$$

II ETUDE ET OUTILS DE MODELISATION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT

II.1 LES DIFFERENTES PHASES DANS LA VIE D'UNE STRUCTURE MECANIQUE

Avant d'établir une loi de comportement permettant de décrire la vie d'une structure mécanique, il s'agit d'abord d'en étudier les différentes phases.

Soit une structure mécanique quelconque soumise à un chargement caractérisé par un paramètre scalaire $\gamma(t)$.

On distingue alors quatre phases allant de la structure initiale à la structure rompue :



Figure 14 : Les différentes phases dans la vie d'une structure mécanique

Phase ① : Il s'agit de la réponse élastique de la structure. Dans le cas d'un matériau isotrope, on peut prendre la loi de Hooke, par exemple.

L'élasticité est un phénomène réversible, il n'y a donc pas de dissipation d'énergie. Le tenseur des rigidités est toujours inversible : pour un état de déformation donné, il existe un unique état de contrainte et inversement. Pour finir, en élasticité linéaire, l'existence et l'unicité de la solution d'un problème de structure sont garanties.

Phase ② : Cette phase correspond à l'apparition et au développement des non-linéarités de comportement (viscoélasticité, plasticité et endommagement, notamment).

Ces non-linéarités sont des phénomènes irréversibles dissipant de l'énergie. L'idée est d'introduire de nouvelles variables dans le problème, les variables internes. Liées à la plasticité, elles devront essentiellement rendre compte de l'existence d'une déformation permanente à contrainte nulle. Celles liées à l'endommagement rendront compte d'une perte de rigidité du matériau.

L'unicité de la solution du problème de structure n'est pas toujours garantie pour cette phase.

Phase ③ : La déformation se concentre sous forme de striction ou de localisation en « bandes ».

Pour modéliser ce phénomène, l'idée est d'étudier les bifurcations possibles de la solution du problème de structure, c'est-à-dire, la perte d'unicité de la solution.

Phase ④ : Cette dernière partie correspond à l'apparition puis la propagation stable et instable d'une macrofissure dans la structure.

Pour modéliser cette phase, on peut soit faire un bilan énergétique global (sur toute la structure fissurée), soit étudier les champs locaux au voisinage des fronts de fissure.

II.2 COMPOSANTS NECESSAIRES ET SUFFISANTS A LA CONSTRUCTION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT

L'étude des différentes phases dans la vie d'une structure mécanique impose une certaine démarche dans la construction et/ou l'étude d'une loi de comportement. Les deux approches principales sont l'approche fonctionnelle et celle à variables internes. La première est très générale et très didactique mais, en pratique, elle se révèle difficilement exploitable dès que l'on cherche à rendre compte d'un comportement particulier (Andrieux, 1996). D'autres méthodes sont alors utilisées comme la méthode de l'état local que nous allons étudier. Cette approche se décompose en quatre étapes.

II.2.1 1^{ERE} ETAPE : DEFINITION DES VARIABLES INTERNES

Pour pouvoir décrire des phénomènes tels que la plasticité ou l'endommagement (phase ②), il est nécessaire d'introduire de nouvelles variables : les variables internes, V_k .

On les différencie des variables d'état observables. Ces dernières sont imposées par le formalisme mécanique et thermodynamique des milieux continus et sont généralement la température et la déformation totale (en petites déformations).

II.2.2 2^{EME} ETAPE : LE POTENTIEL THERMODYNAMIQUE

Ayant défini les variables internes, on postule l'existence d'un potentiel thermodynamique duquel dérivent les lois d'état.

Cette fonction à valeur scalaire est concave par rapport à la température mais convexe par rapport aux autres variables d'état. Elle permet de vérifier a priori les conditions de stabilité thermodynamique imposées par les inégalités issues du 2^{ème} principe.

II.2.2.1 DEFINITION DU POTENTIEL THERMODYNAMIQUE

Généralement, on utilise l'énergie libre massique comme potentiel thermodynamique. L'énergie libre dépend des variables internes V_k et des variables d'état observables :

$$\psi = \psi(\underline{\varepsilon}, T, \underline{\varepsilon}^e, \underline{\varepsilon}^p, V_k) \quad (\text{II.43})$$

avec la déformation $\underline{\varepsilon}$ définie en fonction des déformations élastique $\underline{\varepsilon}_e$ et plastique $\underline{\varepsilon}_p$ telle que $\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^p$.

D'après le principe d'isotropie, l'énergie libre massique dépend en réalité des invariants des variables d'état. Or il y a trois invariants pour un tenseur $\underline{\xi}$ d'ordre 2 :

$$\begin{cases} I_1^{\underline{\xi}} = \text{tr}(\underline{\xi}) = \underline{\xi} : \underline{1} \\ I_2^{\underline{\xi}} = \text{tr}(\underline{\xi} \cdot \underline{\xi}) = (\underline{\xi} \cdot \underline{\xi}) : \underline{1} \\ I_3^{\underline{\xi}} = \text{tr}(\underline{\xi}^3) = (\underline{\xi} \cdot \underline{\xi} \cdot \underline{\xi}) : \underline{1} = \det(\underline{\xi}) \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

où $\mathbf{1}$ est le tenseur identité d'ordre 3.

II.2.2.2 LES LOIS D'ETAT

Les lois d'état dérivent de l'expression du potentiel thermodynamique.

En introduisant la dérivée de l'énergie libre dans l'inégalité de Clausius-Duhem, nous obtenons :

$$\left(\underline{\underline{\sigma}} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} \right) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^p - \rho \left(s + \frac{\partial \psi}{\partial T} \right) \dot{T} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \dot{V}_k - \frac{q}{T} \text{grad } T \geq 0 \quad (\text{II.45})$$

$$\text{avec } \dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e + \frac{\partial \psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \dot{V}_k \quad (\text{II.46})$$

Une hypothèse classique permet d'annuler indépendamment certains termes de cette inégalité. Prenons une transformation élastique à température constante et uniforme qui ne modifie ni la déformation plastique, ni les variables internes. On a alors :

$$\dot{T} = 0 ; \text{grad } T = 0 ; \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = 0 ; V_k = 0 \quad (\text{II.47})$$

Imaginons une seconde transformation thermique de dilatation telle que :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = 0 ; V_k = 0 ; \text{grad } T = 0 \quad (\text{II.48})$$

Ces deux transformations permettent de définir les lois de thermoélasticité. Par analogie, on définit les variables forces thermodynamiques A_k associées aux variables internes V_k . Nous obtenons ainsi les lois d'état :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} \end{array} \right. \quad \text{qui exprime l'évolution de la contrainte totale} \quad (\text{II.49})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s = - \frac{\partial \psi}{\partial T} \end{array} \right. \quad \text{qui exprime les échanges thermiques} \quad (\text{II.50})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_k = \rho \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \end{array} \right. \quad \text{qui exprime les forces thermodynamiques associées aux variables internes} \quad (\text{II.51})$$

II.2.3 3^{EME} ETAPE : LA SURFACE SEUIL DE NON-LINEARITES

Dans le cas 1D, cela correspond à la fonction d'écrouissage. Dans un modèle 3D, on parle de surface seuil ou critère de plasticité.

Pour des raisons d'isotropie, la surface seuil \tilde{f} ne dépend en fait que des invariants des variables internes et de leurs variables associées. De plus, \tilde{f} est strictement convexe en A_k telle que : $\tilde{f}(A_k, V_k) = 0$.

$$\text{D'où :} \quad \tilde{f}(A_k, V_k) < 0 \Leftrightarrow \dot{V}_k = 0 \quad (\text{II.52})$$

Par définition, un modèle est dit non-linéaire standard généralisé ou associé, lorsque la surface seuil est égale au pseudo-potentiel de dissipation. Pour la majorité des lois de comportement, nous ferons cette hypothèse.

II.2.4 4^{EME} ETAPE : LE PSEUDO-POTENTIEL DE DISSIPATION

Compte tenu des lois d'état, l'inégalité de Clausius-Duhem se réduit à l'expression de la dissipation qui doit être positive :

$$\phi = \sigma : \dot{\varepsilon}^p - A_k \dot{V}_k - \frac{q}{T} \text{grad } T \geq 0 \quad (\text{II.53})$$

La dissipation est la somme de la dissipation intrinsèque (ou mécanique) qui regroupe les deux premiers termes et de la dissipation thermique par conduction.

Pour définir des lois relatives aux processus dissipatifs, on postule l'existence d'un pseudo-potentiel de dissipation. Ce potentiel $\phi(\dot{\varepsilon}^p, \dot{V}_k, q/T)$ est une fonction convexe, positive et nulle à l'origine dans l'espace des variables flux $(\dot{\varepsilon}^p, \dot{V}_k, q/T)$.

La règle de normalité permet d'établir l'expression des variables associées (lois d'évolution) telle que :

$$A_k = -\frac{\partial \phi}{\partial \dot{V}_k} \quad (\text{II.54})$$

En pratique, il est plus commode de travailler sur les variables flux avec son dual ϕ^* par la transformée de Frenchel-Legendre. La règle de normalité devient alors :

$$\dot{V}_k = -\frac{\partial \phi^*}{\partial A_k} \quad (\text{II.55})$$

Pour un matériau standard généralisé, dans le cas des phénomènes dissipatifs instantanés (phénomènes de type indépendant du temps), le pseudo-potentiel de dissipation est positivement homogène de degré 1 en \dot{V}_k , ce pseudo-potentiel est non différentiable et sa fonction duale ϕ^* n'est plus définie. On prend alors pour dual la fonction définissant la surface seuil \tilde{f} . La règle de normalité devient :

$$\begin{cases} \dot{V}_k = 0 & \text{si } \tilde{f} < 0 \\ \dot{V}_k = \lambda \frac{\partial \tilde{f}}{\partial A_k} & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.56})$$

où λ est le multiplicateur de non-linéarité et $\lambda \geq 0$ nécessairement. Il est déterminé par la relation de consistance : $\dot{\tilde{f}} = 0$.

Remarques :

Dans le cas de modèle non associé, la fonction duale n'est plus \tilde{f} mais un potentiel F différent et respectant les mêmes conditions de positivité et de convexité.

Dans les cas élastiques non-linéaires, \tilde{f} ne peut être strictement positive, le multiplicateur est alors donné par la relation de cohérence : $\dot{\lambda} \geq 0 \Rightarrow \tilde{f} = 0$ et $\ddot{f} = 0$.

Dans le cas de modèles viscoélastique non-linéaire, $\tilde{f}(A_k, V_k) > 0$ est possible d'où :

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\eta} \left\langle \frac{\tilde{f}}{K} \right\rangle^n \text{ avec } \eta \text{ le temps de relaxation et } K \text{ la constante d'écrouissage.} \quad (\text{II.57})$$

III RAPPEL DE MECANIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT

III.1 DEFINITIONS DE L'ENDOMMAGEMENT

Kachanov décrit géométriquement les mécanismes d'endommagement par la création de cavités et de fissures à l'intérieur de la structure, c'est-à-dire, par le développement de microdiscontinuités de la structure au cours de la sollicitation. (Lemaitre et Chaboche, 2001)

Une autre définition consiste à dire que l'endommagement se caractérise par une perte de cohésion de la matière. L'apparition et la propagation de ces microcavités et microfissures ont pour conséquences une perte de rigidité du matériau et une perte d'incompressibilité plastique (pour les matériaux ductiles). (Désoyer, 2005)

De façon plus générale, la théorie de l'endommagement décrit l'évolution des phénomènes entre l'état vierge (de tout endommagement) et l'amorçage de la fissure macroscopique. Il n'est pas toujours aisé de distinguer cette évolution du phénomène de déformation l'accompagnant le plus souvent. (Lemaitre et Chaboche, 2001)

III.2 ASPECTS QUALITATIFS

III.2.1 L'ENDOMMAGEMENT D'UN MATERIAU DUCTILE

La plupart des matériaux métalliques ainsi que bon nombre de polymères sont considérés comme des matériaux ductiles.

L'endommagement de ces matériaux se caractérise par une perte de rigidité et une perte d'incompressibilité plastique au-delà d'un certain seuil. Des effets de viscosité peuvent exister.

L'endommagement se fait essentiellement par microcavités : ceci correspond à un phénomène quasi isotrope, en tout cas au moins dans ses premières phases.

III.2.2 L'ENDOMMAGEMENT D'UN MATERIAU FRAGILE

Les matériaux fragiles sont de différents types : verres, bétons, certains polymères...

L'endommagement commence dès que la contrainte seuil d'élasticité est atteinte et se caractérise par une perte de rigidité.

Certains matériaux fragiles tels que les céramiques ne présentent pas de déformation permanente.

L'endommagement se fait par microfissures : l'orientation des fissures est donc plutôt anisotrope, bien que l'on observe une direction de propagation des microfissures normale aux directions des déformations positives comme nous le montre la figure suivante.

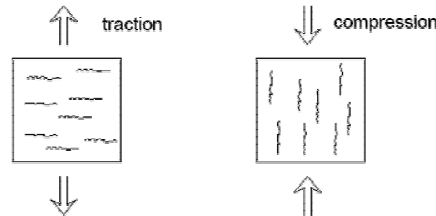


Figure 15 : Exemple d'anisotropie de l'endommagement du béton (Desmorat R., 2004)

III.3 ASPECTS QUANTITATIFS

A l'échelle macroscopique, il est difficile de définir et de mesurer l'état d'endommagement d'un élément de volume. On considère donc une variable interne représentative de l'état de détérioration de la matière. Plusieurs solutions sont alors possibles :

- ✓ Se placer à l'échelle de la microstructure et mesurer la densité de microfissures ou de cavités. Ceci permet d'établir des modèles microscopiques qui donnent les propriétés endommagées de l'élément à l'échelle macroscopique par homogénéisation.
- ✓ Définir un modèle global et en mesurer des grandeurs physiques globales telles que la densité, la résistivité... puis les convertir en caractéristiques de résistance mécanique.
- ✓ L'approche que nous avons suivie consiste à mesurer des grandeurs mécaniques globales (modification des caractéristiques d'élasticité, de plasticité ou de viscoplasticité). Ces mesures sont plus faciles à interpréter en terme de variable d'endommagement grâce à la notion de contrainte effective (voir définition plus loin).

III.3.1 DIFFERENTES METHODES DE MESURE DE L'ENDOMMAGEMENT

Il existe plusieurs méthodes de mesure de l'endommagement, nous en présentons quelques-unes ci-dessous :

1. La méthode la plus classique est la méthode statistique de mesure de variation du module d'élasticité. Elle consiste à mesurer le module d'Young du matériau sain et celui du matériau endommagé. Mais cette mesure est délicate car :
 - ✓ il faut une bonne précision sur des déformations très petites ;
 - ✓ l'endommagement est souvent très localisé d'où une base de mesure très faible (0,5 à 5 mm) ;
 - ✓ la droite (σ, ϵ) est généralement difficile à définir.
 - ✓ Cette technique a été utilisée par Zioupos et al (1996a et b) et Jepsen et Davy (1997) pour calculer une valeur critique d'endommagement de l'os pour des chargements cycliques et de fatigue.

2. La variation des caractéristiques de plasticité est surtout intéressante pour caractériser l'endommagement plastique ductile en complément des mesures de variation du module d'élasticité. Ce type d'endommagement accompagne les grandes déformations plastiques des métaux et des polymères et ne devient important qu'à l'approche des conditions de striction.
Seul l'os spongieux correspond à ce cas de figure. Toutefois, les principales difficultés sont la mise en œuvre et la reproductibilité des expériences nécessaires à la caractérisation de la plasticité.
3. La variation des caractéristiques de viscoplasticité permet de mettre en évidence l'endommagement de fluage qui, dans les métaux, correspond au processus de naissance et de croissance de microfissures principalement intercrystallines.
Cette méthode ne considère qu'un seul type de sollicitation. Or nous voulons caractériser l'endommagement pour tous types de sollicitation.
4. Si on considère la variation de résistance électrique, la notion de contrainte effective est remplacée par celle de densité de courant effective. Le problème est alors compliqué par l'influence des déformations sur la résistance. Les résultats obtenus sont cependant très proches des mesures mécaniques.
L'os est composé de matériaux qui n'ont pas la même résistance électrique : l'hydroxyapatite n'est pas conducteur contrairement aux fluides qui irriguent l'os. Cette méthode ne permet donc pas de déterminer l'endommagement dans le cas spécifique de l'os.
5. La méthode dynamique des ultra-sons est notamment utilisée pour étudier l'endommagement du béton sollicité en compression.
Dans ses travaux de thèse, Pithioux (2000) a utilisé cette méthode pour déterminer les caractéristiques élastiques d'éprouvettes d'os cortical bovin en traction.
Cette technique pourrait être appliquée à la mesure de la variation du module d'élasticité pour l'os compact et spongieux.
6. L'endommagement et la rupture de l'os spongieux sont fortement comparables au phénomène de compaction observée lors de la compression d'une mousse. On pourrait donc imaginer un modèle d'endommagement dont la variable D dépendrait du nombre d'alvéoles écrasées. Il y aurait plusieurs façons de définir D .
L'endommagement pourrait être le ratio entre la différence de volumes des vides et des trabécules, et le volume total considéré :

$$D = \frac{V_{vide} - V_{os}}{V_{total}} \quad (II.58)$$

Ou encore, en prenant un volume élémentaire, il faudrait définir le nombre de poutres constituant les trabécules. On pourrait alors définir D comme le rapport entre le nombre de poutres cassées et le nombre total de poutres du volume :

$$D = \frac{N_{poutres \text{ cassées}}}{N_{poutres \text{ totales}}} \quad (II.59)$$

D'un point de vue pratique, la mise en œuvre demande un matériel très précis permettant d'analyser la structure microscopique de l'os spongieux.

7. Pour l'os compact, une technique similaire serait de définir l'endommagement à partir des microfissures. Il faudrait alors étudier la taille et le nombre de microfissures pour atteindre un seuil d'endommagement critique.

Là aussi, la mise en œuvre demande un matériel très précis permettant d'analyser la structure microscopique de l'os compact.

En conclusion, certaines de ces méthodes ne sont pas applicables en raison de la structure de l'os ou du coût élevé de la mise en œuvre. La méthode statistique de mesure de variation du module d'élasticité semble être le meilleur compromis entre faisabilité des tests expérimentaux et fiabilité des résultats.

III.4 ASPECTS MECANIQUES ET THERMODYNAMIQUES

III.4.1 DEFINITION DE LA VARIABLE D'ENDOMMAGEMENT

Soit s la section de l'élément de volume repéré par sa normale \vec{n} . Dans cette section, les fissures et cavités qui constituent le dommage, laissent des traces diverses (cf. Figure 16).

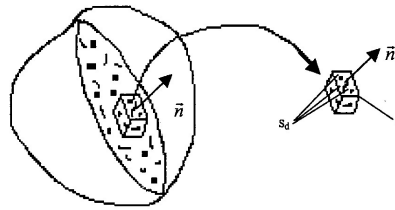


Figure 16 : Volume élémentaire endommagé

Ainsi, il est possible de distinguer une section saine s_s d'une section endommagée s_d ce qui conduit à la définition de la section effective \tilde{s} suivante :

$$\tilde{s} = s - s_d \quad (\text{II.60})$$

Le paramètre d'endommagement en un point de la surface et dans la direction \vec{n} est alors défini comme le rapport entre l'aire des vides et l'aire du matériau sain :

$$D_n = \frac{s - \tilde{s}}{s} \quad (\text{II.61})$$

Dans le cas isotrope, D_n est indépendant de \vec{n} , D scalaire suffit dans ces conditions à sa description :

$$0 < D < 1$$

$$D = 0 \Rightarrow \text{le matériau est complètement sain} \quad (\text{II.62})$$

$$D = 1 \Rightarrow \text{le matériau est complètement endommagé (état de ruine)}$$

D ne peut que croître

Un matériau est donc considéré comme endommagé lorsque : $D \neq 0$.

III.4.2 NOTION DE CONTRAINTE EFFECTIVE

En mécanique de l'endommagement continu, la forme de contrainte la plus utilisée est la contrainte effective.

Par définition, le tenseur des contraintes de Cauchy pour un matériau homogène vaut :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{F}{S} \quad (\text{II.63})$$

avec F la force et S la section.

Pour un matériau endommagé, on introduit d'après l'équation ci-dessus, la notion de contrainte effective :

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}} = \frac{F}{\tilde{S}} = \frac{\underline{\underline{\sigma}}}{1 - D} \quad (\text{II.64})$$

Sachant que la rupture se produit avant l'endommagement complet du matériau ($D=1$), un critère de rupture du matériau est également introduit : $D_{critique} < 1$.

III.4.3 FORMULATION THERMODYNAMIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT ISOTROPE

On se limite au cas des matériaux endommageables présentant un comportement élastique, élastoplastique ou élastoviscoplastique.

La variable d'endommagement est un scalaire D considérée comme une variable d'état.

III.4.3.1 L'ENERGIE LIBRE

L'énergie libre du système dépend des variables internes V_k et des variables d'état observables :

$$\psi = \psi(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, T, D, V_k) \quad (\text{II.65})$$

Il peut se décomposer, comme en élastoplasticité, en :

$$\psi = \psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}}^e, T, D) + \psi_p(T, V_k) \quad (\text{II.66})$$

où ψ_e est le potentiel thermoélastique endommageable.

On retrouve les lois thermoélastiques pour un matériau endommagé :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} \\ s = -\frac{\partial \psi}{\partial T} \end{cases} \quad (\text{II.67})$$

Avec, en plus, la variable associée à l'endommagement :

$$Y = \rho \frac{\partial \psi_e}{\partial D} \quad (\text{II.68})$$

D'après Lemaitre et Chaboche (2001), $-Y$ correspond au taux de restitution d'énergie élastique.

Sachant que la contrainte équivalente d'endommagement σ^* est définie par (Lemaitre et Chaboche, 2001) :

$$\underline{\underline{\sigma}}^* = \underline{\underline{\sigma}}_{eq} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\underline{\underline{\sigma}}_H}{\underline{\underline{\sigma}}_{eq}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{II.69})$$

avec la partie hydrostatique σ_H telle que : $\underline{\underline{\sigma}}_H = \frac{1}{3}(\underline{\underline{\sigma}} : I)$ (II.70)

et la contrainte équivalente de Von Mises est définie par : $\underline{\underline{\sigma}}_{eq} = \left(\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}}_d : \underline{\underline{\sigma}}_d \right)^{1/2}$ (II.71)

On établit une relation entre la variable Y et la contrainte équivalente d'endommagement σ^* , lorsque le matériau est élastiquement isotrope et l'endommagement isotrope :

$$-Y = \frac{\underline{\underline{\sigma}}^{*2}}{2E(1-D)^2} \quad (\text{II.69})$$

III.4.3.2 LE POTENTIEL DE DISSIPATION

Le potentiel de dissipation permet de décrire les processus dissipatifs, en particulier l'évolution des variables internes.

Compte tenu des lois d'état, l'inégalité de Clausius-Duhem se réduit à l'expression de la dissipation qui doit être positive :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p - Y\dot{D} - A_k \dot{V}_k - \frac{q}{T} \text{grad } T \geq 0 \quad (\text{II.73})$$

Le phénomène d'écoulement plastique peut intervenir sans endommagement et inversement, nous pouvons donc séparer l'inégalité en deux :

$$\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p - A_k \dot{V}_k \geq 0 \text{ et } -Y\dot{D} \geq 0 \quad (\text{II.74})$$

$-Y$ étant un taux de restitution d'énergie (donc $-Y \geq 0$), le second principe impose que $\dot{D} \geq 0$. L'endommagement ne peut donc que croître ou rester constant.

III.4.3.3 UN CRITERE DE RUPTURE DE L'ELEMENT DE VOLUME

Le critère consiste à postuler que l'amorce d'une macrofissure correspond à une valeur critique de cette énergie et intrinsèque à chaque matériau :

$$-Y = |Y| = Y_c \quad \leftrightarrow \quad \text{rupture} \quad (\text{II.75})$$

Cette énergie est alors identifiée à l'énergie de décohésion de la matière qui peut être évaluée par un essai unidimensionnel de traction :

$$-Y = \frac{1}{2} E \underline{\underline{\varepsilon_e^2}} \quad (\text{II.76})$$

$$\text{or } \underline{\underline{\varepsilon_e}} = \frac{\underline{\underline{\sigma}}}{(1-D)E} \quad (\text{loi d'élasticité endommagée}) \quad (\text{II.77})$$

$$\text{D'où :} \quad |Y| = \frac{1}{2} \frac{\underline{\underline{\sigma^2}}}{E(1-D)^2} \quad (\text{II.78})$$

Dans les conditions de rupture, nous avons :

$$\begin{cases} |Y| = Y_c \\ \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma_c}} \\ D = D_c \end{cases} \Rightarrow Y_c = \frac{1}{2} \frac{\underline{\underline{\sigma_c^2}}}{E(1-D_c)^2} \quad (\text{II.79})$$

IV QUELQUES NOTIONS DE FISSURATION

La théorie de la fissuration fait suite à celle de l'endommagement. Cette dernière permet de prévoir l'apparition d'une fissure macroscopique alors que la théorie de la fissuration permet de prévoir son évolution jusqu'à rupture complète de la structure.

Dans les calculs de structures, les discontinuités dues aux fissures doivent être prises en compte car elles modifient les champs de contraintes, déformations et déplacements à une échelle telle que l'homogénéisation n'aurait plus de sens. (Lemaître et Chaboche, 2001)

IV.1 DOMAINE D'APPLICATION

La mécanique linéaire de la rupture concerne essentiellement les matériaux fragiles.

La question est alors de différencier la ductilité de la fragilité d'un matériau. Pour ce faire, on définit :

$$\begin{cases} E_R & \text{énergie à la rupture} \\ u_R & \text{déplacement à la rupture} \\ E_D & \text{énergie dissipée par plasticité et / ou onde} \end{cases}$$

La ductilité et la fragilité d'un matériau se définissent comme suit :

- ✓ Un matériau est dit fragile $\Leftrightarrow E_D(u_R) \ll E_R \Leftrightarrow$ l'énergie est essentiellement dissipée par la rupture.
- ✓ Un matériau est dit ductile $\Leftrightarrow E_D(u_R) \approx ou \geq E_R \Leftrightarrow$ l'énergie est essentiellement dissipée par la plasticité et l'endommagement mais aussi par la rupture.

IV.2 CONDITIONS CINEMATIQUE ET STHENIQUES SUR LA FISSURE

La condition cinématique est une hypothèse de non-pénétrabilité de la matière, c'est-à-dire que les deux surfaces créées par la fissure ne peuvent s'interpénétrer.

La condition sthénique concerne le mode de fissuration. En effet, il existe trois modes de fissurations différentes (voir figure ci-dessous) :

- ✓ le mode I ou mode d'ouverture,
- ✓ le mode II ou mode de cisaillement plan,
- ✓ le mode III ou mode de cisaillement antiplan.

Dans les modes II et III, il y a frottement possible entre les deux surfaces de la fissure ce qui induit une dissipation d'énergie à cet endroit.

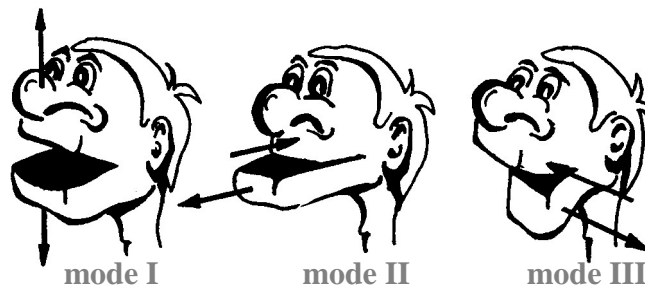


Figure 17 : Modes de sollicitation d'une fissure (dessins tirés de Lemaitre et Chaboche, 2001)

Les trois méthodes les plus utilisées pour décrire la fissuration sont :

- ✓ l'approche locale de la rupture : facteurs d'intensité de contrainte et critère du K_{IC} ;
- ✓ l'approche globale ou énergétique de la rupture : taux de restitution d'énergie et critère de Griffith ;
- ✓ les intégrales de contour de Rice et Bui qui est une approche intermédiaire de la mécanique de la rupture.

Il est très compliqué de décrire :

- ✓ d'une part, la transition entre la déformation et l'endommagement diffus et la déformation et l'endommagement localisés ;
- ✓ et d'autre part, de faire le lien entre mécanique de l'endommagement et mécanique de la rupture.

Nous n'utiliserons donc pas les notions de fissuration dans la suite.

V CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons donc développé les bases nécessaires pour mieux appréhender l'analyse des modèles de comportement.

Le cadre général est la thermodynamique des milieux continus et la méthode de l'état local.

La démarche se décompose en trois étapes :

- ✓ définition des variables et paramètres,
- ✓ définition du potentiel thermodynamique (généralement l'énergie libre massique ou volumique) et lois d'état,
- ✓ définition du pseudo-potentiel de dissipation et lois d'évolution.

Pour les phénomènes dissipatifs, nous nous placerons dans le cas des Milieux Standard Généralisés et nous supposerons que les dissipations intrinsèques et mécaniques sont découplées. De plus, dans la majorité des analyses de loi de comportement, nous considérerons que les phénomènes dissipatifs sont instantanés (phénomènes de type indépendant du temps) afin de simplifier la construction des lois d'évolution.

Les notions de fissuration ne sont que brièvement abordées ici car elles ne seront pas exploitées par la suite comme nous le verrons au *chapitre 4*.

Remarque : Dans le chapitre suivant, les notations vectorielles et tensorielles ne sont pas reprises car elles ne concernent que les tenseurs des contraintes et des déformations ainsi que leurs expressions. Dans le cas particulier des modèles rhéologiques (chapitres 3 et 4), la contrainte et la déformation sont unidimensionnelles.

PRESENTATION DE DIFFERENTS MODELES DE COMPORTEMENT

A ce stade de notre travail, nous avons étudié l'os en tant que tissu vivant à travers sa structure et sa composition puis en tant que matériau, en nous penchant sur ses caractéristiques mécaniques, notamment à l'endommagement et à la rupture.

Dans ce chapitre, nous allons étudier quelles lois sont utilisées et pourraient convenir pour décrire le comportement du tissu osseux.

Généralement, les modèles de comportement peuvent être classés en trois catégories :

- ✓ thermodynamique,
- ✓ phénoménologique,
- ✓ rhéologique.

Auxquels, nous rajoutons, dans le cadre des éléments finis (EF), les modèles structuraux basés sur la géométrie et le maillage de la structure considérée.

Dans les modèles EF du corps humain existants (HUMOS, LLMS, ...), le comportement de l'os est reproduit en adaptant des lois permettant de décrire le comportement des métaux (Liang et Khan, 1999 ; Rule et Jones, 1998). Il s'agit de lois phénoménologiques de type élastoplastique ou viscoélastique isotrope : la plasticité ou la viscosité sont utilisées pour décrire la phase d'endommagement comme nous allons le voir.

Aucun modèle EF n'utilise de loi spécifique à l'os, même si certains développeurs de logiciels de crash y travaillent (Winkelmuller, 2006).

Dans ce chapitre, il ne s'agit en aucun cas de présenter un inventaire exhaustif de lois de comportement mais de voir comment le comportement de l'os est reproduit et comment l'endommagement peut être pris en compte. Nous présenterons les lois selon les quatre catégories citées ci-dessus, en adoptant la démarche suivante :

- ✓ son domaine d'application (la loi permet-elle de décrire la plasticité, l'endommagement... ? Pour quel type de matériau ?) ;
- ✓ ses équations qui caractérisent les grande lignes de la loi ;
- ✓ ses avantages et ses limites pour son adaptation à la description du comportement de l'os.

Les quatre premiers modèles sont des modèles thermodynamiques d'endommagement.

Nous aborderons ensuite l'approche phénoménologique avec trois lois de comportement utilisées dans les modèles EF pour décrire le comportement osseux, une loi décrivant le comportement des mousses en compression, et enfin une loi probabiliste sur la théorie de Weibull.

Parmi les modèles rhéologiques, nous avons choisi de présenter un modèle permettant de décrire l'endommagement non-linéaire de l'os compact en traction.

Nous finirons avec deux modèles structuraux : l'un utilisant la méthode micro-macro, l'autre utilisant une approche phénoménologique pour une description éléments finis très fines.

I LES MODELES THERMODYNAMIQUES

Parmi les modèles thermodynamiques, nous avons choisi de présenter deux lois de comportement « académiques » d'endommagement pour matériaux fragiles : les modèles de Marigo et de Dragon (Désoyer, 2005). Nous continuerons par le modèle de mécanique de l'endommagement continu pour fracture ductile et nous finirons par le modèle d'endommagement à effet retard de Suffis et Combescure (2002).

I.1 DEUX MODELES D'ENDOMMAGEMENT POUR MATERIAUX FRAGILES

I.1.1 LE MODÈLE DE MARIGO (1981)

I.1.1.1 DESCRIPTION DU MODELE

Il s'agit d'un modèle d'élasticité et d'endommagement isotrope. Ce modèle est principalement dédié aux matériaux fragiles et quasi-fragiles.

Il présente une variable interne unique : l'endommagement scalaire D . Comme le modèle de Marigo ne prend pas en compte la plasticité, on le considère comme un modèle académique.

I.1.1.2 MISE EN EQUATION

L'endommagement scalaire est défini comme le rapport entre la surface totale des microcavités et le volume du V.E.R. (Volume Élémentaire Représentatif). Il caractérise donc la porosité (relative) du matériau.

La construction du modèle se fait en trois étapes : la définition de l'énergie libre massique, celle de la surface seuil et pour finir celle du pseudo-potential de dissipation avec l'expression des lois d'évolution.

Expression de l'énergie libre massique

D'après la définition de la contrainte effective, nous avons : $\sigma = E(1 - D)\epsilon$. (III.1)

En généralisant au cas tridimensionnel, le tenseur des contraintes devient alors :

$$\sigma = \tilde{A}(D) : \epsilon^e = (1 - D)\tilde{A} : \epsilon^e \quad (III.2)$$

\tilde{A} étant le tenseur de rigidité et $\tilde{A}(D)$ le tenseur de rigidité du matériau endommagé.

L'expression de l'énergie libre massique peut s'exprimer par :

$$\psi(\epsilon^e, D) = \frac{1}{2\rho} (1 - D) \epsilon^e : \tilde{A} : \epsilon^e + \hat{\psi}(D) \quad (III.3)$$

où $\hat{\psi}(D)$ est l'énergie libre massique dépendant de l'endommagement.

L'hypothèse de Marigo est de considérer que : $\hat{\psi}(D) = 0$ (III.4)

Nous avons donc l'expression de l'énergie libre massique :

$$\psi(\varepsilon^e, D) = \frac{I}{2\rho} (1-D) \varepsilon^e : \tilde{A} : \varepsilon^e \quad (\text{III.5})$$

Ainsi que celle des lois d'état :

$$\begin{cases} \sigma = (1-D) \tilde{A} : \varepsilon^e \\ Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = \frac{I}{2} \varepsilon^e : \tilde{A} : \varepsilon^e \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Expression de la surface seuil

$$\text{L'équation de la surface seuil s'écrit : } \tilde{f}(Y, D) = 0 \quad (\text{III.7})$$

L'hypothèse de Marigo consiste à poser :

$$\tilde{f}(Y, D) = Y - \frac{1}{2} K_0 (1 + 2mD) = 0 \quad (\text{III.8})$$

où K_0 et m sont deux paramètres du matériau (positifs ou nuls).

Par analogie avec la courbe d'écrouissage de Von Mises ($\tilde{f}(Y, D) = \sigma_{eq} - \sigma_0 + Y = 0$), nous pouvons dire que K_0 est lié à la contrainte seuil initiale σ_0 et que m est lié à l'écrouissage du matériau.

Expression du pseudo-potentiel de dissipation

Le modèle de Marigo est standard généralisé, le pseudo-potentiel de dissipation φ est donc égal à l'expression de la surface seuil \tilde{f} .

Les lois d'évolution dérivent du pseudo-potentiel de dissipation :

$$\dot{\varphi} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \dot{Y} + \frac{\partial \varphi}{\partial D} \dot{D} = 0 \quad (\text{III.9})$$

$$\dot{Y} - K_0 m \dot{D} = 0$$

$$\text{Or : } \dot{Y} = \varepsilon^e : \tilde{A} : \dot{\varepsilon}^e$$

$$\text{D'où la loi d'évolution : } \dot{D} = \frac{I}{K_0 m} \langle \varepsilon^e : \tilde{A} : \dot{\varepsilon}^e \rangle H(\tilde{f}) \text{ avec } \langle \cdot \rangle \text{ partie positive} \quad (\text{III.10})$$

Si nous exprimons la loi d'évolution en fonction de la contrainte :

$$\dot{D} = \frac{I}{h^\sigma (1-D)} \langle \varepsilon^e : \dot{\sigma} \rangle H(\tilde{f}) \text{ avec } h^\sigma = K_0 m - \frac{I}{(1-D)} \varepsilon^e : \tilde{A} : \varepsilon^e > 0 \quad (\text{III.11})$$

Pour que $h^\sigma > 0$, il faut que $D \geq (m-1)/3m$ sinon l'unicité de la solution du problème d'évolution n'est plus garantie.

I.1.1.3 AVANTAGES ET LIMITES

Le modèle de Marigo permet de décrire l'élasticité et l'endommagement isotrope des matériaux fragiles mais ne prend pas en compte la plasticité. Il est simple car il ne fait intervenir qu'une seule variable interne scalaire et trois paramètres sont à identifier (le tenseur des rigidités et deux paramètres du matériau K_0 et m). De plus, il permet de décrire la perte de rigidité. Mais, pour des matériaux ductiles, il est nécessaire de le coupler à un modèle élastoplastique.

Cette loi est suffisamment simple pour être utilisée pour l'os. La plasticité n'est pas un problème puisque l'os n'a pas un comportement élastoplastique mais élastique endommageable. Néanmoins, les deux paramètres du matériau K_0 et m ne sont peut-être pas évident à identifier dans le cas de l'os.

I.1.2 LE MODELE DE DRAGON (1979)

I.1.2.1 DESCRIPTION DU MODELE

Il s'agit d'un modèle d'élasticité et d'endommagement isotrope. Ce modèle est principalement dédié aux matériaux fragiles et plus précisément aux géomatériaux tels que les roches ou le béton. Les principales caractéristiques de l'endommagement de ces matériaux sont :

1. l'endommagement se fait par microfissurations (orientés). L'endommagement est donc un tenseur d'ordre 2.
2. l'endommagement est anisotrope. Pour le béton, la direction des microfissures est parallèle à celle de la sollicitation en traction alors qu'elle est orthogonale dans le cas de la compression. Cela induit que la variable d'endommagement et/ou le taux d'endommagement dépendent de la partie positive de la déformation.

I.1.2.2 MISE EN EQUATION

L'unique variable interne est le tenseur de second ordre, D . D'après les manipulations, il dépend de la normale aux microfissures, n et de la densité de microfissures $\rho_{fissures}$.

La construction du modèle suit les trois étapes observées pour le modèle de Marigo.

Expression de l'énergie libre massique

L'énergie libre volumique est fonction des invariants de la déformation ε , de la variable interne D et du couple (ε, D) .

Les invariants sont donc :

$$\begin{cases} I_1^\varepsilon & I_2^\varepsilon & I_3^\varepsilon \\ I_1^D & I_2^D & I_3^D \\ I_1^{\varepsilon D} = (\varepsilon^e \cdot D) : I_2^{\varepsilon D} = (\varepsilon^e \cdot D \cdot D) : I_3^{\varepsilon D} = (\varepsilon^e \cdot \varepsilon^e \cdot D) : I_4^{\varepsilon D} = (\varepsilon^e \cdot \varepsilon^e \cdot D \cdot D) : I \end{cases} \quad (III.12)$$

avec I la matrice identité.

Les hypothèses émises par Dragon permettent de ne prendre en compte que certains invariants :

1. l'endommagement est modéré. Seuls les termes linéaires en D sont conservés.

2. l'élasticité est considérée comme linéaire. L'énergie libre est donc au plus quadratique en ε .
3. $\sigma \neq 0$ quand $\varepsilon^e = 0$ mais $D \neq 0$.
4. l'énergie libre est une fonction polynomiale de ses arguments.

D'où l'expression de l'énergie libre volumique :

$$\psi(\varepsilon^e, D) = \frac{1}{2} \varepsilon^e : \tilde{A} : \varepsilon^e + \alpha I_1^\varepsilon I_1^{eD} + 2\beta I_3^{eD} + g I_1^{eD} \quad (\text{III.13})$$

où α , β et g sont des paramètres du matériau. La constante g est liée au phénomène résiduel induit par l'endommagement.

Ainsi les lois d'état s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma = \tilde{A}(D) : \varepsilon^e + gD \\ Y = -\alpha(\varepsilon^e : I) \varepsilon^e - 2\beta(\varepsilon^e \cdot \varepsilon^e) - g\varepsilon^e \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Expression de la surface seuil

L'équation de la surface seuil est la même qu'en (III.8).

L'hypothèse de Dragon consiste à considérer que la force associée à D n'est pas Y mais la partie positive de Y , telle que :

$$\langle Y \rangle = -\alpha \langle \varepsilon^e : I \rangle \langle \varepsilon^e \rangle - 2\beta \langle \varepsilon^e \rangle \cdot \langle \varepsilon^e \rangle - g \langle \varepsilon^e \rangle \quad (\text{III.15})$$

L'expression de la surface seuil s'écrit alors :

$$\left(\frac{1}{2} \langle Y \rangle : \langle Y \rangle \right)^{1/2} - (C_0 + C_1(D : I)) = 0 \quad (\text{III.16})$$

C_0 et C_1 dépendent des paramètres α , β et g .

Expression du pseudo-potentiel de dissipation

On suppose que le modèle de Dragon est standard généralisé, le pseudo-potentiel de dissipation φ est égal à l'expression de la surface seuil f .

$$\text{D'où la loi d'évolution :} \quad \dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\langle Y \rangle}{(2\langle Y \rangle : \langle Y \rangle)^{1/2}} \quad (\text{III.17})$$

I.1.2.3 AVANTAGES ET LIMITES

Le tenseur de rigidité élastique décrit une orthotropie dont les axes principaux correspondent à la base principale de l'endommagement.

Le tenseur de rigidité élastique n'est pas inversible pour toutes les valeurs de D car l'énergie libre n'est pas strictement convexe pour toutes les valeurs de D .

Généralement, il est nécessaire d'avoir deux paramètres pour décrire l'élasticité isotrope, cinq pour l'élasticité isotrope transverse et neuf pour l'élasticité orthotrope. Le modèle de Dragon est intéressant car il nécessite cinq paramètres pour le calcul de l'énergie libre et deux pour le

pseudo-potentiel de dissipation. Soit au total sept paramètres pour décrire l'élasticité orthotrope avec endommagement des matériaux fragiles.

Ce modèle est essentiellement utilisé dans le domaine pétrolier.

En conclusion, il s'agit d'un modèle d'élasticité et d'endommagement isotrope pour matériaux fragiles. Ce modèle ne décrit pas la plasticité.

Pour l'os, la caractérisation des paramètres du matériau et plus particulièrement la constante g (liée au phénomène résiduel induit par l'endommagement) ne sera pas forcément simple à mettre en œuvre.

I.2 UN MODELE DE MECANIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT CONTINU POUR FRACTURE DUCTILE

I.2.1 DESCRIPTION DU MODELE

Il s'agit d'un modèle proposé par Jean Lemaitre (1985) pour traduire l'endommagement des métaux soumis à de grandes déformations. Ce modèle permet de décrire l'endommagement plastique ductile, en particulier pour le formage des métaux.

Le modèle se base sur la mécanique de l'endommagement continu et plus particulièrement :

- ✓ Définition de la variable scalaire d'endommagement :

$$D = \frac{s - \tilde{s}}{s}$$

- ✓ Hypothèse d'isotropie : L'endommagement est supposé isotrope.
- ✓ Notion de contrainte effective :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D}$$

- ✓ Hypothèse de déformation équivalente : L'évolution de la déformation d'un matériau endommagé est déterminée à partir des équations constitutives du matériau sain en remplaçant la contrainte par la contrainte effective.
- ✓ L'hypothèse la plus importante pour nous : Les effets mécaniques des cavités et microfissures sont les mêmes en traction et en compression. En pratique, ce n'est généralement pas le cas. Cela limite donc l'application de cette théorie aux cas où les phénomènes de compression sont faibles.

I.2.2 MISE EN EQUATION

Les deux variables internes du modèle sont la déformation plastique accumulée, p , et l'endommagement D .

La construction du modèle se fait en trois étapes : les définitions du potentiel thermodynamique et des critères d'endommagement et de rupture, et l'évolution de l'endommagement grâce au potentiel de dissipation.

Expression de l'énergie libre massique

On considère l'énergie libre comme potentiel thermodynamique et on suppose que les comportements élastique et plastique sont découplés :

$$\psi = \psi_e(\varepsilon^e, T, D) + \psi_p(T, D) \quad (\text{III.18})$$

Pour avoir une élasticité linéaire couplée à l'endommagement, l'énergie libre élastique ψ_e est définie par :

$$\psi_e = \frac{1}{2\rho} \tilde{A}^e : \varepsilon^e : \varepsilon^e (1 - D) \quad (\text{III.19})$$

avec \tilde{A}^e tenseur d'élasticité et ε^e déformation élastique.

Les lois d'état sont alors :

$$\begin{cases} \sigma = \tilde{A}^e : \varepsilon^e (1 - D) \\ Y = -\frac{1}{2} \tilde{A}^e : \varepsilon^e : \varepsilon^e \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Expression du critère d'endommagement

Lemaitre montre que la contrainte équivalente d'endommagement σ^* permet de définir un critère d'endommagement (cf. *chapitre 2 – équation II.72*) :

$$\sigma^* = \sigma_{eq} \left[\frac{2}{3} (1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{III.21})$$

Expression du critère de rupture

Le critère de rupture consiste à postuler que l'amorçage d'une fissure macroscopique correspond à une valeur critique intrinsèque à chaque matériau : $-Y = Y_c$

Ceci correspond à une valeur critique d'endommagement D_c (cf. équation II.79) :

$$\begin{cases} |Y| = Y_c \\ \sigma = \sigma_c \\ D = D_c \end{cases} \Rightarrow Y_c = \frac{1}{2} \frac{\sigma_c^2}{E(1 - D_c)^2} \quad (\text{III.22})$$

Expression du pseudo-potentiel de dissipation

Le pseudo-potentiel de dissipation est une fonction scalaire convexe des variables de flux : $\dot{\varepsilon}^p$, \dot{p} , \dot{D} et le flux de chaleur q , et permet de déterminer l'évolution des variables internes.

Pour des modèles tridimensionnels, Lemaitre considère que la plasticité et l'endommagement sont isotropes et que l'endommagement plastique ductile apparaît généralement en grandes déformations. Il utilise la loi d'écrouissage de Ramberg-Osgood pour obtenir les lois d'évolution suivantes :

$$\begin{cases} p = \left[\frac{\sigma_{eq}}{(1 - D)K} \right]^M \\ \dot{D} = \left[\frac{K^2}{2ES_0} \left(\frac{\sigma^*}{\sigma_{eq}} \right)^2 p^{\frac{2}{M}} \right]^{s_0} \dot{p} \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

avec S_0 et s_0 des coefficients caractéristiques de chaque matériau et fonctions de la température ; et K et M des coefficients de la loi de Ramberg-Osgood représentant respectivement le coefficient de résistance plastique et l'exposant d'écrouissage.

I.2.3 AVANTAGES ET LIMITES

Dans le modèle d'endommagement plastique ductile tridimensionnel présenté par Lemaitre, en plus des hypothèses classiques de la mécanique de l'endommagement, nous avons :

- ✓ l'endommagement isotrope ;
- ✓ la plasticité isotrope ;
- ✓ la direction des contraintes principales approximativement constante.

Ce modèle n'est valable que pour des chargements radiaux. Pour pouvoir les utiliser, il est nécessaire de déterminer six paramètres du matériau E , ν , S_0 , s_0 , K et M .

Ce modèle ne serait applicable qu'au cas spécifique de l'os spongieux en compression mais le chargement n'est alors pas forcément radial. D'autre part, la mise en œuvre des essais nécessaires à l'identification des paramètres n'est pas forcément reproductible et demande un investissement important pour décrire une configuration spécifique pour l'os spongieux uniquement.

I.3 UN MODELE D'ENDOMMAGEMENT A EFFET RETARD

I.3.1 DESCRIPTION DU MODELE

Suffis et Combescure (2002) proposent un modèle d'endommagement à effet retard dont les résultats sont indépendants du maillage. Ce modèle se veut efficace quel que soit le matériau (élastique, élastoplastique, viscoplastique endommageable) et la loi d'endommagement (linéaire ou autre) pour décrire la dégradation des composites stratifiés.

Dans un premier temps, ils considèrent le cas discret du modèle simplifié avant de passer au modèle continu.

I.3.2 MISE EN EQUATION

Nous allons tout d'abord considérer le cas unidimensionnel d'un matériau élastique endommageable. La loi d'évolution de l'endommagement sera linéaire et il n'y aura endommagement qu'en traction (une distinction est donc nécessaire entre traction et compression).

Il n'y a qu'une seule variable interne : l'endommagement D . De plus, Suffis et Combescure utilisent les définitions de contrainte microscopique σ_{mi} et macroscopique σ_{ma} suivantes :

$$\sigma_{mi} = E\varepsilon \quad \text{et} \quad \sigma_{ma} = (1 - D)\sigma_{mi} + \sigma_{mi} \quad (\text{III.24})$$

où nous rappelons que les crochets correspondent à la partie positive de la quantité considérée.

Expression de l'énergie libre volumique

L'énergie libre est définie à l'aide de la contrainte macroscopique et de l'endommagement :

$$\Psi = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_{ma}^2}{E(1-D)} + \frac{\sigma_{ma}^2}{E} \right] \quad (III.25)$$

On obtient ainsi la loi d'état suivante :

$$Y = \frac{\partial \Psi}{\partial D} \Big|_{\sigma \text{ constant}} = \frac{\sigma_{ma}^2}{E(1-D)^2} = \frac{E \langle \epsilon \rangle^2}{2} \quad (III.26)$$

Expression du pseudo-potentiel de dissipation

La loi d'évolution de l'endommagement est généralement obtenue à partir du pseudo-potentiel de dissipation. Pour un phénomène indépendant du temps, ce potentiel devient une fonction indicatrice d'un convexe de non-endommagement définie par : $f_D = f_D(Y, D) \leq 0$.

Le flux d'endommagement est alors donné par (Andrieux, 1996) :

$$\dot{D} = \begin{cases} \dot{\lambda} \frac{\partial f_D}{\partial Y} & \text{si } f_D = 0 \\ 0 & \text{si } f_D < 0 \end{cases} \quad (III.27)$$

où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur de Lagrange tel que $\dot{\lambda} \geq 0$.

Suffis et Combescure définissent cette fonction indicatrice par :

$$f_D = \frac{\sqrt{Y} - \sqrt{Y_0}}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}} \quad (III.28)$$

où Y_0 est le taux de restitution d'énergie élastique initial et Y_c est le taux à la rupture.

$$\text{d'où :} \quad \dot{D} = \begin{cases} \left\langle \sup_{\tau \leq t} (f_D(Y_\tau, D)) \right\rangle & \text{si } D < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (III.29)$$

Ladevèze propose la loi d'évolution suivante :

$$\begin{cases} \dot{D} = \frac{1}{\tau_c} [1 - \exp(-a \langle f_D(Y, D) - D \rangle)] & \text{si } D < 1 \\ D = 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (III.30)$$

où τ_c est un temps caractéristique (correspond à l'effet retard de variation d'endommagement) et a est un paramètre matériau. Ainsi la variation de l'endommagement va évoluer avec un retard défini par le temps caractéristique par rapport à la variation de Y .

Remarque : Dans le cas des matériaux élastoplastiques endommageables, on peut définir une loi d'évolution d'endommagement linéaire à partir de la déformation plastique, par exemple.

I.3.3 AVANTAGES ET LIMITES

Ce modèle a été conçu pour un matériau élastique endommageable avec un endommagement linéaire et nécessite de définir quatre paramètres E , Y_0 , Y_c et σ_{lim} .

Cependant il est généralisable à n'importe quel type de matériaux endommageables ; mais des modifications seraient à apporter pour des matériaux plus complexes.

Pour l'os, ce modèle est intéressant car il permet de décrire plusieurs types de matériaux (possibilité de prendre en compte la viscosité de l'os) et plusieurs formes d'endommagement. La difficulté majeure est l'identification du taux de restitution d'énergie élastique initial Y_0 et du taux à la rupture Y_c . Quelle expérience mettre en œuvre pour identifier ces deux paramètres ? Est-elle réalisable pour les os ?

II LES MODELES PHENOMENOLOGIQUES

Parmi les modèles phénoménologiques présentés, il y a trois lois élastoplastiques utilisées dans les modèles EF (HUMOS et LLMS) pour modéliser le comportement de l'os. Ces lois sont définies dans le logiciel Radioss et se basent sur les modèles de Johnson-Cook et Zerilli-Armstrong.

Ensuite, nous poursuivrons par le modèle de mousse proposé par Gibson et Ashby (1997) et nous finirons par une approche probabiliste de la rupture fragile reposant sur la théorie de Weibull.

II.1 LE MODELE DE JOHNSON-COOK

II.1.1 DESCRIPTION DU MODELE

D'après Rule et Jones (1998), il s'agit d'un modèle simple, purement empirique. Le matériau est linéaire élastique jusqu'à la limite d'élasticité au-delà de laquelle il aura un comportement plastique. Cette loi est essentiellement constituée pour les métaux sujets à de grandes déformations, vitesses de déformation et des températures importantes.

Le modèle est adiabatique, dépendant de la température et du taux de déformation mais la conduction de chaleur est négligée.

Ce modèle peut être considéré comme un ensemble de modèles car le comportement mécanique est décomposé en une multiplication des effets de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température.

II.1.2 MISE EN EQUATION

Dans le modèle (Johnson et Cook, 1983), on exprime la contrainte σ en fonction de la déformation plastique ε^p , de la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ et de la température T :

$$\sigma = \left(\sigma_y + b(\varepsilon^p)^n \right) \left(1 + c \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left(1 - (T^*)^m \right) \quad \text{pour } T \geq T_{ref} \quad (\text{III.31})$$

avec $\dot{\varepsilon}_0$ la vitesse de déformation initiale et $T^* = \frac{T - T_{ref}}{T_{melt} - T_{ref}}$ où T_{ref} température de référence et T_{melt} température de fusion du matériau.

σ_y , b , n , c , et m sont les constantes définissant le matériau : σ_y est la limite d'élasticité, b est le taux d'écrouissage, n est l'exposant de l'écrouissage, c est le coefficient du taux de déformation et m est l'exposant de la température (habituellement un nombre décimal).

II.1.3 AVANTAGES ET LIMITES

Le modèle de Johnson-Cook permet donc de décrire un comportement élastoviscoplastique avec une phase élastique linéaire et une dépendance possible en déformation, vitesse de déformation et en température. Ce modèle propose a priori un comportement symétrique en traction et en compression. La simplicité de sa formulation en fait un modèle adapté à la simulation numérique et facile à implémenter dans un code de calcul. Il est cependant très important de bien calibrer les cinq paramètres avec des données expérimentales identiques à l'application que l'on veut en faire.

D'après l'équation, le taux d'écrouissage pour une déformation donnée ($d\sigma/d\varepsilon$) augmente quand la vitesse de déformation augmente : la courbe contrainte-déformation est donc ascendante quand la vitesse de déformation augmente. Par conséquent, le modèle de Johnson-Cook est approprié pour modéliser l'écrouissage des métaux (visqueux ou non) mais ne permet pas de décrire un écrouissage négatif ou constant. (Rule et Jones, 1998)

Pour déterminer les cinq paramètres constituant leur modèle, Johnson et Cook (1983) ont réalisé trois types d'expériences :

- ✓ des tests de torsion pour une large gamme de taux de déformation (du quasistatique à environ 400 s^{-1}),
- ✓ des tests de traction dynamique ou expérience de la barre de Hopkinson pour différentes températures,
- ✓ les résultats de tests de traction statique ont également été utilisés.

Ils ont ainsi déterminé ces paramètres pour différents types de fer, d'acier, d'aluminium et pour le laiton, le cuivre et le nickel.

II.2 LE MODELE DE ZERILLI-ARMSTRONG

II.2.1 DESCRIPTION DU MODELE

Zerilli et Armstrong (1987) proposent une relation constitutive basée sur la mécanique de la dislocation pour des calculs dynamiques. Cette relation additionne les effets de l'écrouissage, de la viscosité et de l'adoucissement thermique. D'après Liang et Khan (1999), il s'agit d'un modèle à écrouissage constant relativement simple comparé à d'autres modèles constitutifs basés sur la dislocation.

II.2.2 MISE EN EQUATION

Selon la forme cristalline des métaux (cubique face centrée ou cubique centrée), la relation constitutive change.

La relation proposée ci-dessous et utilisée dans le logiciel Radioss concerne les métaux de forme cristalline cubique centrée. Il lie la contrainte σ à la déformation plastique ε^p , à la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ et à la température T :

$$\sigma = \sigma_y + C_1 e^{-\left(C_2 - C_3 \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) T} + b(\varepsilon^p)^n \quad (\text{III.32})$$

avec $\dot{\varepsilon}_0$ la vitesse de déformation initiale. σ_y , b , n , C_1 , C_2 et C_3 sont les constantes définissant le matériau : σ_y est la limite d'élasticité, b est le taux d'écrouissage, n est l'exposant de l'écrouissage.

C_1 , C_2 et C_3 permettent d'avoir un ajustement supplémentaire par rapport aux influences de la température et de la vitesse de déformation. Pour déterminer ces trois paramètres, Hanson (2002) a réalisé deux types d'expériences :

- ✓ des tests de compression quasi-statique,
- ✓ des tests de compression dynamique ou expérience de la barre de Hopkinson.

A partir des résultats de ces expériences, la méthode de Monte Carlo lui a permis de déterminer les plages de variation de ces trois paramètres.

D'après l'équation liant la contrainte à la déformation ε , à la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ et à la température T , Liang et Khan (1999) ont montré que le taux d'écrouissage, $d\sigma/d\varepsilon$, est indépendant de la température et de la vitesse de déformation :

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = Kn\varepsilon^{n-1} \quad (\text{III.33})$$

II.2.3 AVANTAGES ET LIMITES

Le modèle de Zerilli-Armstrong permet donc de décrire un comportement élastoplastique avec une phase élastique linéaire et une dépendance possible en écrouissage, viscosité et en adoucissement thermique. Ce modèle est adapté aux calculs dynamiques. Ce modèle propose a priori un comportement symétrique en traction et en compression.

Selon Hanson (2002), le modèle de Zerilli-Armstrong étant basé sur la mécanique de la dislocation, il ne permet pas de reproduire tous les types d'expérience. D'autre part, il souligne toute la difficulté à déterminer les paramètres de la loi pour un matériau donné.

Liang et Khan (1999) ont d'ailleurs montré que, pour la température, les corrélations entre les données expérimentales et le modèle ne donnent pas de très bons résultats sauf pour la température ambiante qui a servi à déterminer les constantes matérielles.

II.3 LE MODELE D'ENDOMMAGEMENT DUCTILE

II.3.1 DESCRIPTION DU MODELE

Il s'agit d'un modèle d'endommagement généralisé pour matériaux ductiles (Lemaître, 1996). Le modèle de Johnson-Cook permet de décrire les phases élastique et plastique. L'endommagement est introduit par le paramètre D et est supposé isotrope. Les effets de l'endommagement sont supposés symétriques en traction et en compression.

II.3.2 MISE EN EQUATION

Le critère d'endommagement est donc un critère en déformation.

Lorsqu'une valeur critique de déformation ε_{dam} est atteinte, on considère que le matériau s'endommage : le coefficient de Poisson augmente tandis que le module d'Young diminue, modifiant ainsi la pente de la courbe de relaxation :

$$\begin{aligned} \text{Si } \varepsilon < \varepsilon_{dam} \quad \text{alors } D &= 0 \\ \text{et } \sigma &= \left(\sigma_y + b(\varepsilon^p)^n \right) \left(1 + c \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left(1 - (T^*)^m \right) \end{aligned} \quad (\text{III.34})$$

$$\begin{aligned} \text{Si } \varepsilon \geq \varepsilon_{dam} \quad \text{alors } E_{dam} &= (1 - D)E \\ \text{et } \nu_{dam} &= (1 - D)\nu + \frac{1}{2}D \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

σ_y , b , n , c , et m sont les constantes définissant le matériau pour le modèle de Johnson-Cook (voir plus haut) et ε_{dam} est la valeur critique de déformation à partir de laquelle l'endommagement commence.

II.3.3 AVANTAGES ET LIMITES

Ce modèle a été conçu pour des matériaux élastoplastiques à endommagement isotrope et ductile et nécessite de définir six paramètres (les cinq du modèle de Johnson-Cook et la valeur critique de déformation).

Selon tous les types d'éléments, la loi de comportement et la rupture ne sont pas modélisées de la même façon :

- ✓ pour des éléments 2D, la loi s'applique au tenseur des contraintes complet et lorsque la déformation maximale est atteinte, l'élément est supprimé.
- ✓ pour les éléments 3D, la loi s'applique à la partie déviatorique du tenseur des contraintes et le module de cisaillement dépend également de l'endommagement :

$$G_{dam} = \frac{E_{dam}}{2(1 + \nu_{dam})} \quad (\text{III.36})$$

L'élément ayant dépassé la déformation maximale n'est pas supprimé, mais seule la partie déviatorique du tenseur des contraintes est mise à zéro.

II.4 CONCLUSION SUR LES LOIS UTILISEES DANS LES MODELES HUMAINS EF

Ces trois lois sont utilisées dans les modèles EF du corps humain pour représenter le comportement de l'os compact et spongieux. Comme le montrent Johnson et Cook (1983), Zerilli et Armstrong (1987) et Hanson (2002), il est parfois délicat d'identifier les paramètres à partir des essais expérimentaux même pour les métaux.

Selon Liang et Khan (1999), les paramètres du modèle de Johnson-Cook sont les plus faciles à déterminer. Les os spongieux travaillant en grandes déformations, ce modèle est encore le plus avantageux.

Concernant le modèle de Zerilli-Armstrong, le principal avantage est la modélisation des os compacts, car le niveau de déformation est faible. En revanche, le taux d'écrouissage des os dépendant de la vitesse de déformation, il est plus délicat de modéliser le comportement mécanique des os.

Enfin, pour la loi d'endommagement ductile, la principale difficulté réside dans l'identification de la valeur critique de déformation à partir de laquelle l'endommagement commence ?

Les trois lois précitées sont généralement utilisées pour leur description élastique et la modélisation de la rupture : celle-ci ayant lieu avant le début de la phase plastique. Seuls trois paramètres (E , ν et ε_{max}) modélisent alors le comportement de l'os.

Le principal inconvénient est que ces trois lois décrivent un comportement symétrique en traction et en compression.

II.5 UN MODELE DE MOUSSE

Parmi les modèles phénoménologiques, nous avons choisi d'étudier le modèle de mousse car il pourrait être utilisé pour modéliser le comportement de l'os spongieux, comme nous allons le voir.

II.5.1 DESCRIPTION DU MODELE

Gibson et Ashby (1997) ont largement étudié le comportement des matériaux cellulaires tels que les mousses et les structures en nids d'abeilles et aussi, plus spécifiquement, le bois, l'os spongieux et le liège.

Généralement, ce groupe de matériaux est utilisé pour ses propriétés à la compression. Leur comportement est très dépendant de la densité du matériau. A l'exemple de la courbe de compression d'une mousse en polyméthacrylimid (figure suivante), on peut le décomposer en trois phases : l'élasticité linéaire, la plastification (sous forme de plateau) et la densification.

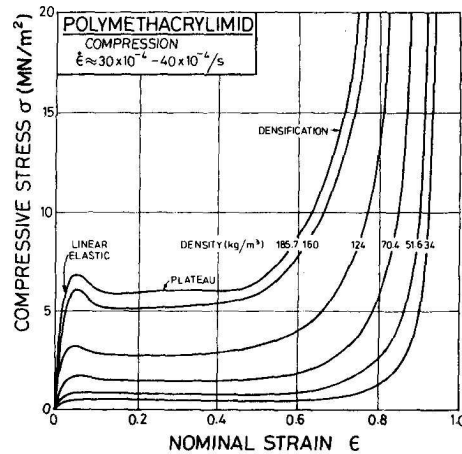


Figure 18 : Courbes de compression d'une mousse en polyméthacrylimid en fonction de la densité (Gibson et Ashby, 1997)

Dans le cas des mousses, Gibson et Ashby utilisent une approche phénoménologique pour reproduire le comportement en différenciant les mousses à cellules ouvertes de celles à cellules fermées.

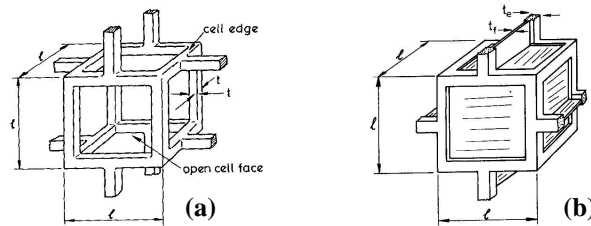


Figure 19 : Schémas d'une cellule ouverte (a) et d'une cellule fermée (b) (Gibson et Ashby, 1997)

Pour les mousses élastomères à cellules ouvertes, la figure suivante nous permet de comparer la courbe expérimentale à la courbe théorique obtenue grâce au modèle phénoménologique.

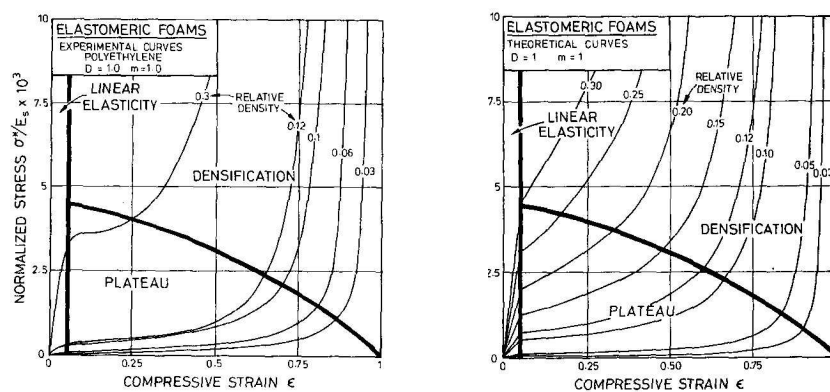


Figure 20 : Comparaison entre la courbe expérimental d'une mousse élastomère et sa courbe théorique (Gibson et Ashby, 1997)

II.5.2 MISE EN EQUATION

Le modèle phénoménologique se décompose en cinq équations qui correspondent aux trois phases et aux deux frontières qui les séparent.

La densité relative

Etant donnée la dépendance en densité des mousses, les équations se basent sur la densité relative ρ_r . Elle correspond au rapport entre la densité de la structure cellulaire ρ^* et la densité du matériau constituant les parois de la mousse ρ_s : $\rho_r = \rho^* / \rho_s$

Pour une mousse à cellule ouverte, on définit alors un module d'Young relatif E_r de la même façon que la densité relative :

$$E_r = \frac{E^*}{E_s} = \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (\text{III.37})$$

1. élasticité linéaire

L'équation caractéristique de l'élasticité linéaire est : $\sigma = E^* \varepsilon$.

2. frontière entre élasticité linéaire et plateau

Pour une mousse à cellule ouverte, la contrainte seuil d'élasticité σ_y^* est donnée par la relation suivante :

$$\frac{\sigma_y^*}{E_s} \approx 0,05 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (\text{III.38})$$

ou, si l'on prend en compte la correction de densité pour cellules ouvertes :

$$\frac{\sigma_y^*}{E_s} \approx 0,03 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \left(1 + \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^{1/2} \right)^2 \quad (\text{III.39})$$

En remplaçant dans l'équation précédente, nous obtenons l'équation de la frontière :

$$\varepsilon = \varepsilon_y = 0,05 \quad \text{ou} \quad \frac{\sigma}{E_s} = \varepsilon \left(\left(\frac{\varepsilon}{0,03} \right)^{1/2} - 1 \right)^4 \quad (\text{III.40})$$

3. flambement élastique

La meilleure approche est semi-empirique et utilise la valeur de la déformation maximale, c'est-à-dire, la déformation de densification, ε_D définie par :

$$\varepsilon_D = 1 - 1,4 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right) \quad (\text{III.41})$$

Nous avons alors deux équations décrivant le flambement élastique et la densification en fonction de la déformation :

$$\begin{cases} \frac{\sigma^*}{\sigma_y} = 1 & \varepsilon \leq \varepsilon_D \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) + \varepsilon_y \\ \frac{\sigma^*}{\sigma_y} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_D - \varepsilon} \right)^\beta & \varepsilon > \varepsilon_D \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) + \varepsilon_y \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

avec α et β deux paramètres dépendant du type de mousse.

4. frontière entre flambement élastique et densification

Le critère de début de densification est donné par :

$$\varepsilon_c = 1 - \frac{1}{0,3} \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right) \quad (\text{III.43})$$

Sachant que :

$$\frac{\sigma^*}{\sigma_y} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_D - \varepsilon} \right)^\beta \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_y^*}{E_s} \approx 0,05 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (\text{III.44})$$

on a alors :

$$\frac{\sigma^*}{\sigma_y} = \frac{0,05}{\alpha} \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_D - \varepsilon} \right)^\beta \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (\text{III.45})$$

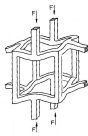

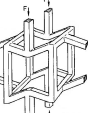
En utilisant la déformation au début de la densification, ε_c , nous obtenons :

$$\frac{\sigma^*}{E_s} = \frac{0,0045}{\alpha} \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_D - \varepsilon_c} \right)^\beta (1 - \varepsilon_c)^2 = \frac{0,0045}{\alpha} \left(\frac{1 - 0,72\varepsilon_c}{1 - \varepsilon_c} \right)^\beta (1 - \varepsilon_c)^2 \quad (\text{III.46})$$

5. densification

Pour la densification, les équations sont les mêmes que pour le flambement élastique.

Pour résumer :

<p>❶ $\sigma = E^* \varepsilon$</p> <p>(a) $\frac{\sigma}{E_s} = \varepsilon \left(\left(\frac{\varepsilon}{0,03} \right)^{1/2} - 1 \right)^4$</p>	
<p>❷ $\begin{cases} \frac{\sigma^*}{\sigma_y} = 1 & \varepsilon \leq \varepsilon_D \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) + \varepsilon_y \\ \frac{\sigma^*}{\sigma_y} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_D - \varepsilon} \right)^\beta & \varepsilon > \varepsilon_D \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) + \varepsilon_y \end{cases}$</p>	
<p>(b) $\frac{\sigma^*}{E_s} = \frac{0,0045}{\alpha} \left(\frac{1 - 0,72\varepsilon_c}{1 - \varepsilon_c} \right)^\beta (1 - \varepsilon_c)^2$</p> <p>❸ Idem ❷</p>	

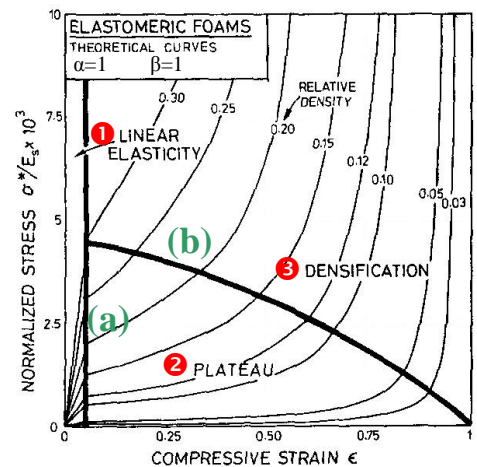


Tableau 3 : Résumé des équations pour décrire le comportement d'une mousse en compression

II.5.2.1 AVANTAGES ET LIMITES

Il s'agit donc d'un modèle phénoménologique décrivant la compression d'une mousse en fonction de la densité relative et des paramètres α et β .

Les courbes du tableau 3 correspondent aux résultats du modèle phénoménologique avec $\alpha = \beta = 1$. Dans ce cas précis, on peut remarquer que le modèle ne permet pas de décrire l'effondrement observé entre la phase élastique et le plateau. Il apparaît donc nécessaire de bien caler les paramètres.

Ce modèle pourrait être couplé à un modèle élastique linéaire pour matériau fragile afin de décrire le comportement des mousses élastomères en traction.

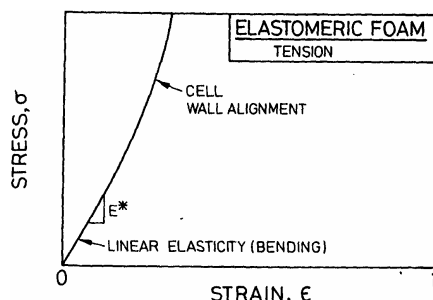


Figure 21 : Courbe de traction d'une mousse élastomère (Gibson et Ashby, 1997)

On pourrait utiliser les équations développées pour les mousses élastomères à cellules ouvertes afin de décrire la compression de l'os spongieux mais il serait alors nécessaire de le coupler à un modèle permettant de décrire d'autres types de chargement.

Pour la phase élastique, la valeur du module d'Young est inférieure à celle généralement admise pour l'os spongieux. On peut cependant corriger sa valeur à l'aide du coefficient C_1 de la formule générale :

$$\frac{E^*}{E_s} = C_1 \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (\text{III.47})$$

D'autre part, il est nécessaire de déterminer les paramètres α et β et d'avoir une base de données conséquente pour la densité relative de l'os spongieux. Quelles expériences mettre en œuvre pour les identifier ?

II.5.3 LE MODELE DE NIDS D'ABEILLES

Le comportement des structures en nids d'abeilles est plus complexe car il dépend du type de chargement (uniaxial ou biaxial) et du sens du chargement (plan ou antiplan). C'est la raison pour laquelle Gibson et Ashby ne proposent aucune méthode phénoménologique pour décomposer le comportement en compression des nids d'abeilles.

II.6 UNE APPROCHE PROBABILISTE DE LA RUPTURE FRAGILE

Pithioux (2000) a choisi cette approche pour décrire la rupture des os longs. La rupture fragile a lieu par clivage. L'amorce d'un clivage est occasionnée par une concentration de contraintes qui résultent de défauts géométriques et plus particulièrement de petites indentations superficielles.

Le clivage est un mode de rupture probabiliste, la contrainte de clivage dépendant de la distribution de la taille des défauts. L'élément le moins résistant est habituellement responsable des ruptures fragiles. Les modèles de Weibull et de Beremin sont des modèles probabilistes basés sur la théorie du maillon le plus faible.

II.6.1 HYPOTHESE DU MAILLON LE PLUS FAIBLE

Soit une pièce de volume V découpée en volumes élémentaires V_0^i . Ces volumes élémentaires sont appelés mailles. Voici les trois hypothèses émises sur ces volumes :

Hypothèse 1 : Toutes les mailles sont indépendantes et la probabilité d'y trouver une microfissure de longueur raisonnable n'est pas trop faible.

Hypothèse 2 : Chaque maille doit contenir au maximum une fissure (même de longueur nulle).

Hypothèse 3 : Les champs de contraintes sont uniformes dans chaque maille V_0^i .

En résumé, les volumes élémentaires ne doivent être ni trop grands pour ne contenir qu'une seule fissure, ni trop petits pour être indépendants des mailles voisines.

Soit $p_{R_i}(\sigma, V_0^i)$ (resp. $p_R(\sigma, V)$), la probabilité de rupture de l'élément V_0^i (resp. V) sous une contrainte σ .

Alors $1 - p_{R_i}(\sigma, V_0^i)$ (resp. $1 - p_R(\sigma, V)$) est la probabilité de survie (non-rupture) de V_0^i (resp. V) sous une contrainte σ .

L'hypothèse 1 s'écrit :

$$1 - p_R(\sigma, V) = \prod_{i=1}^N (1 - p_{R_i}(\sigma, V_0^i)) \quad (\text{III.48})$$

Autrement dit, la probabilité de survie de l'ensemble est égale au produit des probabilités de survie de chacun des éléments. Soit sous forme logarithmique :

$$\ln(1 - p_R(\sigma, V)) = \sum_{i=1}^N \ln(1 - p_{R_i}(\sigma, V_0^i)) \quad (\text{III.49})$$

Si on considère que la probabilité de rupture est la même pour chaque volume élémentaire, alors l'équation précédente devient :

$$\ln(1 - p_R(\sigma, V)) = N \ln(1 - p_R(\sigma, V_0)) \quad (\text{III.50})$$

La probabilité de rupture du volume V vaut à ce moment-là :

$$p_R(\sigma, V) = 1 - e^{\left(-\frac{V}{V_0} \ln \frac{1}{1 - p_R(\sigma, V_0)} \right)} \quad (\text{III.51})$$

D'où en posant $f(\sigma) = \ln \frac{1}{1 - p_R(\sigma, V_0)}$ et en prenant une distribution uniforme des contraintes à travers un volume W : $p_R(\sigma, V) = 1 - e^{(-W f(\sigma))}$ (III.52)

Remarque : Dans le cas où la distribution des contraintes n'est pas uniforme dans les volumes élémentaires, le volume V est divisé en volumes élémentaires ΔV . La probabilité de rupture du volume V devient donc :

$$\begin{aligned} p_R(\sigma, V) &= 1 - \exp \left(- \sum \frac{\Delta V}{V_0} \ln \frac{1}{1 - p_R(\sigma, V_0)} \right) \\ &= 1 - \exp \left(- \int \left(\ln \frac{1}{1 - p_R(\sigma, V_0)} \right) \frac{dV}{V_0} \right) \end{aligned} \quad (III.53)$$

$p_R(\sigma, V)$ et $f(\sigma)$ sont des fonctions inconnues. Nous allons à présent étudier deux des lois proposées pour déterminer $f(\sigma)$.

II.6.2 THEORIE DE WEIBULL (1951)

Weibull a suggéré que $f(\sigma) = \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m$ avec σ_u seuil de contrainte en dessous duquel la probabilité de rupture est nulle, σ_0 la contrainte de rupture moyenne d'un échantillon de volume V_0 et m le module de Weibull. Dans la plupart des cas, $\sigma_u = 0$.

II.6.3 MODELE DE BEREMIN (1983)

Beremin considère une loi pour déterminer la probabilité $p_R(\sigma, V_0)$ (cf. allure sur Figure 22).

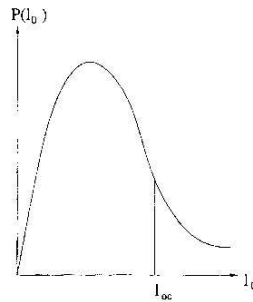


Figure 22 : Loi de distribution de la taille des défauts

Dans chaque volume V_0 , la probabilité de trouver une fissure d'une longueur comprise entre l_0 et $l_0 + dl_0$ est asymptotique telle que :

$$p(l_0) dl_0 = \frac{\alpha}{l_0^\beta} dl_0 \quad (III.54)$$

où α et β dépendent du matériau ($\beta > 1$).

La probabilité de rupture d'un volume V_0 sous une contrainte σ est égale à la probabilité de trouver une fissure de taille supérieure à la taille critique, c'est-à-dire :

$$p_R(\sigma, V_0) = \int_{l_{0c}}^{\infty} p(l_0) dl_0 \quad (\text{III.55})$$

où l_{0c} est la longueur critique de la fissure telle que :

$$K_{IC} = A \sigma \sqrt{l_{0c}} \quad (\text{III.56})$$

avec K_{IC} facteur d'intensité de contrainte et A constante dépendant de la géométrie du matériau (Lemaitre et Chaboche, 2001). Ces facteurs dépendent de la forme de la pièce et du chargement appliqué.

En insérant (III.55) et (III.57) dans (III.56), la probabilité de rupture d'une maille vaut :

$$p_R(\sigma, V_0) = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (\text{III.57})$$

$$\text{avec } m = 2\beta - 2 \text{ et } \sigma_0 = \left(\frac{K_{IC}}{A} \right) \left(\frac{\beta - 1}{\alpha} \right)^{\frac{1}{m}}$$

Ensuite en écrivant le développement de $f(\sigma)$ à l'ordre 1, on obtient :

$$f(\sigma) = p_R(\sigma, V_0) = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (\text{III.58})$$

Ce qui permet d'écrire la probabilité de rupture du volume V :

$$p_R(\sigma, V) = 1 - \exp \left(- \frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right)$$

Remarque : Dans le cas où la distribution des contraintes n'est pas uniforme dans les volumes élémentaires, la probabilité de rupture du volume V devient :

$$p_R(\sigma, V) = 1 - \exp \left(- \int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \frac{dV}{V_0} \right) \quad (\text{III.59})$$

Cette relation s'applique aisément aux calculs par éléments finis. Lors d'essais expérimentaux sur dix fémurs bovins, Pithioux (2000) a montré que la théorie de Weibull donnait une loi de probabilité de rupture tout à fait satisfaisante pour la rupture fragile d'os longs. Elle a également utilisé le modèle de Beremin dans le cas numérique ce qui lui a permis de corroborer les résultats expérimentaux obtenus avec la théorie de Weibull.

Des études dynamiques plus récentes (Pithioux et al, 2004) montrent que le modèle de Weibull donne des résultats plus faibles en dynamique qu'en quasi-statique avec une dispersion plus importante.

II.6.4 CONCLUSION

Le modèle de rupture fragile proposé par Pithioux est donc un modèle probabiliste donnant la probabilité de rupture du volume considéré en fonction de la contrainte à la rupture mesurée expérimentalement. Avec la théorie de Weibull, ce modèle nécessite de connaître trois paramètres matériaux (σ_u , le seuil de contrainte en dessous duquel la probabilité de rupture est nulle, σ_0 , la contrainte de rupture moyenne d'un échantillon de volume V_0 et m le module de Weibull) alors qu'avec le modèle de Beremin, quatre paramètres sont nécessaires (deux paramètres dépendant du matériau, α et β , une constante dépendant de la géométrie du matériau A et σ_0).

Ce modèle ne permet pas de connaître l'évolution de variables mécaniques telles que la contrainte ou la déformation de l'os. Cependant, on pourrait s'en servir pour définir un critère de rupture.

III LES MODELES RHEOLOGIQUES

Parmi les modèles rhéologiques de la littérature, deux décrivent le comportement de l'os :

- ✓ Le premier modèle décrit le comportement non-linéaire de l'os compact en traction (Fondrk et al, 1999) ;
- ✓ Le second décrit le comportement des os en traction et en compression pour des chargements cycliques (Garcia et al, 2003).

Le premier modèle sera présenté dans cette partie. Le second ayant servi de base à la construction de la loi de comportement, il sera présenté plus en détail dans le chapitre suivant.

III.1 MODELE D'ENDOMMAGEMENT NON-LINEAIRE DE L'OS COMPACT EN TRACTION

III.1.1 DESCRIPTION DU MODELE

Le modèle proposé par Fondrk et al (1999) est une association en parallèle d'un ressort et d'un modèle de Bingham-Körper. Le modèle de Bingham-Körper permet de décrire un comportement viscoélastoplastique grâce à l'association en série d'un ressort et d'un ensemble parallèle d'un amortisseur linéaire et d'un élément de Saint Venant.

Ce modèle est défini par deux variables d'état internes :

- ✓ la déformation dans l'élément viscoplastique, ε^{vp} ;
- ✓ un paramètre opposé de l'endommagement, V_1 telle que $V_1 = 1 - D$.

Remarque : ici, la déformation peut s'exprimer également par $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{vp}$

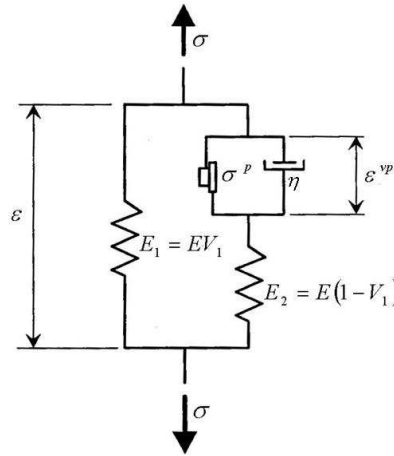


Figure 23 : Modèle rhéologique de Fondrk et al (1999)

III.1.2 MISE EN EQUATION

Expression de l'énergie libre massique

Le modèle est unidimensionnel et sous l'hypothèse des petites perturbations. Le tableau ci-dessous donne l'énergie libre pour chaque élément rhéologique :

Ressort de raideur E_1	$\psi = \frac{E_1}{2\rho} \varepsilon^2 = \frac{E(1-D)}{2\rho} \varepsilon^2$
Ressort de raideur E_2	$\psi = \frac{E_2}{2\rho} (\varepsilon - \varepsilon^{vp})^2 = \frac{ED}{2\rho} (\varepsilon - \varepsilon^{vp})^2$
Patin	ψ n'existe pas
Amortisseur de viscosité η	ψ n'existe pas

Tableau 4 : Expressions de l'énergie libre pour les différents éléments rhéologiques du modèle

L'énergie libre du modèle correspond donc à la somme des énergies libres des ressorts de raideurs E_1 et E_2 :

$$\psi = \frac{E(1-D)}{2\rho} \varepsilon^2 + \frac{DE}{2\rho} (\varepsilon - \varepsilon^{vp})^2 \quad (\text{III.60})$$

De cette énergie, on en déduit les lois d'état suivantes :

$$\begin{cases} \sigma = E(1-D)\varepsilon + DE(\varepsilon - \varepsilon^{vp}) = E(\varepsilon - D\varepsilon^{vp}) \\ Y = \frac{E}{2} \varepsilon^2 - \frac{E}{2} (\varepsilon - \varepsilon^{vp})^2 = \frac{E}{2} \varepsilon^{vp} (2\varepsilon - \varepsilon^{vp}) \\ A_2 = DE(\varepsilon - \varepsilon^{vp}) \end{cases} \quad (\text{III.61})$$

avec Y le taux de restitution d'énergie élastique et variable associée à l'endommagement, et A_2 variable associée à la déformation viscoplastique ε^{vp} .

Expression des contraintes

A chaque élément rhéologique de base est associée une loi de comportement réversible ou non (Lemaitre et Chaboche, 2001). Dans le tableau ci-dessous, nous avons l'expression de ces

lois donnant la contrainte en fonction de la déformation ou du taux de déformation pour chaque élément rhéologique du modèle.

Ressort de raideur E_1	$\sigma = E(1 - D)\varepsilon$
Ressort de raideur E_2	$\sigma = ED(\varepsilon - \varepsilon^{vp})$
Patin	$\sigma = \begin{cases} \sigma^p \text{ signe}(\dot{\varepsilon}^{vp}) & \text{si } \dot{\varepsilon}^{vp} \neq 0 \\ \in [-\sigma_-^p, +\sigma_+^p] & \text{si } \dot{\varepsilon}^{vp} = 0 \end{cases}$
Amortisseur de viscosité η	$\sigma = \frac{\eta}{2} \dot{\varepsilon}^{vp}$

Tableau 5 : Expressions de la contrainte pour les différents éléments rhéologiques du modèle

Expression du pseudo-potentiel de dissipation

Le pseudo-potentiel de dissipation est défini de la même façon que l'énergie libre massique à partir des lois de couplage des associations série-parallèle des modèles rhéologiques :

Ressort de raideur E_1	φ n'existe pas
Ressort de raideur E_2	φ n'existe pas
Patin	$\varphi = \sigma^p \dot{\varepsilon}^{vp} $
Amortisseur de viscosité η	$\varphi = \frac{\eta}{2} \dot{\varepsilon}^{vp^2}$

Tableau 6 : Expressions du pseudo-potentiel de dissipation pour les différents éléments rhéologiques du modèle

Comme nous l'avons vu au *paragraphe II.2.4 du chapitre 2*, la dissipation doit être positive ($\phi \geq 0$). Dans le cas présent, pour définir des lois relatives aux processus dissipatifs, nous allons supposer que les dissipations intrinsèque et thermique sont découplées, d'où : $A_k \cdot \dot{V}_k \geq 0$ avec V_k sont les variables internes et A_k leurs variables associées.

soit : $Y\dot{D} + A_2 \dot{\varepsilon}^{vp} \geq 0$ (III.62)

On distingue ensuite le cas où le patin ne glisse pas ($\dot{\varepsilon}^{vp} = 0$) du cas où le patin glisse ($\dot{\varepsilon}^{vp} \neq 0$) :

$$\checkmark \quad \dot{\varepsilon}^{vp} = 0 \quad \text{alors} \quad Y\dot{D} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{E\varepsilon^{vp}\dot{D}}{2}(2\varepsilon - \varepsilon^{vp}) \geq 0 \Leftrightarrow \dot{D} \geq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon^{vp}} \geq \frac{1}{2} \quad (\text{III.63})$$

$$\checkmark \quad \dot{\varepsilon}^{vp} \neq 0 \quad \text{alors} \quad Y\dot{D} + A_2 \dot{\varepsilon}^{vp} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{E\varepsilon^{vp}\dot{D}}{2}(2\varepsilon - \varepsilon^{vp}) + ED(\varepsilon - \varepsilon^{vp})\dot{\varepsilon}^{vp} \geq 0 \quad (\text{III.64})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \eta \geq 0 \\ \sigma^p \dot{\varepsilon}^{vp} \geq 0 \\ \dot{D} \geq 0 \\ \frac{\varepsilon}{\varepsilon^{vp}} \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{pour} \quad \dot{D} \neq 0 \quad (\text{III.65})$$

Définitions de certaines variables

Afin de pouvoir utiliser ce modèle, Fondrk et al (1999) ont défini les fonctions de viscosité η et de glissement σ^p à l'aide de précédentes études (Fondrk et al, 1999b...). Ces mêmes études leur ont permis de définir l'évolution de la déformation viscoplastique.

Le modèle a donc été testé dans les mêmes conditions que celles qui ont permis de déterminer les trois fonctions à savoir en traction transitoire et en flexion : les résultats sont majoritairement en deçà des données expérimentales.

III.1.3 AVANTAGES ET LIMITES

Il s'agit d'un modèle d'endommagement viscoélastoplastique. Ce modèle a été validé dans le cas de la traction et de la flexion d'os cortical. Fondrk et al ont émis trois hypothèses pour utiliser leur modèle :

- ✓ les effets de Poisson sont négligeables ;
- ✓ les contraintes de cisaillement sont constantes le long de la ligne perpendiculaire au plan de chargement ;
- ✓ le comportement en compression est linéaire élastique (i.e. l'accumulation d'endommagement n'affecte pas le comportement contrainte-déformation en compression).

Toutefois, ce modèle nécessite de connaître l'évolution de trois de ces variables (la viscosité, le glissement et la déformation viscoplastique) pour les cas de chargement étudiés.

Nous pourrions utiliser ce modèle pour décrire le comportement de l'os compact en traction et en flexion. Toutefois, outre les trois hypothèses simplificatrices, le principal inconvénient est que certaines variables (notamment η et σ^p) sont définies à l'aide d'essais expérimentaux spécifiques (cf. Fondrk et al, 1999b).

IV LES MODELES STRUCTURALS

L'essor de logiciels de reconstruction 3D à partir d'images médicales tels que Mimics (Materialise's Interactive Medical Image Control System, Materialise©) ou Alpha et QMT (Quads Marching Tetrahedra) (Bidal, 2003) permettent d'avoir des modèles du corps humain de plus en plus précis avec une géométrie de plus en plus fine.

D'autre part, la puissance croissante des stations de calcul permet de mailler ces géométries avec de plus en plus d'éléments : HUMOS comptait 50 000 éléments (Robin, 2001) alors qu'un modèle de pelvis en compte actuellement 368 000 (Labe et al, 2006).

La réponse d'un modèle n'est donc plus seulement liée à la loi de comportement mais aussi à la conception du modèle (géométrie, maillage, interfaces...) comme nous allons le voir à travers deux exemples.

Dans ces deux modèles, les auteurs considèrent que la structure microscopique est à l'origine du comportement macroscopique.

IV.1 LE MODELE MICRO-MACRO

IV.1.1 DESCRIPTION DU MODELE

Arnoux et al (2002) présentent une approche micro-macro pour modéliser le comportement des os et des ligaments.

La méthode est basée sur la structure fibreuse des os et des ligaments. L'objectif est de montrer comment la modélisation par EF de modèles fibreux, sous sollicitations dynamiques, permet de prendre en compte les mécanismes d'endommagement induits par les mécanismes de décohésion des fibres. Il ne s'agit donc pas d'établir une loi précise sur chaque liaison, mais au contraire de partir d'un critère de rupture sur les liaisons et d'étudier les processus d'endommagement à l'échelle de la structure.

IV.1.2 MISE EN EQUATION

IV.1.2.1 DEFINITION D'UN VOLUME ELEMENTAIRE

Le volume élémentaire choisi correspond aux dimensions d'une fibrille de collagène :

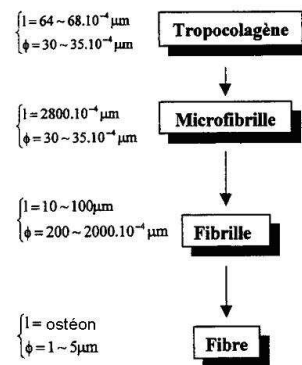


Figure 24 : Structure hiérarchique d'un ostéon

Le modèle fibreux est constitué longitudinalement d'un assemblage de 21 microfibrilles sur 30 couches successives.

IV.1.2.2 LE MODELE DE BRIQUES

La méthode consiste à mailler la structure avec des éléments « briques » avec une période de recouvrement. Les microfibrilles sont supposées élastiques linéaires.

On considère qu'il y a cohésion entre les briques. La loi de cohésion (type Mohr-Coulomb) avec frottement permet de décrire les liaisons, l'endommagement découlant du mécanisme de décohésion et de frottement. En effet, les interactions entre les briques sont gérées par les conditions de contact unilatéral de type Signorini et de frottement de Coulomb.

Le graphe de la loi de Mohr-Coulomb (cf. Figure 25) permet de décrire trois types de situations correspondant aux points A, B, C :

- ✓ Tant que l'on est à l'intérieur du cône, il y a cohésion entre les deux corps (ex : en A, le contact est dit parfait) ;
- ✓ Sur la frontière du cône (en C par exemple), il y a décohésion mais les deux corps sont en frottement, sauf en B où il y a aussi perte de contact et frottement ;
- ✓ Enfin à l'extérieur du cône, il n'y a ni cohésion, ni contact et frottement.

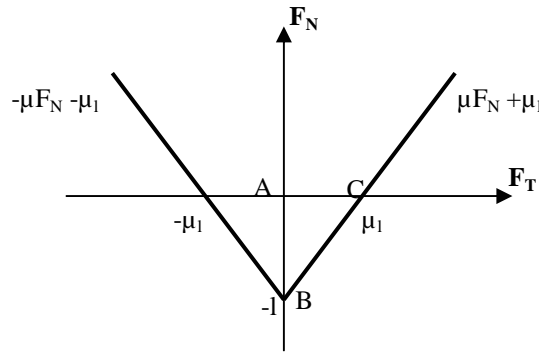


Figure 25 : Cône de Mohr-Coulomb

Pour une telle formulation, le contact unilatéral avec adhésion s'écrit alors :

$$v_N \geq 0, F_N \geq -l, v_N (F_N + l) = 0 \quad (\text{III.66})$$

Sachant que la vitesse relative d'un point d'une brique peut se décomposer en une partie normale et une autre tangentielle à la brique, soient respectivement v_N et v_T . De même la force de réaction exercée par une brique sur une seconde se décompose en F_N et F_T .

La loi de frottement avec adhésion à seuil (μ_l) devient :

$$\begin{aligned} v_T = 0 &\Rightarrow F_T \in]-\mu F_N - \mu_l ; \mu F_N + \mu_l[\\ v_T < 0 &\Rightarrow F_T = -\mu F_N - \mu_l \\ v_T > 0 &\Rightarrow F_T = \mu F_N + \mu_l \end{aligned} \quad (\text{III.67})$$

Les paramètres entrés dans le modèle sont alors :

le coefficient de frottement statique noté μ_s , donné par $\tan \alpha = L/l = \mu_s$,

le seuil de cohésion en traction (noté ADH), donné par $ADH = l$,

le seuil de cohésion en cisaillement, donné par $L = \mu_s \cdot ADH = l \cdot \mu_s$,

lorsqu'il y a glissement, un coefficient de frottement dynamique noté μ_d .

Pour un volume élémentaire de N couches, la force maximale à la rupture vaut :

$$F_{\max} = N l + (N + 1) \mu_l \quad (\text{III.68})$$

D'où la contrainte correspondante :

$$\sigma_{\max} = \frac{l}{d} + \frac{N+1}{N} \frac{\mu_l}{d} \text{ avec } d \text{ la largeur de la microfibrille} \quad (\text{III.69})$$

La déformation maximale à la rupture est alors donnée par :

$$\epsilon_{\max} = \frac{1}{d E} \left(\frac{l}{d} + \frac{N+1}{N} \frac{\mu_l}{d} \right) \quad (\text{III.70})$$

où E est le module d'Young fixé sur chaque brique.

La modélisation d'un essai de traction montre que le mécanisme d'endommagement est très brutal et directement identifiable par la décohésion des fibres entre elles. De plus, le mode de rupture est comparable à un mode de rupture en avalanche (voir Figure 26).

Les résultats sont en accord avec les résultats expérimentaux. Les paramètres influençant la réponse du modèle sont les seuils de cohésion et le coefficient de frottement.

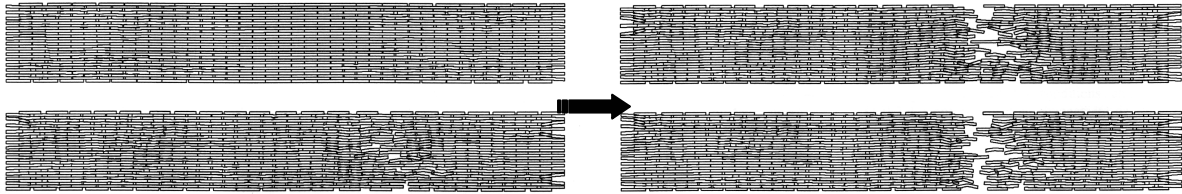


Figure 26 : Effondrement du modèle de briques en traction

IV.1.3 AVANTAGES ET LIMITES

Le modèle de Arnoux et al (2002) se base sur une description précise des liaisons entre les fibres, éléments microscopiques de la structure. Les fibres sont considérées comme étant élastiques linéaires. Les liaisons entre les briques sont représentées par une loi de cohésion avec frottement.

D'autre part, il est nécessaire d'identifier le module d'Young, le coefficient de Poisson et la densité pour les fibres mais aussi pour les liaisons entre les fibres ; soit au total six paramètres.

Notre but étant de pouvoir s'adapter à tous types de modèles EF, la principale difficulté de cette démarche est d'appliquer ce type de maillage aux modèles actuellement développés au LBA.

IV.2 LA MODELISATION GEOMETRIQUE DE L'OS SPONGIEUX

Les travaux de thèse de Bruyère (2000) et Follet (2002) consistent en la modélisation géométrique de l'os spongieux. L'objectif est d'utiliser les propriétés structurelles et architecturales de ce tissu pour décrire son comportement. Il s'agit de travaux complémentaires appliqués à la modélisation de la compression de l'os spongieux respectivement des vertèbres de brebis et des calcanéus humains.

IV.2.1 LES TRAVAUX DE BRUYERE (2000)

IV.2.1.1 DESCRIPTION DU MODELE 2D

Le premier modèle qu'elle propose est un modèle EF 2D. Il a été utilisé pour estimer le comportement mécanique de l'os spongieux. Le maillage est constitué d'un treillis de barres avec une loi de Voigt dans la direction longitudinale et une loi de Reuss dans la direction transversale.

La loi de Voigt, par exemple, est une loi viscoélastique. Le modèle rhéologique associé est l'assemblage en parallèle d'un ressort avec un amortisseur (Manias, 2006). La relation contrainte-déformation est alors la suivante :

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (\text{III.71})$$

avec E le module d'Young et η la viscosité.

Le modèle 2D donne une bonne estimation des propriétés de compression pour une structure spongieuse de type « plaques ». Toutefois les caractéristiques du modèle ne tiennent pas compte des propriétés du tissu trabéculaire et de l'influence de la moelle.

IV.2.1.2 DESCRIPTION DU MODELE 3D

Le second est un modèle EF de briques construit à partir d'images médicales dont les objectifs sont de déterminer le module d'Young par méthode inverse et de visualiser les contraintes à l'échelle des travées en compression.

Le volume représentatif du modèle 3D est relativement important par rapport à la cohérence avec les résultats expérimentaux. Les résultats sont cohérents pour le module d'Young ; cependant le nombre d'échantillons modélisés par EF devrait être plus important. La répartition des contraintes montre divers types de sollicitations : flambage, compression des travées verticales, flexion des travées horizontales et concentration de contraintes autour des perforations.

IV.2.1.3 AVANTAGES ET LIMITES

Les deux modèles proposés par Bruyère sont basés sur une description fine de la structure microscopique de l'os spongieux. Les lois de comportement utilisées sont des lois élastoplastiques et viscoélastiques classiques.

IV.2.2 LES TRAVAUX DE FOLLET (2002)

IV.2.2.1 DESCRIPTION DU MODELE 3D

Le modèle EF d'Hélène Follet est construit à partir d'images médicales. Il est composé de briques auxquelles une loi élastoplastique parfaite est appliquée. Les deux objectifs de ce modèle sont de déterminer le module d'Young d'un os spongieux en compression par méthode inverse et de simuler la rupture de l'échantillon modélisé.

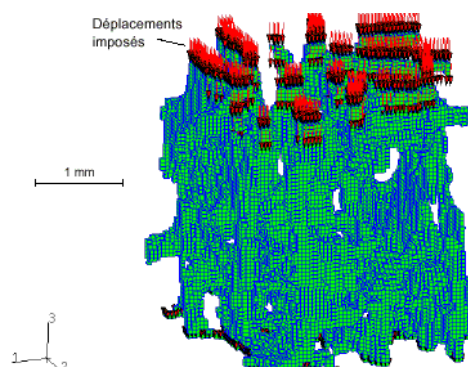


Figure 27 : Conditions aux limites pour une simulation EF de compression d'un échantillon d'os spongieux

La rupture est déterminée à partir des isovaleurs de la déformation de Von Mises (Figure 28).

Le modèle de briques donne un module apparent numérique du même ordre de grandeur que ceux trouvés expérimentalement mais les modules apparents des travées sont largement surestimés.

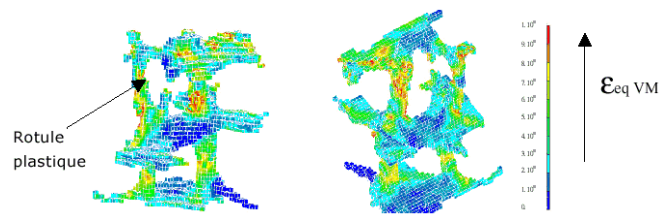


Figure 28 : Travée sous compression verticale avec une loi de comportement élastoplastique

Un deuxième modèle a été utilisé avec des éléments poutres pour déterminer le module d'Young et la limite élastique. La loi de comportement appliquée est d'abord élastoplastique parfaite puis élastoplastique avec accroissement de la contrainte durant la phase de plastification. Ceci permet de simuler l'apparition de l'endommagement.

Pour le modèle de poutres, les modules apparents sont très élevés par rapport à l'expérimental, ce qui semble provenir d'un modèle trop raide et de modules trabéculaires trop faibles.

Malgré tout, les deux modèles rendent assez bien compte des zones les plus à risque selon le type d'architecture de l'échantillon modélisé.

En comportement élastoplastique, l'écroutissement se révèle trop faible pour que la limite élastique soit proche des données de la littérature.

Les modèles construits à partir d'images IRM semblent donner de meilleurs résultats que ceux issus de la tomographie.

IV.2.2.2 AVANTAGES ET LIMITES

Les deux modèles proposés par Follet se basent sur une description fine de la structure microscopique de l'os spongieux à l'aide d'IRM et d'images tomographiques. Les lois de comportement utilisées sont des lois élastoplastiques classiques.

Les conclusions de Follet montrent plusieurs limites à ce type de modélisation :

- ✓ La difficulté à paramétrer les variables de la loi de comportement élastoplastique à accroissement de contrainte ;
- ✓ Les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie semblent erronées ;
- ✓ Les lois de comportement paraissent peu réalistes.

IV.2.3 CONCLUSION

Ces deux modèles montrent donc l'influence de la géométrie et du maillage sur la réponse d'un modèle EF. Follet souligne notamment la nécessité d'un compromis entre précision géométrique et pertinence des lois de comportement utilisées. Bien qu'il y ait peu d'information sur le nombre de paramètres nécessaires aux différentes lois de comportement, Follet insiste sur la difficulté d'ajustement des paramètres (module d'Young et contrainte limite d'élasticité, par exemple).

Pour les modèles EF utilisés et développés au LBA, il s'agit effectivement de trouver un compromis entre la précision géométrique et la pertinence des lois de comportement. C'est

pourquoi, la précision choisie pour le maillage ne permet généralement pas de décrire la structure microscopique de l'os spongieux.

V CONCLUSION

Après Kachanov en 1958, la mécanique de l'endommagement a connu un essor important à partir des années 1970. Beaucoup d'études ont pour but de caractériser les spécificités et le comportement des matériaux à l'endommagement.

Sur l'ensemble de nos recherches, nous avons choisi de ne présenter qu'une dizaine de lois de comportement : des plus complexes et complètes que sont les modèles thermodynamiques aux plus appliquées tels que les modèles structuraux.

Parmi ces lois de comportement, trois ont été adaptées pour décrire le comportement de l'os dans les modèles EF du corps humain actuels : les modèles de Johnson-Cook, de Zerilli-Armstrong et d'endommagement ductile.

Nous avons également découvert que deux modèles rhéologiques unidimensionnels avaient servi à la description du comportement de l'os compact en traction (modèle de Fondrk et al) et pour des chargements cycliques de traction-compression (modèle de Garcia et al).

Pour l'adaptation de ces lois à la description du comportement de l'os, la principale difficulté est d'identifier les paramètres et les domaines de variations des variables. Cela soulève d'autres problèmes :

- ✓ Les paramètres ne sont pas toujours disponibles dans la littérature ;
- ✓ Les essais expérimentaux permettant d'identifier les paramètres sont parfois complexes à mettre en œuvre ;
- ✓ Pour une même loi de comportement, plusieurs essais peuvent être nécessaires ;
- ✓ Ces essais sont difficilement reproductibles (cf. *chapitre 1 – II* et *chapitre 8*).

Dans ce chapitre, nous avons répondu à plusieurs questions formulées dans l'introduction :

1. *Les lois qui sont actuellement utilisées dans les modèles EF sont phénoménologiques. Elles ne permettent pas de décrire les aspects les plus importants du comportement de l'os, l'endommagement et la dissymétrie. De plus, les paramètres les définissant sont nombreux et difficile à déterminer.*
2. *Il existe des lois plus appropriées pour décrire les spécificités du comportement osseux. La question qui se pose maintenant est : Quelle loi choisir ?*

Pour faire notre choix, nous allons de définir une sorte de cahier des charges récapitulant nos objectifs, nos attentes vis-à-vis de cette loi et nos contraintes liées à son application.

VERS UNE LOI DE COMPORTEMENT POUR L'OS

PRESENTATION DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT DE L'OS EN 1D

I INTRODUCTION : STRATEGIE DE DEVELOPPEMENT DE LA LOI DE COMPORTEMENT

La première partie de ce travail nous a servi à faire le point sur :

- ✓ Le matériau « os » à travers sa composition, sa structure et surtout son comportement et ses propriétés mécaniques (*chapitre 1*). Nous avons ainsi pu nous rendre compte de la complexité des matériaux vivants, de la difficulté à caractériser leurs propriétés mécaniques et à reproduire leur comportement.
- ✓ Les différentes formalités pour définir une loi de comportement dans ses aspects thermodynamiques et mécaniques (*chapitre 2*).
- ✓ Quelques modèles de comportement (*chapitre 3*). Nous avons notamment étudié les lois utilisées dans les modèles éléments finis (EF) du corps humain existants. Nous avons également abordé les avantages et limites de chaque loi pour leur application à la description du comportement de l'os.

I.1 POURQUOI UNE NOUVELLE LOI DE COMPORTEMENT POUR L'OS ?

Dans les modèles EF du corps humain, il n'existe pas de lois spécifiques à l'os mais des lois élastoplastiques conçues pour les métaux et adaptées aux os.

De plus, l'étude de ces modèles montre que :

- ✓ Ils ne sont utilisés que pour leur description élastique et leur possibilité de modéliser la fracture ;
- ✓ La description plastique du comportement de l'os après la rupture n'est pas forcément réaliste ;
- ✓ Les paramètres sont trop nombreux et souvent délicats à identifier car les essais spécifiques nécessaires ne peuvent être réalisés sur les tissus vivants mais aussi pour des problèmes de reproductibilité ;
- ✓ Ils décrivent la plasticité et non l'endommagement du tissu ;

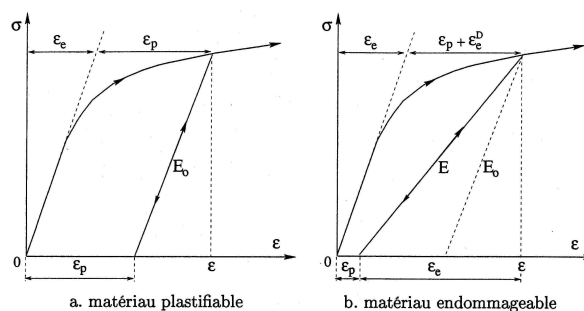


Figure 29 : Différence entre un matériau plastifiable et un matériau endommageable (Besson et al, 2001)

- ✓ Ils décrivent un comportement symétrique en traction et en compression ce qui n'est pas le cas pour l'os.

Pour faire notre choix, il faut définir les spécificités que nous attendons de cette loi. Cela revient à répondre aux questions suivantes :

- ✓ Dans quel contexte la loi de comportement sera-t-elle utilisée ? Avec la méthode des éléments finis (EF) ? Pour quel type de modèle : éprouvette, segments corporels, corps humain complet ? Quelle logique de code de calcul va être utilisée pour l'implémenter ?
- ✓ Quels aspects du comportement de l'os veut-on décrire ? Quel type d'os cela concerne-t-il : longs, courts, plats, compacts ou spongieux ?
- ✓ Quels types de sollicitation prendrons-nous en considération ? La traction ? La compression ? La flexion ? Le cisaillement ?... En statique ? En quasi statique ? En dynamique ?

I.2 QU'ATTEND-ON DE CETTE LOI DE COMPORTEMENT ?

Cette loi sera utilisée dans le but d'améliorer la description du comportement de l'os dans les modèles utilisés et développés au LBA : HUMOS, LLMS et MELBA.

L'objectif est donc de pouvoir l'appliquer à des modèles allant de l'éprouvette (dimensions ≤ 10 cm) aux os du corps humain (longueur entre 35 et 50 cm pour le fémur), et d'évaluer sa contribution pour la simulation d'un crash sur un modèle de corps humain complet.

Nous voulons décrire le comportement de tous les os qu'ils soient longs, courts ou plats, compacts ou spongieux tout en permettant de reproduire le comportement de l'os pour des *sollicitations variées*, surtout la compression et la flexion (sollicitations de biomécanique des chocs) et pour des chargements simples allant du *quasi-statique au dynamique*.

Elle tiendra compte des spécificités du comportement des os comme par exemple de la *dissymétrie* entre la traction et la compression.

Etant données les difficultés à identifier les paramètres mécaniques des os, la loi devra être simple avec *peu de paramètres*, et de préférence avec des paramètres dont les valeurs sont déjà disponibles dans la littérature.

Pour y intégrer la variabilité biologique, la loi doit être définie avec un minimum de variables et de paramètres. Comme nous le verrons au *chapitre 6*, en ayant des paramètres « classiques » tels que la contrainte maximale, la densité, le module d'Young, il sera plus aisé de les relier à certains paramètres biologiques.

Il ne s'agit pas de créer un modèle thermodynamique tridimensionnel pour l'os.

Mais notre but est de nous baser sur l'existant pour proposer un *modèle numérique simple* décrivant la physique du comportement de l'os, en particulier l'endommagement et la rupture. Cette loi sera intégrée à une *plate-forme numérique de calcul dynamique explicite* avec ses spécificités. Son *évaluation par modélisation* d'essais expérimentaux permettra d'intégrer et de tester les *effets de l'âge* sur la réponse mécanique du tissu osseux.

1.3 CONCLUSION : OBJECTIFS ET ATOUTS DE CETTE LOI POUR L'OS

Notre projet de recherche vise à améliorer la description du comportement des os dans les modèles EF en biomécanique pour la sécurité routière et la traumatologie virtuelle.

Les objectifs sont de :

- ✓ prendre en compte les particularités du comportement de l'os (dissymétrie) ;
- ✓ évaluer l'évolution de l'endommagement de l'os ;
- ✓ améliorer la description du processus de fracture ;
- ✓ faciliter la personnalisation des modèles pour définir des classes de comportement.

La stratégie de développement de la loi de comportement est de créer une plate-forme numérique de calcul dynamique explicite et de l'y intégrer. Cette plate-forme permettra ensuite d'intégrer rapidement des lois de comportement pour d'autres tissus biologiques.

Par conséquent, les principaux atouts de la loi de comportement pourraient être résumés en trois adjectifs :

- ✓ **Simple**. En limitant le nombre de paramètres, il est plus aisé d'identifier leur influence sur le modèle et de les corréler aux paramètres mécaniques de l'os. L'intégration des paramètres biologiques en sera également facilitée.
- ✓ **Robuste**. L'algorithme doit être simple et la condition de convergence rapide pour être adapté à du calcul dynamique explicite.
- ✓ **Fiable**. Sa conception et son adaptation à la méthode des éléments finis devront être acceptables d'un point de vue thermodynamique.

II DESCRIPTION DU MODELE CHOISI

Le modèle de comportement choisi se base sur le modèle rhéologique 1D proposé par Garcia et al (2003). Il décrit le comportement de l'os pour un chargement cyclique quelconque avec une dissymétrie en traction et en compression.

Le modèle est constitué d'un ressort élastique linéaire de raideur E en série avec un montage parallèle entre un ressort endommageable de raideur $E(1-D)/D$ et un patin.

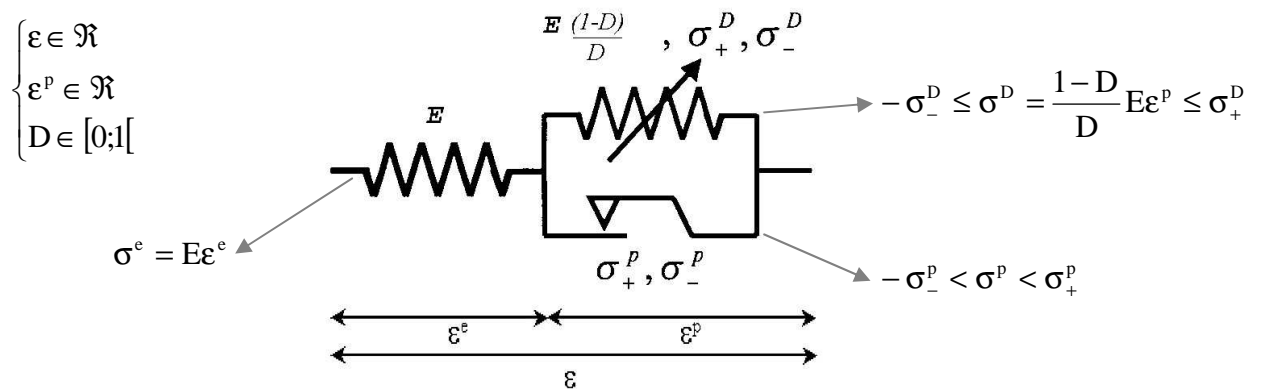


Figure 30 : Modèle rhéologique de Garcia et al (2003)

Dans la suite, nous définirons plus en détails chaque variable et paramètre du modèle.

II.1 DESCRIPTION GENERALE

Ce modèle permet de décrire trois modes de comportement :

- ✓ l'élasticité pure,
- ✓ l'endommagement,
- ✓ la plasticité (le frottement ou le glissement).

Le ressort linéaire permet de décrire l'élasticité pure du modèle, le ressort endommageable pilote l'endommagement et un patin décrit la plasticité.

Le modèle rhéologique est caractérisé par sa contrainte totale σ et sa déformation totale ε . Outre sa raideur, le ressort endommageable est caractérisé par des seuils de contrainte en traction σ_+^D et en compression σ_-^D . Le patin est défini à l'aide de sa déformation plastique ε^p et des seuils de contrainte en traction σ_+^p et en compression σ_-^p .

II.2 QU'EST-CE QUE CE MODELE PERMET DE DECRIRE ?

Pour mieux comprendre ce que ce modèle permet de décrire, considérons un test de traction avec décharge. Nous imposons alors une déformation triangulaire de la forme suivante :

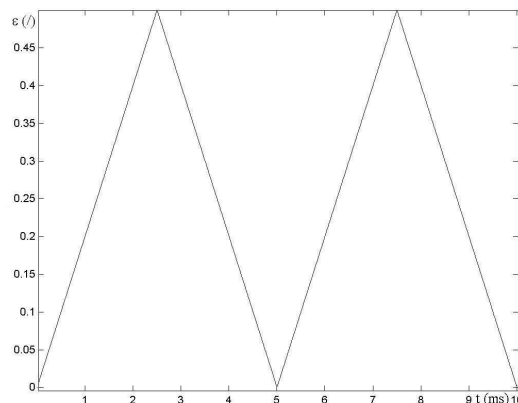


Figure 31 : Déformation appliquée au modèle rhéologique pour un test de traction avec décharge

La réponse du modèle peut être décomposée en quatre phases, deux pendant la charge et deux autres pendant la décharge (voir Figure 32) :

1. Le ressort linéaire s'allonge. La contrainte totale augmente linéairement par rapport à la déformation totale : c'est l'élasticité pure de la structure.
2. Lorsque les seuils de contrainte du patin et du ressort endommageable sont atteints, le patin s'étire en glissant et le ressort endommageable s'allonge. La déformation plastique augmente et la raideur endommageable diminue (l'endommagement augmente).
3. Lorsque la déformation est maximale puis diminue, on assiste au phénomène de retour élastique. Ceci correspond au retour du ressort linéaire à sa position initiale. Ce phénomène coïncide avec la récupération d'une partie de la déformation (la partie élastique).

4. Lorsque le seuil de contrainte du patin est atteint alors il y a frottement et/ou glissement ce qui équivaut au rétrécissement du patin par glissement. L'endommagement reste donc constant alors que la déformation plastique diminue. Pour l'os, cela représente la perte de rigidité du matériau.

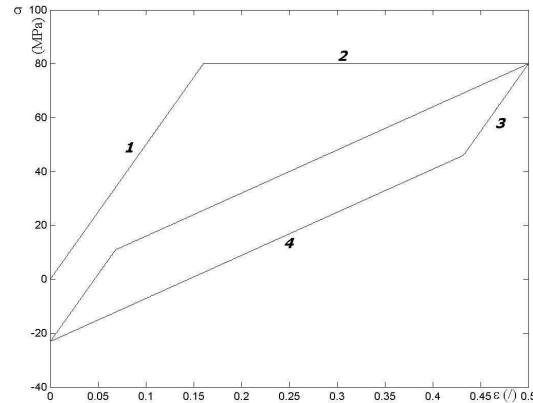


Figure 32 : Réponse (contrainte-déformation) du modèle rhéologique pour un test de traction avec décharge

D'un point de vue expérimental, le comportement de l'os pour des chargements cycliques a largement été étudié par Fondrk et al (1999b) pour l'os cortical ou Keaveny et al (1999) pour l'os spongieux entre autres. La réponse du modèle rhéologique (Figure 32) se rapproche des résultats expérimentaux (Figure 33) en terme d'allure :

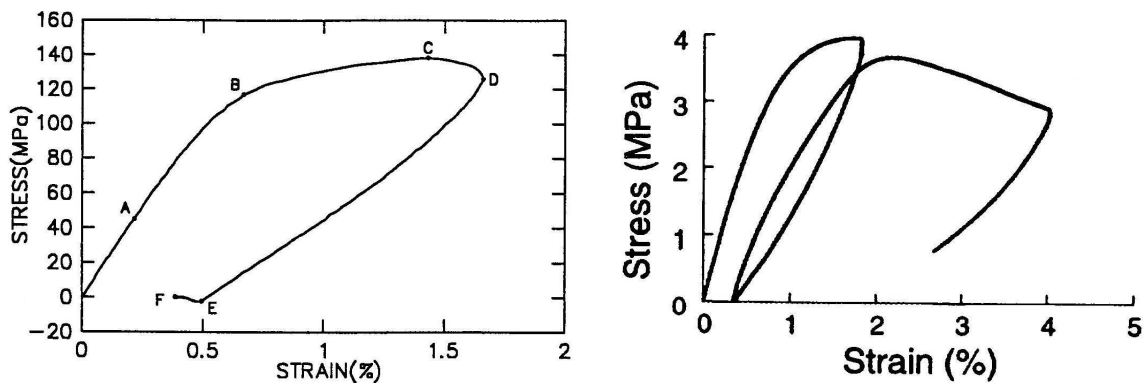


Figure 33 : Courbes contrainte-déformation pour un échantillon d'os compact (Fondrk et al, 1999b) et pour un échantillon d'os spongieux (Keaveny et al, 1999)

III MISE EN EQUATION DU MODELE

Comme ce modèle va servir de base au modèle 3D qui sera implémenté dans une plate-forme numérique, il est important d'établir les lois constitutives en vérifiant les principes de la thermodynamique des milieux continus. Ce modèle est indépendant du taux de déformation. Nous allons donc suivre les étapes de la méthode de l'état local afin de déterminer les lois d'évolution des variables de ce modèle.

III.1 DEFINITION DES VARIABLES ET PARAMETRES

III.1.1 LES VARIABLES INTERNES

La variable d'état observable est la déformation totale ε dont la variable associée est la contrainte totale σ . Les deux variables internes, nécessaires à la description des phénomènes dissipatifs (la déformation résiduelle et l'endommagement) sont respectivement la déformation plastique ε^p et le scalaire d'endommagement D . Leurs variables associées sont la contrainte plastique σ^p et le taux de restitution d'énergie élastique Y .

Variables d'état		Variables associées
observable	internes	
ε	ε^p D	σ σ^p Y

Tableau 7 : Variables d'état et leurs variables associées

Usuellement, la déformation totale ε se décompose en une déformation liée au ressort élastique, ε^e et une liée au montage parallèle « patin-ressort endommageable », ε^p telle que $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$.

III.1.2 LES PARAMETRES

III.1.2.1 LES RAIDEURS DES RESSORTS

La raideur du ressort linéaire élastique est caractérisée par le module d'Young E . Il correspond à la rigidité initiale de l'os.

La raideur du ressort endommageable dépend à la fois du module d'Young E et de la variable interne D telle que :

$$E_{\text{ressort endommageable}} = \frac{(1-D)}{D} E \quad (\text{IV.1})$$

Cette raideur crée une singularité pour un matériau sain ($D=0$), rendant l'assemblage parallèle infiniment rigide et empêche le patin de glisser tant que le seuil d'endommagement n'est pas atteint. Ce choix particulier garantit également que la pente de la décharge plastique sera égale à $E(1-D)$: la variable D mesure alors la perte de rigidité de la structure. (Garcia et al, 2003)

III.1.2.2 LES SEUILS DE CONTRAINTE

Viennent ensuite les seuils de contrainte plastique et endommageable. Ils permettent de délimiter le domaine de validité du ressort endommageable et du patin.

Ces seuils varient afin de deux aspects spécifiques du comportement de l'os :

- ✓ la dissymétrie,
- ✓ la perte de rigidité et l'apparition de déformation résiduelle.

Dans le premier cas, l'asymétrie est prise en considération par des seuils différents en traction et en compression :

- ✓ les seuils plastiques sont σ_+^p en traction et $-\sigma_-^p$ en compression,
- ✓ les seuils d'endommagement sont σ_+^D en traction et $-\sigma_-^D$ en compression.

Dans le deuxième cas, l'apparition de déformation résiduelle suit de près la perte de rigidité. D'un point de vue du modèle, cela implique que le ressort endommageable ne peut être sollicité sans le patin. Par contre, la décharge plastique nécessite que le patin puisse être sollicité sans le ressort endommageable.

Comme l'os s'endommage avant que des déformations plastiques irréversibles n'apparaissent, nous avons alors :

$$\sigma_{\pm}^p(t=0)=0 \quad \text{et} \quad 0 \leq \sigma_{\pm}^p(t) < \sigma_{\pm}^D(t) \quad (\text{IV.2})$$

Pour finir, le modèle étant conçu à la base pour reproduire des essais cycliques, il doit également tenir compte du fait qu'au fur et à mesure des cycles de chargement, le processus d'endommagement se fait de plus en plus rapidement ; autrement dit, le ressort endommageable sera sollicité de plus en plus vite. Ceci suppose que les seuils dépendent de l'évolution de l'endommagement.

Pour prendre en compte tous ces besoins, Garcia et al (2003) proposent :

$$\begin{cases} \sigma_{\pm}^p(t) = \chi \dot{D}(t) H(\mp \dot{\varepsilon}^p(t)) \\ \sigma_{\pm}^D(t) = -\chi \dot{D}(t) H(\mp \dot{\varepsilon}^p(t)) \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

Les seuils dépendent donc d'un coefficient d'écrouissage χ , de l'évolution de l'endommagement $\dot{D}(t)$. La fonction de Heaviside permet de contrôler si le modèle est en phase de charge ou de décharge.

III.2 POTENTIEL THERMODYNAMIQUE

Classiquement, nous choisissons comme potentiel thermodynamique l'énergie libre massique. D'après les lois de couplage pour un assemblage parallèle et/ou série d'éléments (Lemaitre et Chaboche, 2001), l'énergie libre massique se décompose en un potentiel relatif au ressort et un autre lié au montage parallèle :

$$\psi(\varepsilon, \varepsilon^p, D) = \psi_1(\varepsilon - \varepsilon^p) + \psi_2(\varepsilon^p, D) \quad (\text{IV.4})$$

soit :

$$\psi(\varepsilon, \varepsilon^p, D) = \frac{E}{2\rho} (\varepsilon - \varepsilon^p)^2 + \frac{E}{2\rho} \frac{1-D}{D} \varepsilon^{p^2} \quad (\text{IV.5})$$

Les lois d'état dérivant du potentiel thermodynamique sont alors :

$$\begin{cases} \sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = E(\varepsilon - \varepsilon^p) \\ \sigma^p = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^p} = E(\varepsilon - \varepsilon^p) - E \frac{1-D}{D} \varepsilon^p \\ Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = \frac{1}{D^2} \frac{E}{2} \varepsilon^{p^2} \end{cases} \quad (\text{IV.6})$$

III.3 POTENTIEL DE DISSIPATION

Pour achever la formulation thermodynamique, il faut établir les lois d'évolution des variables internes. Toute cette partie fait référence à la démarche suivie au *paragraphe II.2.4 du chapitre 2*. Pour définir des lois relatives aux processus dissipatifs, on postule l'existence d'un pseudo-potentiel de dissipation φ défini par :

$$\varphi(\dot{\varepsilon}^p, \dot{D}; \varepsilon^p, D) = \varphi^p(\dot{\varepsilon}^p; \varepsilon^p, D) + \varphi^D(\dot{D}; \varepsilon^p, D) \quad (\text{IV.7})$$

Par convention (Lemaitre et Chaboche, 2001), l'écriture des potentiels de dissipation peut être généralisés en faisant intervenir les variables d'état elles-mêmes, qui jouent alors un rôle de paramètres. Ici, ε^p et D sont considérés comme des paramètres.

Pour un matériau standard généralisé, la surface seuil (fonction critère) est égale au pseudo-potentiel de dissipation. Nous avons donc les surfaces seuils suivantes : φ^p qui correspond à la dissipation due au patin telle que :

$$\varphi^p(\dot{\varepsilon}^p; \varepsilon^p, D) = \sigma^p |\dot{\varepsilon}^p| \quad (\text{IV.8})$$

et φ^D correspondant à la dissipation due au ressort endommageable.

On a alors :

$$\begin{cases} \sigma^p = -\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\varepsilon}^p} = -\frac{\partial \varphi^p}{\partial \dot{\varepsilon}^p} \\ Y = -\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{D}} = -\frac{\partial \varphi^D}{\partial \dot{D}} \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

ou encore :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}^p = -\frac{\partial \varphi^{p*}}{\partial \sigma^p} \\ \dot{D} = -\frac{\partial \varphi^{D*}}{\partial Y} \end{cases} \text{ avec } \varphi^* \text{ fonction duale de } \varphi \quad (\text{IV.10})$$

III.3.1 LOI D'EVOLUTION DE LA DEFORMATION PLASTIQUE

Pour déterminer la loi d'évolution de la déformation plastique, nous allons utiliser à la fois le pseudo-potentiel de dissipation et la loi d'état :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^p = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^p} = E(\varepsilon - \varepsilon^p) - \frac{(1-D)}{D} E \varepsilon^p = E\varepsilon - \frac{E\varepsilon^p}{D} \\ \sigma^p = -\frac{\partial \phi^p}{\partial \dot{\varepsilon}^p} = \begin{cases} -\sigma_-^p & \text{si } \dot{\varepsilon}^p < 0 \\ [-\sigma_-^p; \sigma_+^p] & \text{si } \dot{\varepsilon}^p = 0 \\ \sigma_+^p & \text{si } \dot{\varepsilon}^p > 0 \end{cases} \end{array} \right. \quad (\text{IV.11})$$

On distingue donc par la suite trois cas différents. Ces cas correspondent aux trois modes de comportement décrits par le modèle. La loi d'évolution de la déformation plastique est ainsi établie en fonction du mode de comportement :

élasticité	$\dot{\varepsilon}^p = 0$ et $\dot{D} = 0$	soit $\sigma^p \in [-\sigma_-^p; \sigma_+^p]$	d'ou $\varepsilon^p = \text{constante}$
plasticité	$\dot{\varepsilon}^p \neq 0$ et $\dot{D} = 0$	soit $\dot{\varepsilon}^p > 0 \Rightarrow \sigma^p = \sigma_+^p$	d'ou $\varepsilon^p = D \left(\varepsilon - \frac{\sigma_+^p}{E} \right)$
		soit $\dot{\varepsilon}^p < 0 \Rightarrow \sigma^p = -\sigma_-^p$	d'ou $\varepsilon^p = D \left(\varepsilon + \frac{\sigma_-^p}{E} \right)$
endommagement	$\dot{\varepsilon}^p \neq 0$ et $\dot{D} \neq 0$	soit $\dot{\varepsilon}^p > 0$ et $Y = Y_c^+ = \frac{(\sigma_+^D)^2}{2E(1-D)^2}$	d'ou $\varepsilon^p = \varepsilon - \frac{\sigma_+^p + \sigma_+^D}{E}$
		soit $\dot{\varepsilon}^p < 0$ et $Y = Y_c^- = \frac{(\sigma_-^D)^2}{2E(1-D)^2}$	d'ou $\varepsilon^p = \varepsilon + \frac{\sigma_-^p + \sigma_-^D}{E}$

Tableau 8 : Lois d'évolution de la déformation plastique en fonction du mode de comportement

III.3.2 LOI D'EVOLUTION DE L'ENDOMMAGEMENT

Pour pouvoir déterminer la dissipation liée au ressort endommageable, nous supposons que les phénomènes dissipatifs sont instantanés (indépendants du temps). Cette dissipation devient alors indicatrice du convexe défini par :

$$\tilde{f}^D(Y) = 0 \text{ avec } \tilde{f}^D \text{ fonction critère d'endommagement}$$

D'où :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{D} = 0 & \text{si } \tilde{f}^D < 0 \\ \dot{D} = \lambda \frac{\partial \tilde{f}^D}{\partial Y} & \text{si } \tilde{f}^D = 0 \end{array} \right. \quad (\text{IV.12})$$

Déterminons le multiplicateur de non-linéarité par la relation de consistance :

$$\begin{aligned} \tilde{f}^D(Y, D) = 0 &\Leftrightarrow \frac{\partial \tilde{f}^D}{\partial Y} \dot{Y} + \frac{\partial \tilde{f}^D}{\partial D} \dot{D} = 0 \\ &\Rightarrow \dot{\lambda} = - \frac{\frac{\partial Y}{\partial \epsilon^p} \dot{\epsilon}^p}{\frac{\partial \tilde{f}^D}{\partial D}} \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

Or $\dot{D} \geq 0$ et $\dot{\lambda} \geq 0$, nous prenons la partie positive du quotient :

$$\begin{cases} \dot{D} = 0 & \text{si } \tilde{f}^D < 0 \\ \dot{D} = \left\langle \frac{\partial \tilde{f}^D}{\partial Y} \right\rangle \left\langle \frac{\frac{\partial \tilde{f}^D}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial \epsilon^p} \dot{\epsilon}^p}{-\frac{\partial \tilde{f}^D}{\partial Y} \frac{\partial \tilde{f}^D}{\partial D}} \right\rangle & \text{si } \tilde{f}^D = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.14})$$

La fonction critère d'endommagement est paramétrée par D pour décrire l'évolution du domaine de non-endommagement et est définie comme suit (Andrieux, 1996) :

$$\tilde{f}^D = Y - h(D) \quad (\text{IV.15})$$

$h(D)$ est le rayon du domaine de non-endommagement. Prenons comme rayon le critère de rupture de l'élément de volume pour un endommagement isotrope que nous avons calculé précédemment (cf. équation II.79) :

$$\tilde{f}^D = Y - Y_c = Y - \frac{(\sigma_{\pm}^D)^2}{2E(1-D)^2} \quad (\text{IV.16})$$

En remplaçant Y par sa valeur issue de la loi d'état et en calculant les dérivées partielles de la fonction critère, on obtient la loi d'évolution suivante :

$$\begin{cases} \dot{D} = 0 & \text{si } \tilde{f}^D < 0 \\ \dot{D} = \frac{D \epsilon^p \dot{\epsilon}^p}{(\epsilon^p)^2 + \left(\frac{\sigma_+^D}{E}\right)^2 \left(\frac{D}{1-D}\right)^3} & \text{si } \tilde{f}^D = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.17})$$

Nous ne nous servons pas de l'équation (IV.17) pour établir l'algorithme car nous pouvons déterminer D directement à partir de ϵ^p .

Remarque :

Le taux de restitution d'énergie élastique Y est utilisé ici pour définir le critère d'évolution de l'endommagement qui est aussi un critère de rupture de l'élément de volume. D'après Besson et al (2001), il s'agit alors d'un critère énergétique : l'énergie totale consommée atteint une valeur constante à la rupture.

Ce critère est en accord avec les phénomènes observés pour l'os lors de la fracture (cf. *chapitre 1 - III.7*).

IV ALGORITHME

A partir de la formulation thermodynamique, il s'agit maintenant d'établir les relations décrivant les trois modes de comportement de la loi. Ceci nous permettra ensuite d'explicitier l'algorithme.

IV.1 ETUDE DE L'EVOLUTION DES VARIABLES SELON LES MODES DE REPONSE

Comme nous l'avons vu dans la description, le modèle décrit trois modes :

1. L'élasticité : seul le ressort élastique linéaire est actif. Nous avons donc :

$$\begin{cases} \dot{D} = 0 \\ \dot{\varepsilon}^p = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \sigma = E(\varepsilon - \varepsilon^p) \quad (\text{IV.18})$$

2. L'endommagement : le seuil de contrainte endommageable est atteint, le ressort endommageable et le patin deviennent actifs.

$$\begin{cases} \dot{D} \neq 0 \\ \dot{\varepsilon}^p \neq 0 \end{cases}, \text{ nous avons alors : } \sigma^p = \pm \sigma_{\pm}^p \quad \text{et} \quad Y = Y_c \quad (\text{IV.19})$$

La loi d'évolution plastique établie en III.3.1 et l'expression de la loi d'état de la contrainte plastique nous permettent d'établir :

en traction	en compression
$\varepsilon^p = \varepsilon - \frac{\sigma_+^p + \sigma_+^D}{E}$	$\varepsilon^p = \varepsilon + \frac{\sigma_-^p + \sigma_-^D}{E}$
$D = \frac{\varepsilon^p}{\varepsilon^p + \frac{\sigma_+^D}{E}}$	$D = \frac{\varepsilon^p}{\varepsilon^p - \frac{\sigma_-^D}{E}}$

3. La plasticité correspond à la phase où seul le seuil de contrainte plastique est atteint et le patin est actif. Dans ce cas, $\dot{\varepsilon}^p \neq 0$ et $\dot{D} = 0$ et la loi d'évolution de la déformation plastique donne :

en traction	en compression
$\varepsilon^p = D \left(\varepsilon - \frac{\sigma_+^p}{E} \right)$	$\varepsilon^p = D \left(\varepsilon + \frac{\sigma_-^p}{E} \right)$

Nous avons maintenant les relations utiles pour formuler l'algorithme décrivant la loi de comportement.

IV.2 FORMULATION DE L'ALGORITHME

Comme l'asymétrie du comportement est pris en compte par les seuils de contrainte, l'algorithme sera le même en traction et en compression moyennant les changements de paramètres : σ_+^p en $-\sigma_-^p$ et σ_+^D en $-\sigma_-^D$.

La logique algorithmique en traction est donc :

```

Si      le ressort endommageable a déjà été sollicité
Alors   calculer la contrainte du patin
        Si      le patin est sollicité
        Alors   mettre à jour la déformation plastique
        Fin si
Sinon   le ressort endommageable n'a jamais été sollicité
Alors   calculer la contrainte du ressort endommageable
        Si      ressort endommageable sollicité
        Alors   mettre à jour la déformation plastique et l'endommagement
        Fin si
Fin si
Mettre à jour la contrainte totale

```

Nous avons donc l'algorithme suivant :

Pour $\dot{\varepsilon} \geq 0$

```

Si      D > 0
Alors    $\sigma^p = E_0(\varepsilon - \varepsilon^p) - E_0 \frac{1-D}{D} \varepsilon^p$ 
        Si       $\sigma^p \geq \sigma_+^p$ 
        Alors    $\varepsilon^p = D \left( \varepsilon - \frac{\sigma_+^p}{E_0} \right)$ 
        Fin si
Sinon   D = 0
Alors    $\sigma^D = E_0 \frac{1-D}{D} \varepsilon^p$ 
        Si       $\sigma^D \geq \sigma_+^D$ 
        Alors    $\begin{cases} \varepsilon^p = \varepsilon - \frac{\sigma_+^D + \sigma_+^p}{E_0} \\ D = \frac{\varepsilon^p}{\varepsilon^p + \frac{\sigma_+^D}{E_0}} \end{cases}$ 
        Fin si
Fin si
 $\sigma = E_0(\varepsilon - \varepsilon^p)$ 

```

et $\begin{cases} \sigma_-^p(t + \Delta t) = \sigma_-^p(t) + \chi \cdot (D(t) + D(t + \Delta t)) \\ \sigma_-^D(t + \Delta t) = \sigma_-^D(t) - \chi \cdot (D(t) + D(t + \Delta t)) \end{cases}$

V ETUDE DE SENSIBILITE : IDENTIFICATION DES PARAMETRES

Afin d'évaluer l'influence de chaque paramètre sur la réponse du modèle à différents types de chargement, nous avons pris des valeurs issues de la bibliographie (cf. *annexe 1*). Cette étude a été faite sous Matlab (version 6.5 release 13).

La loi de comportement donnant la contrainte en fonction de la déformation, nous imposerons une rampe de déformation sur 10 ms et, dans le cas du coefficient d'écrouissage, nous utiliserons une déformation cyclique de forme triangulaire sur une période de 5 ms (Figure 34). La valeur maximale de la déformation est de 0,5. Le pas de temps est fixé à $1,6 \cdot 10^{-3}$.

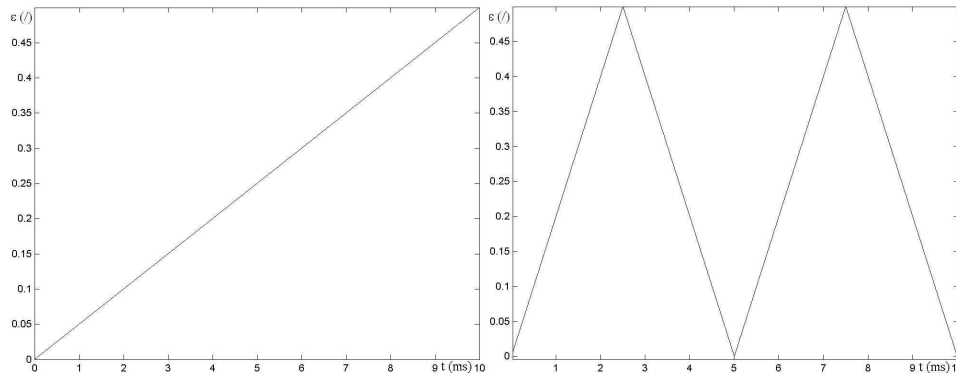


Figure 34 : Rampe et cycles de déformation pour l'étude de sensibilité

Notre étude se basera sur les courbes donnant la contrainte en fonction de la déformation, l'évolution de l'endommagement au cours du temps et celle de la déformation plastique.

V.1 LE MODULE D'YOUNG

Nous avons pris deux séries de valeurs pour distinguer l'os compact de l'os spongieux :

<i>Os compact</i>		<i>Os spongieux</i>	
E = 10 GPa	$\chi = 50$ MPa	E = 20 MPa	$\chi = 50$ MPa
15 GPa	$\sigma_+^D = 80$ MPa	50 MPa	$\sigma_+^D = 80$ MPa
20 GPa	$\sigma_-^D = 110$ MPa	100 MPa	$\sigma_-^D = 110$ MPa
25 GPa	$\sigma_+^P = 0$ MPa	500 MPa	$\sigma_+^P = 0$ MPa
30 GPa	$\sigma_-^P = 0$ MPa	1000 GPa	$\sigma_-^P = 0$ MPa
		5000 GPa	

Tableau 9 : Valeurs des paramètres pour l'étude de l'influence du module d'Young

Sur la courbe (Figure 35a et b) donnant la contrainte en fonction de la déformation, le module d'Young correspond logiquement à la pente de la réponse élastique du modèle.

Pour l'évolution de l'endommagement (Figure 35c et d) et de la déformation plastique (Figure 35e et f), plus le module d'Young est grand, plus la phase d'endommagement débute tôt et plus le matériau s'endommage rapidement (pente de la courbe $D(t)$). Pour l'os spongieux, en dessous de 500 MPa, la phase d'endommagement n'est pas atteinte en 10 ms comme nous le montrent les courbes de couleur verte, bleue foncée et noire (Figure 35d).

Le module d'Young a donc une influence sur la pente de la réponse élastique et de ce fait sur le début de la phase d'endommagement. Il intervient également au niveau de l'asymptote de la courbe d'endommagement en fonction du temps.

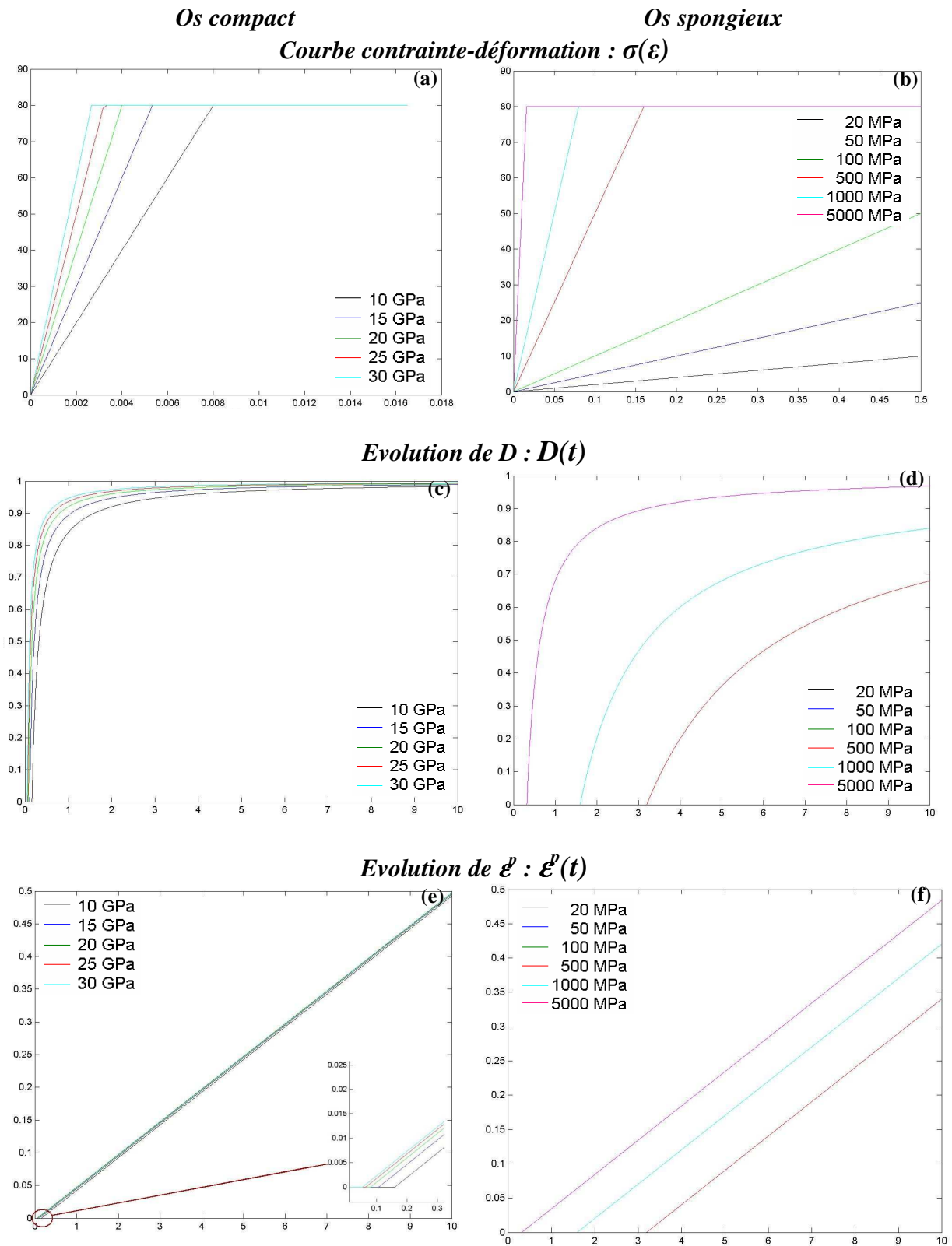


Figure 35 : Influence du module d'Young d'un os compact (à gauche) et d'un os spongieux (à droite)

V.2 LE SEUIL DE CONTRAINTE ENDOMMAGEABLE

Lorsque la contrainte totale atteint la valeur initiale du seuil de contrainte endommageable, elle n'augmente plus : on pourrait donc l'associer au seuil à la contrainte maximale. Ici aussi, nous avons distingué l'os compact de l'os spongieux.

<i>Os compact</i>			<i>Os spongieux</i>		
$\sigma_+^D \in [50;200]$	E	= 15 GPa	$\sigma_+^D \in [1;5]$	E	= 15 GPa
	χ	= 50 MPa		χ	= 50 MPa
	σ_-^D	= 110 MPa		σ_-^D	= 110 MPa
	σ_+^P	= 0 MPa		σ_+^P	= 0 MPa
	σ_-^P	= 0 MPa		σ_-^P	= 0 MPa

Tableau 10 : Valeurs des paramètres pour l'étude du seuil de contrainte endommageable

Le seuil a une influence indirecte sur la réponse élastique (Figure 36a). En effet, le seuil d'endommagement détermine le début de la phase d'endommagement (Figure 36b et c) et donc il influe sur la durée de la phase élastique. De la même façon que le module d'Young, lorsque le seuil augmente, la pente de l'asymptote de la courbe $D(t)$ diminue.

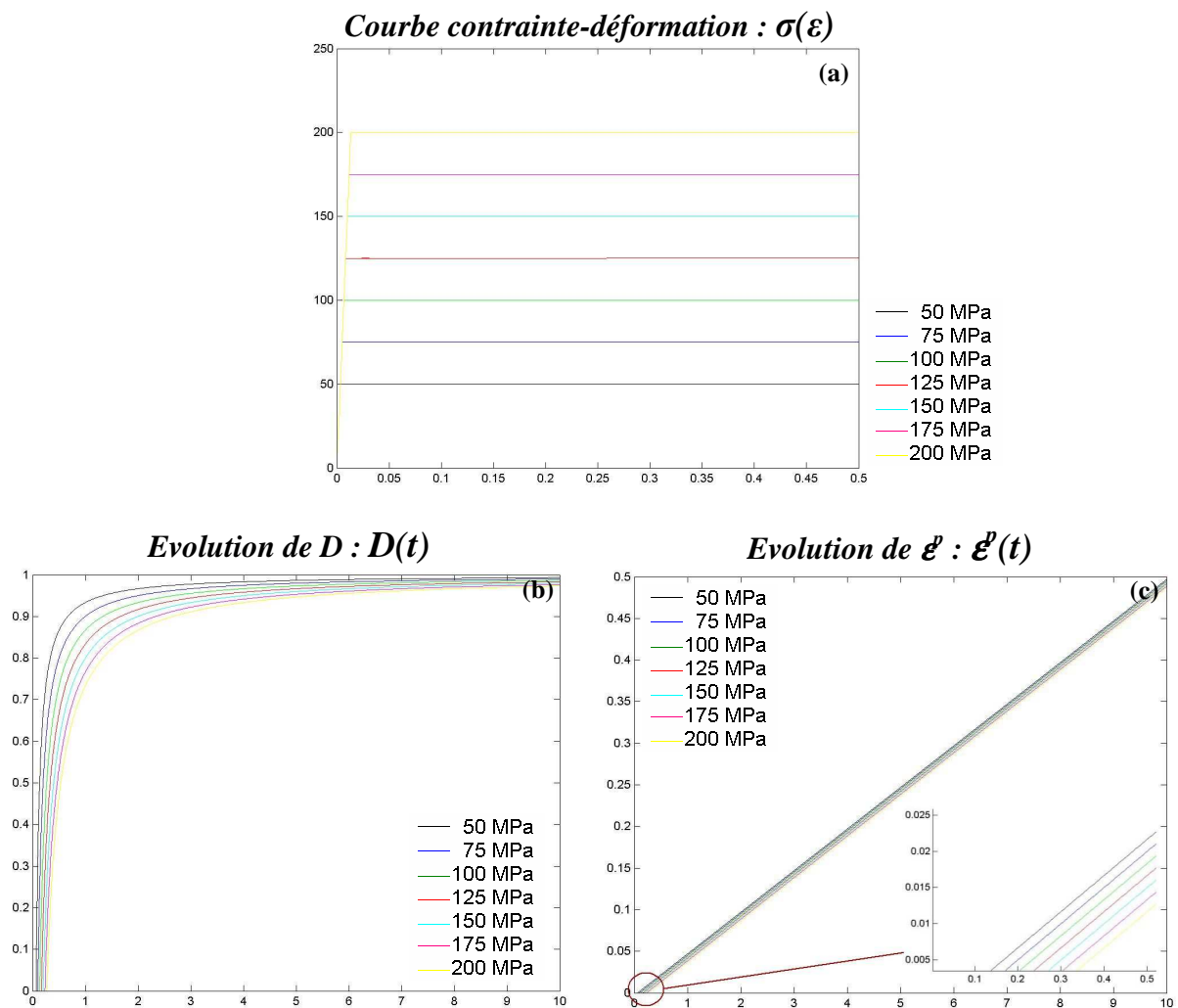


Figure 36 : Influence du seuil de contrainte endommageable d'un os compact

V.3 LE COEFFICIENT D'ECROUISSAGE

Ce paramètre n'intervient que dans l'actualisation des seuils de contrainte. Il n'a aucun effet sur le modèle lorsque celui-ci est sollicité en traction simple (rampe de déformation).

Il est utile pour décrire les phénomènes associés aux tests cycliques (déformation triangulaire). Toutefois, comme nous n'étudierons pas ce type de sollicitation par la suite, nous ne nous intéresserons que brièvement à son influence.

$\chi = 0,001$ MPa	$E = 15$ GPa
0,1 MPa	$\sigma_+^D = 80$ MPa
0 MPa	$\sigma_-^D = 110$ MPa
10 MPa	$\sigma_+^p = 0$ MPa
100 MPa	$\sigma_-^p = 0$ MPa

Tableau 11 : Valeurs des paramètres pour l'étude du coefficient d'écrouissage

La variation du coefficient d'écrouissage est principalement remarquable au niveau des courbes contrainte-déformation (Figure 37a, b, c et d) pour une déformation de type triangulaire (voir Figure 31). Lorsque ce paramètre est compris entre 0 et 1, il n'y a aucun changement dans la courbe.

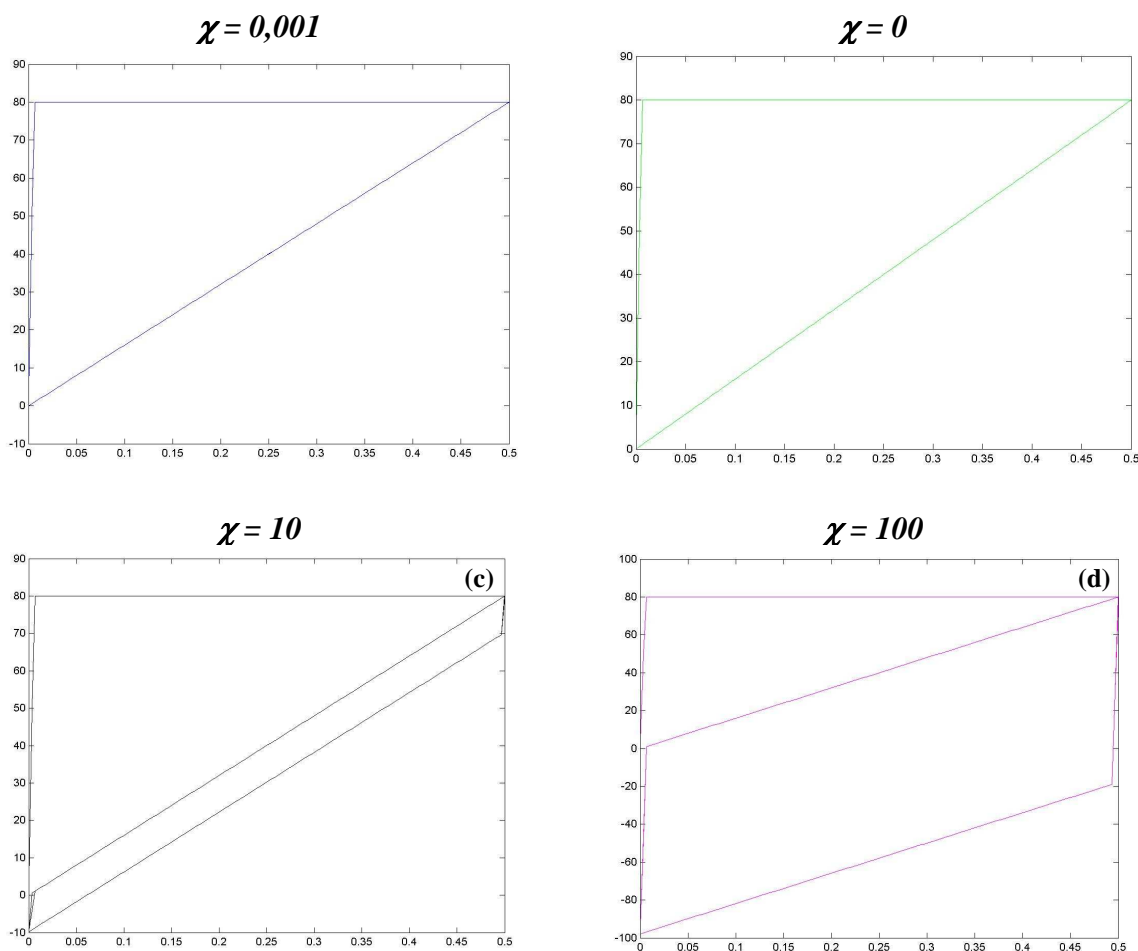


Figure 37 : Influence de l'écrouissage sur la courbe contrainte-déformation pour un chargement cyclique

Plus le coefficient d'écroutissage augmente, plus la durée de la phase élastique augmente et inversement celle de la phase plastique diminue. Cela s'explique par l'expression des seuils : en traction, le seuil plastique augmente tandis que le seuil endommageable diminue et l'augmentation de l'un est inversement proportionnelle à la diminution de l'autre.

V.4 L'ENDOMMAGEMENT INITIAL

Un os est un matériau vivant qui, au cours de sa vie, n'est pas toujours sain. En effet, les chutes, les coups et autres traumatismes peuvent endommager le tissu, il en va de même avec l'âge et les maladies. Les os peuvent être « réparés » par le remodelage osseux mais certains dommages sont irréversibles. L'endommagement initial n'étant pas nécessairement nul, nous avons donc testé son influence sur la réponse du modèle.

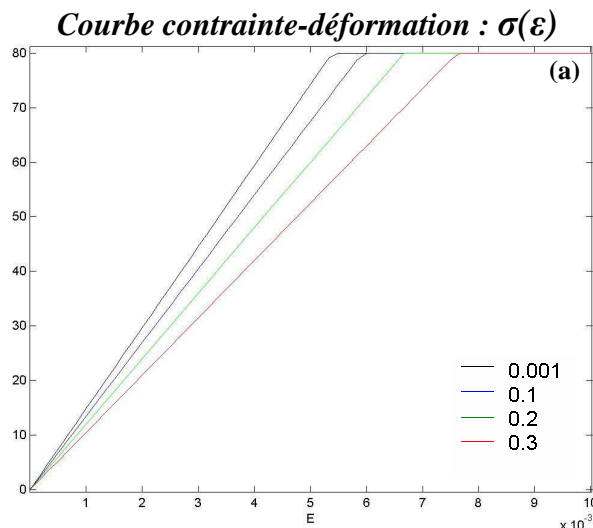
D = 0,001	χ = 50 MPa
0,1	σ_+^D = 80 MPa
0,2	σ_-^D = 110 MPa
0,3	σ_+^p = 0 MPa
E = 15 GPa	σ_-^p = 0 MPa

Tableau 12 : Valeurs des paramètres pour l'étude de l'endommagement initial

La courbe d'évolution de la déformation plastique (Figure 38b) nous indique que le modèle est en mode plastique, dès le début de la traction. Cela s'explique par les expressions des contraintes plastique σ^p et d'endommagement σ^D qui dépendent de la variable D .

Plus l'endommagement initial est grand, plus la raideur du ressort endommageable est initialement faible. Ainsi la contrainte endommageable est plus petite au départ et met plus de temps à atteindre la valeur du seuil d'endommagement. Cela explique d'une part l'évolution de l'endommagement (Figure 38c) et d'autre part, l'allure de la courbe contrainte-déformation (Figure 38b) : l'endommagement n'est plus constant à $t = 0,1$ ms pour un endommagement initial de 0,01 alors qu'il n'est plus constant à $t = 0,15$ ms pour $D_0 = 0,3$.

La contrainte devient constante pour une déformation de 0,05 % lorsque l'endommagement initial est de 0,01, alors qu'elle l'est pour une déformation de 0,08 % lorsque $D_0 = 0,3$.



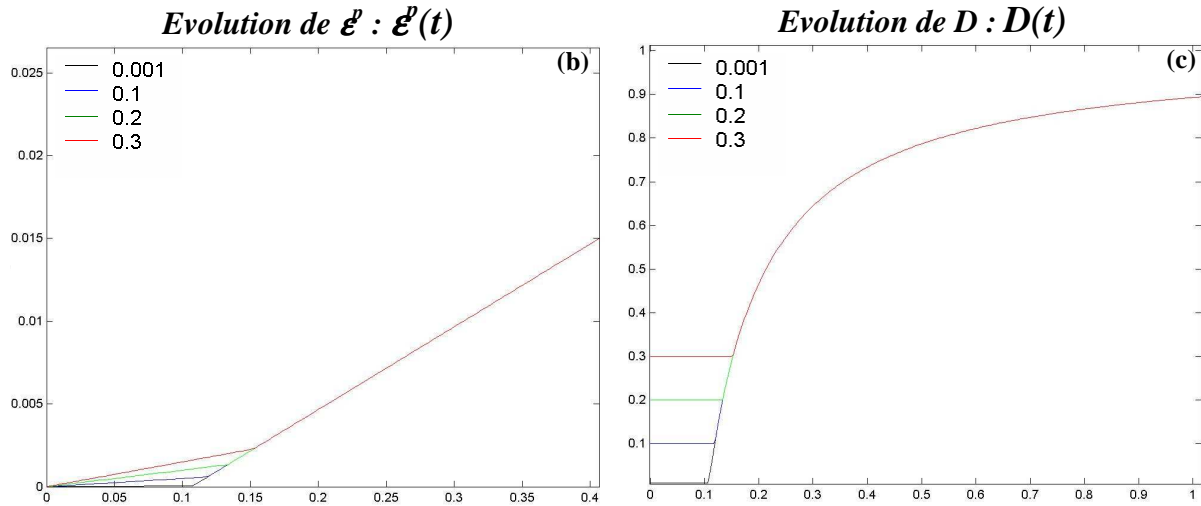


Figure 38 : Influence de l'endommagement initial sur la réponse du modèle

L'endommagement initial détermine donc le mode de sollicitation initial du modèle. Plus l'endommagement initial est important, plus la pente de la courbe contrainte-déformation est faible et plus la phase d'endommagement est retardée.

Néanmoins, il est très difficile de déterminer expérimentalement l'endommagement initial d'un os (cf. *chapitre 2 - III.3.1*).

V.5 CONCLUSION

Cette partie nous a permis d'évaluer l'influence des paramètres : E , σ_{\pm}^D , χ et D_0 sur les différents modes de réponse du modèle (élasticité, endommagement, plasticité) ainsi que leur interdépendance. Ces paramètres vont principalement piloter le commencement et la durée d'un mode de réponse.

D'autre part, nous pouvons remarquer que ce modèle ne propose pas de critère d'arrêt ou de rupture. Dans l'adaptation à la formulation éléments finis (EF), il faudra donc réfléchir au type de critère de rupture que l'on pourrait utiliser.

VI PERSPECTIVES D'EVOLUTION DU MODELE 1D

Dans la suite de notre travail, nous utiliserons une loi de comportement basée sur le modèle tel qu'il vient d'être présenté. Ce choix a été dicté par des impératifs tels que l'adaptation aux EF, la programmation et le temps imparti.

La rhéologie a pour avantage de se baser sur des éléments simples. Les associations parallèles et séries permettent ensuite d'élaborer des modèles plus complexes. Le modèle présenté ici est relativement simple et permet de décrire le comportement élastoplastique endommageable de l'os. Toutefois, nous avons fait un certain nombre de choix dans sa conception :

- ✓ Ainsi nous avons choisi une évolution proportionnelle des seuils de contrainte ;
- ✓ Et la formulation du critère d'endommagement dépend du critère de rupture d'un élément volumique pour un endommagement isotrope.

Bien que guidés par la bibliographie, ces choix pourraient être modifiés comme nous allons l'aborder.

De plus, la simplicité de la méthode rhéologique nous permettrait également d'envisager l'intégration de la viscosité au modèle.

VI.1 EXPRESSIONS DES SEUILS DE CONTRAINTE

L'évolution des seuils de contrainte dépend de celle de l'endommagement, et l'augmentation des seuils plastiques est inversement proportionnelle à la diminution des seuils d'endommagement.

Dans un premier temps, nous pourrions donc découpler les seuils tout en respectant les conditions définies en III.1.2.2 qui sont :

$$\sigma_{\pm}^p(t=0)=0 \quad \text{et} \quad 0 \leq \sigma_{\pm}^p(t) < \sigma_{\pm}^D(t) \quad (\text{IV.20})$$

En gardant les mêmes expressions, nous pourrions prendre deux coefficients d'écrouissage : χ^p pour les seuils plastiques et χ^D pour les seuils d'endommagement. Deux configurations seraient alors à étudier : lorsque le coefficient d'écrouissage plastique est supérieur au coefficient d'écrouissage d'endommagement et inversement.

Ensuite, nous pourrions également ajuster la réponse du modèle en modifiant la dépendance des seuils en D . En effet, au lieu d'avoir une dépendance intégrale, les seuils pourraient dépendre exponentiellement de l'endommagement. Ceci permettrait de diminuer la phase élastique au profit de la phase endommageable.

VI.2 FONCTION CRITERE DE NON-ENDOMMAGEMENT

Nous avons choisi comme fonction critère d'endommagement la différence entre le taux de restitution d'énergie élastique à un instant t et sa valeur critique pour un endommagement isotrope (voir paragraphe III.3.2). Il serait néanmoins possible de tester d'autres fonctions critères telles que celles proposées par : Andrieux (1996), Garcia (2006), Lemaitre (1996)...

VI.3 VISCOELASTOPLASTICITE DE L'OS

Comme nous l'avons vu dans le *chapitre 1*, l'os peut être considéré comme un matériau visqueux pour certaines vitesses de sollicitation (cf. *chapitre 1 - III.3*). Si, par la suite, ce modèle devait être utilisé dans cet objectif, nous serions alors en mesure de décrire le comportement viscoélastoplastique de l'os.

Il suffirait pour cela de rajouter un amortisseur linéaire ou non-linéaire. Il faudrait alors tenir compte de la dissipation liée à l'amortisseur dans l'approche thermodynamique du modèle.

VI.4 CONCLUSION

Les perspectives d'évolution présentées ici montrent toute la modularité de ce modèle rhéologique. Cependant, pour chaque modification que l'on voudra apporter, il faudra suivre certaines étapes :

- ✓ vérifier que les conditions initiales sont respectées ;
- ✓ étudier la concordance entre la réponse de l'os et la réponse du modèle pour des sollicitations identiques ;
- ✓ faire une étude de sensibilité pour identifier les paramètres supplémentaires ;
- ✓ revalider la formulation thermodynamique du modèle selon les modifications apportées.

Les deuxième et troisième étapes sont les plus importantes car elles permettent de s'assurer que nous sommes en mesure d'identifier le comportement expérimentalement et les paramètres associés.

Pour conclure, la validation de ce modèle avec des modèles EF simples nous servira peut-être à hiérarchiser ces évolutions possibles.

VII CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons présenté le modèle rhéologique 1D qui servira de base à l'élaboration de la loi de comportement pour l'os.

Sa validation thermodynamique nous a permis d'établir l'algorithme. L'objectif de l'étude de sensibilité était d'analyser l'influence de chaque paramètre sur la réponse du modèle. Le modèle étant rhéologique, ses perspectives d'évolution sont multiples, notamment l'intégration de la viscosité.

Le modèle choisi décrit le comportement dissymétrique de l'os en traction et en compression pour des chargements simples et cycliques. La réponse du modèle se décompose en trois phases : l'élasticité linéaire, l'endommagement plastique et la plasticité qui représentent, au niveau de l'os, les déformations réversibles, la création et l'ouverture de microfissures et les déformations résiduelles (causées par les déformations irréversibles).

Ce modèle est défini par trois couples de variables parmi lesquels la déformation totale (variable d'entrée) et la contrainte totale (variable de sortie) et cinq paramètres à identifier : le module d'Young, les seuils d'endommagement initiaux (contrainte maximale en traction et en compression), le coefficient d'écrouissage et la valeur initiale de l'endommagement.

Nous avons choisi une loi qui nous semble plus appropriée pour décrire le comportement de l'os. Cette loi 1D est validée d'un point de vue thermodynamique et mécanique. Nous allons maintenant voir quelle démarche adoptée pour l'adapter au cas tridimensionnel et à une formulation éléments finis.

EXTENSION DE LA LOI AU CAS 3D POUR SON IMPLEMENTATION DANS UNE PLATE-FORME NUMERIQUE DE CALCUL DYNAMIQUE EXPLICITE

A ce stade, nous avons choisi un modèle qui répond à nos attentes et que nous avons validé dans le cas unidimensionnel d'un point de vue de la thermodynamique des milieux continus selon les quatre étapes suivantes :

1. la définition des variables et paramètres ;
2. les lois d'état dérivant de l'énergie libre massique. Ici, nous avons considéré qu'il n'y avait pas couplage d'état entre plasticité et endommagement ;
3. la fonction critère correspond au pseudo-potentiel de dissipation dans le cadre des Matériaux Standard Généralisés. La fonction critère d'endommagement a été définie avec les variables d'état, selon un procédé analogue à celui employé par Ladevèze, Allix, Simo et Ju (Besson et al, 2001) ;
4. De ce potentiel dérivent les lois d'évolution, pour lesquelles nous avons séparé les deux mécanismes (plastique et endommageable) et les deux critères associés.

Nous avons ensuite étudié d'une part la formulation éléments finis (EF) des codes de calcul explicites et d'autre part, le formalisme et les contraintes liés à la programmation d'une loi de comportement dans un code. Nous avons alors pu constater un décalage entre les possibilités offertes par la mécanique théorique et son application aux EF.

Par conséquent, d'un point de vue pratique, nous avons choisi un modèle simplifié qui relate de façon pertinente la physique du comportement. Ainsi nous ne cherchons pas à partir du modèle thermodynamique 3D (à 51 paramètres) mais de construire le modèle 3D numériquement à partir du modèle 1D validé sur le plan thermodynamique.

Dans un premier temps, nous allons exposer les principes généraux des EF. Puis nous détaillerons la généralisation numérique de la loi au cas tridimensionnel en évoquant notamment les hypothèses et les choix numériques retenus.

I FORMULATION ELEMENTS FINIS

Afin de mieux comprendre comment une loi de comportement intervient lors d'un calcul, nous allons commencer par nous intéresser à la formulation E.F. du logiciel.

Radius est un logiciel de calcul dynamique qui utilise un schéma d'intégration explicite en temps avec la méthode des différences finies centrées.

Ce logiciel a été conçu à partir des principes usuels de la méthode des éléments finis (Batoz et Dhett, 1990 ; Garrigues, 2002 ; Daridon, 2003).

I.1 PRINCIPES DE LA METHODE EF

La méthode des EF est utilisée pour trouver une solution approchée de la solution exacte d'un problème. Pour cela, le problème est formulé d'un point de vue énergétique. Puis, on exprime sa formulation variationnelle (cf. *annexe 2*). Pour finir, on discrétise le problème en divisant le domaine considéré en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de formes géométriques simples (éléments finis) interconnectés en des points appelés nœuds. La solution approchée est ainsi calculée pour chaque élément puis assemblée sur le domaine complet.

Selon le problème considéré (structure, fluide, couplage fluide-structure), les descriptions du maillage, de la cinématique (comment la déformation est-elle mesurée ?) et de la cinétique (comment la contrainte est-elle mesurée ?) peuvent changer (cf. *annexe 2*).

Dans le cas des os, nous traitons un problème de structure : Radioss utilise donc une description Lagrangienne.

D'un point de vue cinétique, dans la majorité des cas, le tenseur des contraintes utilisé est celui de Cauchy. Les composantes du tenseur de Cauchy peuvent être calculées directement, sinon deux méthodes sont généralement utilisées :

- ✓ la décomposition en contraintes principales,
- ✓ la décomposition en parties déviatorique et sphérique.

Cette décomposition a une influence particulière sur l'expression de la loi de comportement, notamment lorsque l'on traite de phénomènes dissipatifs.

Les choix des descriptions du maillage, de la cinématique et de la cinétique sont conditionnés par celui de la loi de comportement.

I.2 FORMULATION VARIATIONNELLE

Généralement, il s'agit de résoudre les équations d'équilibre du domaine considéré. Ces équations sont les lois de bilan exprimant la conservation de la masse et de la quantité de mouvement (cf. *chapitre 2 - I.3*). La première étape est d'approximer ces équations par la formulation faible du Principe des Puissances Virtuelles :

$$\delta P_a = \delta P_{\text{int}} - \delta P_{\text{ext}} + \delta P_{\text{inert}} \Rightarrow \int_{\Omega} \frac{\partial(\delta v_i)}{\partial x_j} \sigma_{ji} d\Omega - \int_{\Omega} \delta v_i \rho f_i d\Omega - \int_{\Gamma} (\delta v_i) F_i d\Gamma + \int_{\Omega} \delta v_i \rho \dot{v}_i d\Omega = 0 \quad (\text{V.1})$$

avec δv_i variation (ou accroissement) de la vitesse nodale.

Pour trouver une solution approchée à cette formulation faible du problème, nous allons introduire des approximations pour différentes variables comme les champs de vitesse.

I.3 FORMULATION EF

I.3.1 METHODE DE DISCRETISATION

Toutes les équations de la thermodynamique peuvent être approximées en introduisant les fonctions d'interpolation Φ où Φ_I est la fonction d'interpolation du nœud I.

I.3.1.1 APPROXIMATION DU PRINCIPE DES PUISSANCES VIRTUELLES

Ainsi, nous avons, par exemple, le mouvement d'un solide qui devient :

$$x = x(X, t) \xrightarrow{\text{approximation}} x_i(X, t) = \sum_I \Phi_I(X, t) x_{iI}(t) \quad (V.2)$$

sachant que x_i est la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur position $x(X, t)$ et I désigne le $I^{\text{ème}}$ nœud. De même, les variations de la vitesse nodale sont approximées par :

$$\delta v_i(X) = \sum_I \Phi_I(X) \delta v_{iI} \quad (V.3)$$

où δv_{iI} sont les vitesses virtuelles des nœuds.

Le Principe des Puissances Virtuelles, énoncé plus haut, devient alors :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \Phi_I}{\partial x_j} \sigma_{ji} d\Omega - \int_{\Omega} \Phi_I \rho b_i d\Omega - \int_{\Gamma} \Phi_I F_i d\Gamma + \int_{\Omega} \Phi_I \rho \dot{v}_i d\Omega = 0 \quad (V.4)$$

où Γ est la partie de la frontière où la densité surfacique de forces est imposée.

Pour résoudre cette équation, chaque terme est exprimé en fonction des forces nodales.

I.3.1.2 EXPRESSION DES FORCES NODALES

Les forces internes des nœuds sont données par :

$$f_{iI}^{\text{int}} = \int_{\Omega} \sigma_{ji} \left(\frac{\partial \Phi_I}{\partial x_j} \right) d\Omega \quad (V.5)$$

Les forces externes sont définies par :

$$f_{iI}^{\text{ext}} = \int_{\Omega} \Phi_I \rho b_i d\Omega + \int_{\Gamma_{\Omega}} \Phi_I \tau_i d\Gamma \quad (V.6)$$

Les forces inertielles sont données par :

$$f_{iI}^{\text{inert}} = \int_{\Omega} \Phi_I \rho \dot{v}_i d\Omega = \int_{\Omega} \rho \Phi_I \Phi_J d\Omega \dot{v}_{iJ} \quad (V.7)$$

On peut définir les forces inertielles des nœuds par le produit de la matrice masse et des accélérations des nœuds.

En définissant la matrice masse par :

$$M_{ijIJ} = \delta_{ij} \int_{\Omega} \rho \Phi_I \Phi_J d\Omega \quad (\text{V.8})$$

Les forces inertielles peuvent alors s'écrire sous la forme :

$$f_{il}^{inert} = M_{ijIJ} \dot{v}_{jJ} \quad (\text{V.9})$$

I.3.1.3 LES MODES DE HOURGLASS

Le schéma d'intégration explicite peut générer des déformations qui n'engendrent pas de contrainte aux points d'intégration : ces modes de déformation sont appelés modes de « hourglass » ou mode de déformation en sablier. Ils correspondent à une énergie nulle et aboutissent à des solutions non physiques. Ce problème est particulièrement important pour les quadrilatères de premier ordre et pour les hexaèdres.

Pour prévenir ces déformations excessives, une rigidité ou viscosité artificielle associée à ces modes de déformations est ajoutée sous forme de vecteurs force et moment anti-« hourglass » dans les équations d'équilibre utilisées ci-dessous.

I.3.1.4 EQUATIONS DU MOUVEMENT

Pour les vitesses de translation, les équations du mouvement peuvent s'écrire sous forme matricielle :

$$M \frac{dv}{dt} = f^{ext} - f^{int} + f^{hgr} + f^{cont} \quad (\text{V.10})$$

où f^{hgr} correspond aux forces « anti-hourglass » et f^{cont} aux forces de contact.

Pour les vitesses de rotation :
$$I \frac{d\omega}{dt} = M^{ext} - M^{int} + M^{hgr} \quad (\text{V.11})$$

où M^{ext} est le moment externe, M^{int} est le moment interne et M^{hgr} est le moment « anti-hourglass ».

I.3.1.5 DEFINITION D'UN NOUVEAU SYSTEME DE COORDONNEES

Les éléments finis sont habituellement développés avec des fonctions exprimées dans un système de coordonnées intrinsèques ξ , ζ et η .

On considère alors 3 systèmes de coordonnées qui correspondent à l'élément :

- ✓ celui de coordonnées intrinsèques,
- ✓ celui de l'élément courant,
 - ξ est associé à la direction u
 - ζ est associé à la direction v
 - η est associé à la direction w
- ✓ celui de l'élément de référence.

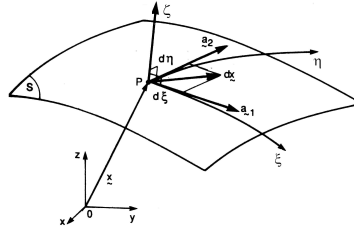


Figure 39 : Les différents systèmes de coordonnées d'un élément

La position de l'élément peut alors être exprimée selon trois repères :

- ✓ dans le repère intrinsèque pour la configuration initiale : $X(\xi)$;
- ✓ dans le repère intrinsèque pour la configuration actuelle : $x(\xi, t)$;
- ✓ dans la configuration actuelle à partir de la configuration initiale : $x = x(X, t)$.

Nous avons alors l'approximation respective de la position dans la configuration actuelle et initiale :

$$x_i(\xi, t) = \Phi_I(\xi)x_{il}(t) \text{ et } X_i(\xi) = x_i(\xi, 0) = \Phi_I(\xi)x_{il}(0) = \Phi_I(\xi)X_{il} \quad (\text{V.12})$$

1.3.1.6 INTEGRALES DES FORCES NODALES

En pratique, les intégrales sur le volume étudié Ω (forces internes, externes et matrice de masse) s'expriment différemment selon le système de coordonnées choisi :

$$\int_{\Omega} g(x) d\Omega = \int_{\Omega^0} g(x) |F| d\Omega_0 = \int_{\Delta} g(\xi) |F_{\xi}| d\Delta \quad (\text{V.13})$$

et

$$\int_{\Omega_0} g(x) d\Omega_0 = \int_{\Delta} g(\xi) |F_{\xi}^0| d\Delta \quad (\text{V.14})$$

où :

- ✓ $|F|$ est le déterminant Jacobien de la transformation entre les configurations initiale et actuelle ;
- ✓ $|F_{\xi}|$ est le déterminant Jacobien de la transformation entre la configuration actuelle et le domaine dans le système de coordonnées intrinsèques ;
- ✓ $|F_{\xi}^0|$ est le déterminant Jacobien de la transformation entre la configuration de référence et le domaine dans le système de coordonnées intrinsèques.

Ainsi, les forces internes, calculées par intégration sur le domaine courant, seront obtenues par la quadrature suivante :

$$f_{il}^{\text{int}} = \int_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{\partial \Phi_I}{\partial x_j} d\Omega = \int_{\Delta} \sigma_{ij} \frac{\partial \Phi_I}{\partial x_j} |F_{\xi}| d\Delta \quad (\text{V.15})$$

avec $|F_{\xi}|$ obtenue à partir de :

$$F_{\xi j} = \frac{\partial x_k}{\partial \xi_j} = \frac{\partial \Phi_I(\xi)}{\partial \xi_j} x_{kl} \quad (\text{V.16})$$

Les forces externes ainsi que la matrice de masse peuvent être calculées de manière similaire.

I.3.2 INTEGRATION NUMERIQUE

Tous les éléments (dans Radioss) sont intégrés numériquement. Ainsi, les intégrales pour les forces nodales sont remplacées par une somme :

$$\int_{\Omega} f(\xi) d\xi = \sum_{j=1}^n w_j f(\xi_j) \quad (\text{V.17})$$

où n est le nombre de points d'intégration dans l'élément et w_j est le poids associé au $j^{\text{ème}}$ point d'intégration.

Il existe deux schémas d'intégration (Radioss utilise les deux) :

✓ le schéma d'intégration complet

Le nombre de points d'intégration est suffisant pour avoir une intégration exacte de l'expression du travail virtuel. Ce type de schéma est souvent utilisé pour des problèmes statiques et dynamiques avec une intégration en temps implicite. Il n'y a pas de problème de stabilité mais il arrive qu'il y ait des boucles et le temps de calcul peut s'avérer important.

✓ le schéma d'intégration réduit

Le nombre de points d'intégration est suffisant pour avoir une intégration exacte de la contribution du champ de déformation. Ce type de schéma est plutôt utilisé dans des programmes avec une intégration en temps explicite. Le temps de calcul est radicalement diminué et cette méthode est très compétitive si les modes de « hourglass » (voir paragraphe I.3.1.4) sont stabilisés proprement.

En conclusion, le schéma d'intégration réduit permet un calcul simple et rapide des intégrales de volume, en particulier pour des ordinateurs en parallèle, et permet de résoudre les verrous en autorisant le « hourglass ».

I.3.3 TECHNIQUE DE RESOLUTION

La forme discrète des équations du mouvement correspond à un système d'équations différentielles linéaires de second ordre. Pour résoudre ce système d'équations par EF, il y a deux méthodes générales : la méthode d'intégration directe et la méthode de superposition.

La différence majeure entre ces deux méthodes est le changement de repère. En effet, la méthode de superposition implique un changement dans le repère principal des déplacements, alors que la première méthode n'induit pas de changement de repère.

En analyse dynamique transitoire, la méthode d'intégration directe est généralement utilisée. La méthode utilisée dans Radioss dérive du schéma d'intégration en temps de Newmark.

I.3.3.1 LA METHODE DE NEWMARK

L'état du système à un temps donné $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ est calculé en utilisant la formule de Taylor.

En utilisant le développement de Taylor, nous obtenons pour le déplacement u :

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + (1 - \gamma)h\ddot{u}_n + \gamma h\ddot{u}_{n+1} \quad (\text{V.18})$$

$$u_{n+1} = u_n + h\dot{u}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)h^2\ddot{u}_n + \beta h^2\ddot{u}_{n+1} + r'_n$$

En fonction des valeurs de γ et β , différents algorithmes peuvent être écrits, comme par exemple :

- ✓ $\gamma = 0$ et $\beta = 0$: algorithme explicite pur. On peut démontrer que ce schéma est toujours instable.
- ✓ $\gamma = 1/2$ et $\beta = 0$: algorithme des différences centrées. On peut démontrer que ce schéma est stable sous certaines conditions.
- ✓ $\gamma = 1/2$ et $\beta = 1/4$: Ce schéma appelé « accélération moyenne » est inconditionnellement stable et d'une précision maximale.

La méthode de Newmark utilise l'algorithme des différences centrées ($\gamma = 1/2$ et $\beta = 0$). Nous avons alors, pour un pas de temps constant :

$$\ddot{u}_n = \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{\Delta t^2} \quad (\text{V.19})$$

La précision du schéma d'intégration est donc de l'ordre de Δt^2 . Autrement dit, si le pas de temps est divisé par deux, l'erreur de calcul est divisée par quatre. Toutefois, le pas de temps étant recalculé après la mise à jour des forces internes, il peut varier d'un cycle à un autre.

La condition de stabilité est donnée par : $\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}}$ avec ω_{\max} la fréquence la plus élevée du système :

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (\text{V.20})$$

où K et M sont respectivement les matrices de rigidité et de masse du système.

I.3.3.2 CONTROLE DU PAS DE TEMPS

Le calcul et l'incrément de temps sont gérés par le code de calcul. Pour cela, trois pas de temps sont calculés et le pas de temps utilisé correspond au plus grand pas de temps vérifiant la condition de stabilité (condition de Courant). La définition du pas de temps dépend du type de constituant du problème modélisé.

Pas de temps élémentaire

Ainsi, le pas de temps des éléments dépend de la taille l du plus petit élément et de la vitesse c de propagation du son :

$$\Delta t_{\text{élément}} = \min\left(\frac{l}{c}\right) \quad (\text{V.21})$$

Or, la vitesse du son dans le matériau dépend du type d'élément utilisé pour le mailler :

	éléments 1D	éléments 2D	éléments 3D
Vitesse du son dans le matériau	$\sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$	$\sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$

Tableau 13 : Vitesse du son pour différents types d'élément

Pas de temps nodal

Dans le cas des nœuds, le pas de temps dépend de la masse m et de la raideur k :

$$\Delta t_{nodal} = \min \left(\sqrt{\frac{2m}{k}} \right) \text{ avec } k = \frac{EA}{l} \text{ et } m = \frac{\rho Al}{2} \quad (\text{V.22})$$

Pas de temps à une interface

Pour le cas plus complexe d'une interface, deux pas de temps sont définis : un cinématique et un nodal.

Le pas de temps cinématique ou de l'interface, est calculé s'il y a pénétration P par :

$$\Delta t_{kin} = 0.5 \left(\frac{Gap - P}{\frac{dP}{dt}} \right) \quad (\text{V.23})$$

$$\text{Le pas de temps stable ou nodal est donné par : } \Delta t_{nod} = \sqrt{\frac{2M}{K}} \quad (\text{V.24})$$

où M la masse nodale et K la rigidité nodale.

Le pas de temps limitant de l'interface est le plus faible des deux (Δt_{kin} et Δt_{nod}). Pour l'augmenter, il faut soit augmenter le « gap », soit réduire la raideur initiale.

I.4 CONCLUSION : BOUCLE DE RESOLUTION NUMERIQUE

La figure suivante permet de résumer les différentes étapes exécutées par le code de calcul pour chaque pas de temps.

La boucle se fait en deux parties imbriquées : une partie de mise à jour des variables qui fait appel à une autre déterminant la contrainte grâce à la loi de comportement. La première calcule et applique la force extérieure pour un champ de déplacement, de vitesse et d'accélération donnés à un instant t . La seconde correspond à la boucle sur les éléments et définit le nouvel état de déformation et de contrainte. Ceci permet de déterminer les forces internes, de « hourglass » et de contact puis un nouveau champ d'accélération, de vitesse de déplacement, ...

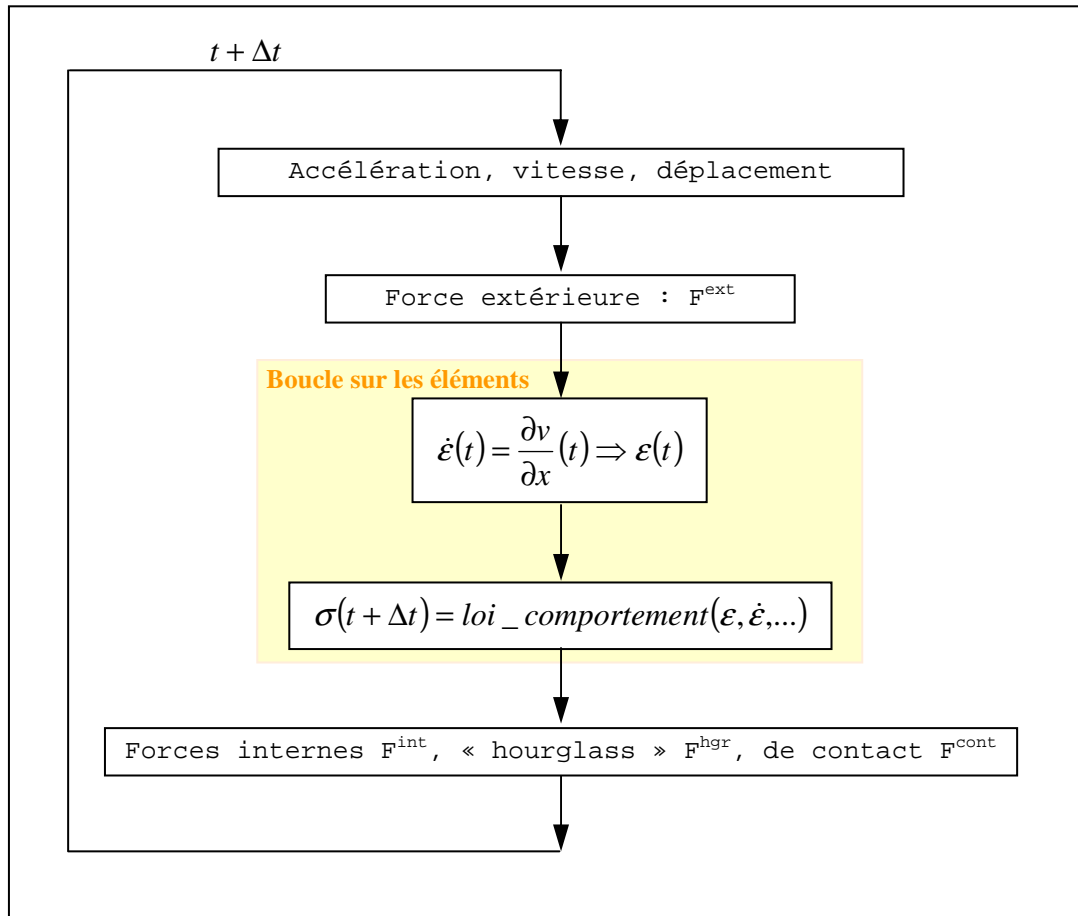


Figure 40 : Boucle de calcul explicite

II ADAPTATION DE LA LOI A UNE FORMULATION EF

La loi de comportement intervient lors de la boucle sur les éléments et se base sur la connaissance à un instant t donné des champs de forces, de déformations et de taux de déformation pour définir un nouvel état de contrainte.

Nous voulons utiliser le plus possible l'algorithme 1D. Ce choix est motivé par le fait qu'il est exprimé de manière incrémentale, ce qui est synonyme de gain en temps de calcul et de minimisation des erreurs numériques.

La loi doit pouvoir être utilisée pour des éléments 2D et 3D. Or certaines hypothèses liées à la formulation EF changent.

Nous adoptons donc la démarche suivante (Kayvantash, 2004) : nous partons de l'algorithme 1D et nous le généralisons au cas tridimensionnel. Puis nous passons au cas 2D à l'aide de la théorie de Reissner-Mindlin.

Nous aurons donc à faire des choix scientifiques et d'autres de « circonstances » (liés à la formulation EF d'une plate-forme de calcul dynamique explicite).

II.1 PASSAGE D'UN MODELE 1D A UN MODELE 3D

Pour adapter l'algorithme 1D au cas tridimensionnel, nous devons poser un certain nombre de choix et d'hypothèses. Ceci nous permettra de trouver un compromis entre :

- ✓ L'écriture de la loi de comportement,
- ✓ ses spécificités et son contexte d'utilisation (notamment en nombre de paramètres utilisés),
- ✓ et sa programmation pour son intégration dans un code de calcul.

II.1.1 HYPOTHESE DE BASE SUR LE MATERIAU

L'os est anisotrope, hétérogène avec un comportement élastoplastique endommageable non-linéaire. Généralement, l'os est supposé isotrope transverse et homogène (cf. *chapitre 1 - III.1*).

Du point de vue de la programmation, nous supposons que l'os est **homogène, isotrope** : son comportement sera donc identique dans les trois directions de l'espace. Ainsi pouvons-nous utiliser un même algorithme pour décrire le comportement de l'os dans chacune de ces directions.

II.1.2 HYPOTHESE DES GRANDES DEFORMATIONS

Les codes généralistes de calcul explicites travaillent en grandes déformations : les contraintes et déformations utilisées sont alors les contraintes vraies et déformations vraies. Ces tenseurs et leurs dérivées temporelles doivent alors être objectifs au sens des grandes déformations.

Le seul cas où cette objectivité peut poser problème est lorsqu'il y a de forts cisaillements des éléments volumiques. Etant donnée la raideur des os, nous ne serons pas dans ce cas de figure : Les tenseurs des contraintes et des déformations ainsi que leurs dérivées temporelles seront donc toujours objectifs au sens des grandes déformations.

D'autre part, pour une meilleure précision des calculs, nous utiliserons une formulation de la contrainte en variation :

$$\sigma(t) = \sigma(t - \Delta t) + f(\varepsilon(t), \varepsilon(t - \Delta t), \dots) \quad (\text{V.25})$$

II.1.3 COMMENT CALCULER LA CONTRAINTE ?

II.1.3.1 COMMENT DECOMPOSER LA CONTRAINTE ?

Il existe deux méthodes pour calculer la contrainte de Cauchy : la décomposition en contraintes principales ou la décomposition en parties déviatorique et sphérique.

Sachant que :

1. Nous voulons utiliser le modèle 1D car il satisfait aux exigences que nous nous sommes fixés.
2. Ce modèle décrit le comportement de l'os en traction et en compression ; le cisaillement n'y est pas explicité.
3. La façon d'implémenter la contrainte répond également à une logique de plate-forme numérique (voir conclusion et *chapitre 4 - I*).

Nous optons donc une décomposition en contraintes principales. Or, pour un pas de temps donné, la contrainte peut s'écrire telle que :

$$\sigma = K\varepsilon$$

avec K constant pour ce pas de temps.

Les valeurs propres et vecteurs propres étant définis à une constante près : les valeurs propres et vecteurs propres de la contrainte sont égaux à ceux de la déformation. (Coirier, 2001)

Nous pouvons donc **décomposer la contrainte dans le repère principal des déformations**.

Pour déterminer les éléments propres du tenseur des déformations, parmi les méthodes de calcul des caractéristiques propres d'une matrice (Duresseix, 2003 ; Viot, 2003), nous avons choisi une méthode simple et stable : la **méthode de Jacobi**. Elle est peu coûteuse et sa convergence n'est lente que lorsque la dimension du système de valeurs propres est grande (supérieure à 100). Or, dans notre cas, le tenseur des déformations est symétrique et de dimension 3 (du système de valeurs propres).

1.1.1.1 CONSEQUENCES SUR LES RESULTATS

La représentation de la contrainte dans le repère principal des déformations a des conséquences sur trois aspects de l'algorithme tridimensionnel :

1. le cisaillement,
2. le couplage des directions principales,
3. les critères de plasticité et d'endommagement.

En ce qui concerne le cisaillement : définir la contrainte dans le repère principal des déformations annule ses composantes de cisaillement. Cependant, nous les récupérons lors du second changement de repère (permettant de passer du repère principal des déformations vers le repère de calcul).

Dès lors, nous considérerons que le changement de repère suffit pour définir les composantes de cisaillement. Cette hypothèse sera bien sûr vérifiée a posteriori.

Les deux autres points étant plus complexes, ils font l'objet des deux paragraphes suivants.

1.1.1.2 COUPLAGE DES CONTRAINTES : L'EFFET POISSON

En considérant la loi dans le repère principal des déformations et s'agissant de l'adaptation d'un modèle unidimensionnel, les composantes des contraintes sont donc découplées.

Ce couplage permet de décrire l'effet Poisson : ce phénomène est lié à l'isotropie et à la compressibilité du matériau.

La méthode consiste à calculer les modules élastiques équivalents du matériau, en utilisant les valeurs à l'instant t et $(t - \Delta t)$ des contraintes et déformations principales, telles que :

$$E_{eq_i} = \frac{\sigma_i(t) - \sigma_i(t - \Delta t)}{\varepsilon_i(t) - \varepsilon_i(t - \Delta t)} \quad \text{pour } i = 1, 2, 3 \quad (\text{V.26})$$

Ensuite, on utilise la loi de Hooke pour le matériau équivalent : $\sigma = \tilde{A}\varepsilon$. L'expression des composantes du tenseur des rigidités \tilde{A} dépend du matériau. Ci-dessous, deux exemples d'expression du tenseur de rigidités pour un matériau isotrope et orthotrope.

Calcul du tenseur des rigidités d'un matériau isotrope

Pour un matériau isotrope linéaire, le tenseur des rigidités est déterminé par deux constantes élastiques indépendantes E et ν (Batra, 1998) :

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \text{ avec } \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \text{ et } \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (\text{V.27})$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé.

Calcul du tenseur des rigidités d'un matériau orthotrope

Pour un matériau orthotrope, Wronski (1994) propose le tenseur de rigidité suivant :

$$\tilde{A} = \frac{1}{A} \begin{pmatrix} \frac{1}{E_2 E_3} - \left(\frac{\nu_{23}}{E_t}\right)^2 & \frac{\nu_{12}}{E_3 E_t} - \frac{\nu_{23}\nu_{13}}{E_t^2} & \frac{\nu_{13}}{E_2 E_t} - \frac{\nu_{23}\nu_{12}}{E_t^2} \\ \text{symétrique} & \frac{1}{E_1 E_3} - \left(\frac{\nu_{13}}{E_t}\right)^2 & \frac{\nu_{23}}{E_1 E_t} - \frac{\nu_{12}\nu_{13}}{E_t^2} \\ \text{symétrique} & \text{symétrique} & \frac{1}{E_1 E_2} - \left(\frac{\nu_{12}}{E_t}\right)^2 \end{pmatrix} \quad (\text{V.28})$$

avec $A = \det(\tilde{A}^{-1}) = \frac{1}{E_1 E_2 E_3} - \frac{\nu_{23}^2}{E_1 E_t} - \frac{\nu_{13}^2}{E_2 E_t} - \frac{\nu_{12}^2}{E_3 E_t} - \frac{\nu_{12}\nu_{13}\nu_{23}}{E_1 E_2 E_3}$ et E_t module d'Young du

matériau en traction pour une loi de Hooke exprimée sous forme différentielle : $\dot{\sigma} = \tilde{A}\dot{\varepsilon}$.

Dans un premier temps, nous avons choisi la première expression proposée par Batra, défini tel que :

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \frac{E_1(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E_2(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E_3(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \end{pmatrix} \quad (\text{V.29})$$

où $E_{i=1,2,3}$ sont les modules équivalents (voir formule plus haut) et E est le module d'Young initial de la structure modélisée.

1.1.1.3 CRITERES DE PLASTICITE ET D'ENDOMMAGEMENT

Dans le cas unidimensionnel, les fonctions critères de plasticité et d'endommagement ont été définies d'un point de vue thermodynamique et sont intégrées à l'algorithme. Toutefois, lorsque nous généralisons l'algorithme au cas tridimensionnel, elles ne tiennent compte que d'une seule direction (spatiale) à la fois et deviennent donc des fonctions définies par morceaux.

Nos choix relatifs aux critères ont été motivés par la nécessité d'avoir un nombre de paramètres mécaniques limité, puisque difficiles à déterminer expérimentalement.

Critère de plasticité

D'un point de vue mécanique, il existe différents critères de plasticité pouvant être classés en deux groupes : ceux indépendants de la pression hydrostatique et ceux qui en dépendent (les six critères les plus courants sont présentés en *annexe 3*).

De manière générale, ces critères font intervenir une décomposition déviatorique-sphérique de la contrainte que nous n'utilisons pas ici.

Dans le cas de l'os, les modèles faisant intervenir la pression hydrostatique ne sont pas adaptés car ils prévoient que le matériau devient infiniment résistant en compression triaxiale. Parmi les autres critères, le plus adapté semble être le critère de Tsai-Wu. Néanmoins le principal inconvénient est le nombre important de coefficients caractéristiques du matériau à déterminer. Dans ce cas, l'identification des paramètres de notre loi de comportement ne serait pas réalisable.

D'un point de vue matériau, l'os est élastoplastique endommageable. Cependant sa phase plastique est négligeable par rapport à l'élasticité et à l'endommagement (sauf pour l'os spongieux en compression). Et, elle n'exprime pas la physique de la plasticité, mais permet de définir la déformation résiduelle.

En conséquence, dans un premier temps, nous allons considérer une « pseudo-plasticité » qui permettra de définir les déformations résiduelles et un critère plastique 3D défini par morceaux. Ce choix peut être comparé à l'exemple de Wielgosz (1999) qui propose un critère de plasticité carré pour un problème plan avec un domaine d'élasticité irrégulier.

Critère d'endommagement

D'un point de vue mécanique, peu de critères d'endommagement existent. Généralement, le critère d'écoulement plastique va dépendre du dommage par l'intermédiaire de la contrainte effective (Besson et al, 2001). De plus, les critères d'endommagement sont surtout des critères de fatigue (critère de Hashin, par exemple).

D'un point de vue matériau, très peu d'études traitent de l'endommagement de l'os (cf. *chapitre 1 - III.2*).

Nous allons donc considérer que l'*endommagement* est *isotrope et découplé*. Par analogie au critère de plasticité, nous utiliserons un critère 1D généralisé.

I.1.1.4 CONCLUSION

Les différentes étapes de calcul de la contrainte peuvent donc être résumées par le schéma suivant :

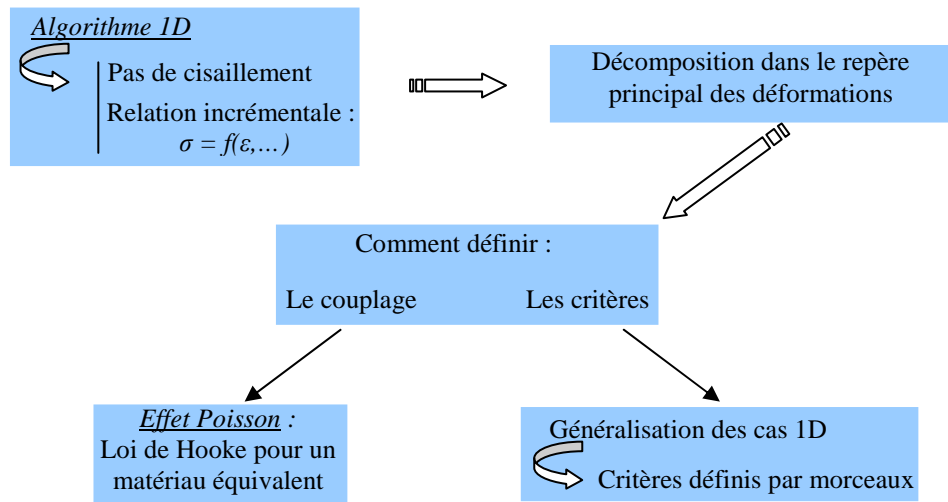


Figure 41 : Les différentes étapes pour calculer la contrainte à un instant t donné

I.1.2 SYNTHÈSE : GENERALISATION DU MODELE 1D AU CAS 3D

I.1.2.1 ALGORITHME 3D DE LA LOI DE COMPORTEMENT

Grâce à ces différentes hypothèses, nous pouvons établir l'algorithme de la loi de comportement pour le cas tridimensionnel :

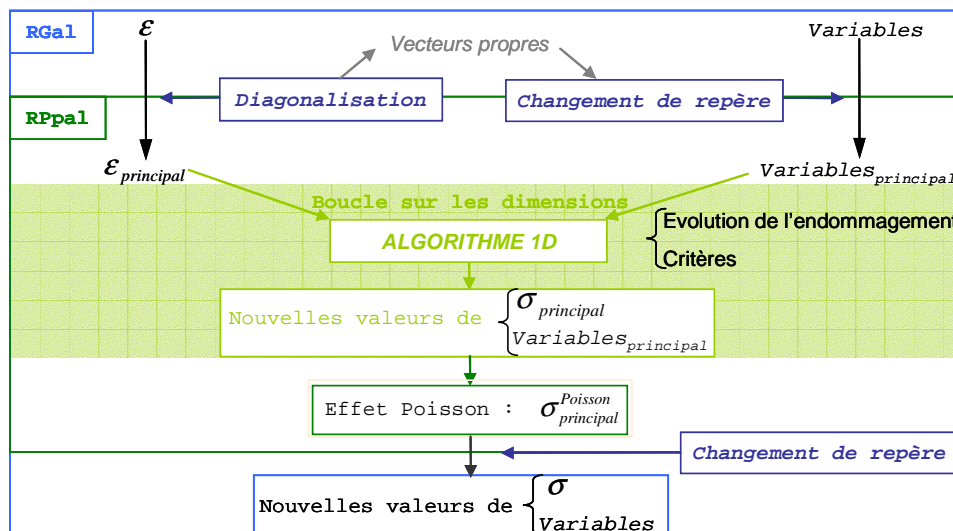


Figure 42 : Algorithme 3D permettant de déterminer la contrainte en fonction de la déformation et des variables de la loi de comportement – RGal = repère général et RPal = repère principal des déformations

I.1.2.2 PERSPECTIVES

A ce stade, nous avons choisi de généraliser les critères 1D de plasticité et d'endommagement au cas tridimensionnel. Ce choix est motivé d'une part par la volonté de respecter les spécificités attendues de la loi de comportement et d'autre part, par la difficulté à mettre en œuvre des expériences ou à trouver des données permettant d'identifier les différents paramètres.

Les premières évaluations de la loi permettront peut-être d'ordonner les améliorations à envisager pour le modèle 1D (voir *chapitre 4-VI*) et pour sa généralisation au cas tridimensionnel (critères).

Le cas particulier de l'os spongieux en compression relève d'une toute autre stratégie de loi de comportement. Nous devons peut-être envisager une loi de comportement spécifique (par exemple : le modèle de Gibson et Ashby présenté au *chapitre 3-II.5*). Il s'agirait alors de rendre les critères dissymétriques en traction-compression.

I.2 MODELISATION DE LA FRACTURE

A ce stade, nous avons implémenté une loi tridimensionnelle pour décrire le comportement de l'os ainsi que son endommagement.

Nous allons à présent nous intéresser à la façon de modéliser la fracture.

I.2.1 COMMENT MODELISER LA FRACTURE ?

I.2.1.1 LES ASPECTS MECANIQUES

Selon Besson et al (2001), dans le cadre thermodynamique, il y a une analogie complète entre la mécanique de la rupture et la mécanique de l'endommagement avec la correspondance suivante :

mécanique de la rupture		mécanique de l'endommagement
Structure	⇔	V.E.R.
forces extérieures	⇔	contrainte appliquée au V.E.R.
déplacements des points d'application des efforts	⇔	déformation globale
fissure (longueur, surface)	⇔	variable de dommage (diffuse)
taux d'énergie élastique libérée G	⇔	force thermodynamique y (taux énergie libérée)

Figure 43 : Correspondance entre mécanique de la rupture et mécanique de l'endommagement

En mécanique de la rupture, il existe trois approches fondamentales comme nous l'avons vu dans le *chapitre 2 - IV*. Le principal inconvénient de ces approches est qu'elles introduisent des variables supplémentaires à déterminer.

D'autre part, selon Doblaré et al (2004), l'extension de la mécanique de la rupture à l'analyse de la fracture osseuse est actuellement clairement sous-développée ; bien qu'il y aura probablement d'importantes recherches dans ce domaine dans les années à venir.

Par conséquent, nous n'avons pas utilisé la mécanique de la rupture pour modéliser la fracture de l'os. Pour cela, nous définissons un critère de rupture et nous utilisons une technique EF pour la modéliser.

I.2.1.2 DEFINITION DU CRITERE DE RUPTURE

Il y a plusieurs possibilités pour définir un critère de rupture. On peut définir :

- ✓ un critère en déformation (le critère le plus simple et le plus utilisé),
- ✓ un critère en contrainte,
- ✓ un critère en énergie.

Etant donnée la grande dissipation d'énergie nécessaire à la fracture osseuse, le critère de rupture le plus adapté serait en énergie. Nous avons donc choisi de définir un critère se basant sur une valeur maximale d'endommagement. En effet, le critère compare la norme infinie du tenseur de l'endommagement de chaque élément à une valeur critique déterminée à partir de la bibliographie.

Les essais expérimentaux qui ont permis de déterminer l'endommagement critique de l'os, ont été réalisés en fatigue (Zioupos et al, 1996a, 1996b) et en cyclique (4 cycles jusqu'à rupture) pour Jepsen et Davy (1997). Ces études nous donnent des valeurs critiques respectives de : 0,3, 0,3 à 0,4 et jusqu'à 0,6.

Dès lors, nous prendrons un endommagement critique tel que : $D_c \leq 0,6$.

I.2.1.3 LES ASPECTS ELEMENTS FINIS

Alsos (2004) a étudié les trois méthodes utilisées en EF pour modéliser la rupture d'un matériau (ce paragraphe se base sur ses travaux) :

- ✓ le remaillage adaptatif (adaptive re-meshing),
- ✓ la suppression de l'élément (element removal / kill method),
- ✓ la séparation de l'élément (element splitting method).

Le remaillage adaptatif

Cette méthode consiste à remailler autour de l'extrémité de la fissure qui se propage dans un matériau. Elle a été testée sur des petits programmes mais elle se révèle très gourmande en temps de calcul (CPU). Cette théorie n'a donc pas été intégrée aux logiciels de calcul commerciaux.

La suppression de l'élément

A l'origine, il s'agit de la méthode la plus utilisée en simulation EF et elle est presque la seule implémentée dans les codes de calcul pour simuler la fracture. Ses deux avantages majeurs sont :

- ✓ la simplicité d'utilisation,
- ✓ le temps de calcul n'est pas augmenté. En fait, il décroît même car la rupture apparaît souvent dans les éléments les plus déformés.

Cette technique donne d'assez bons résultats si elle est utilisée avec des éléments relativement petits et des modèles d'endommagement corrects.

Selon Chen (1994), cette procédure peut entraîner des difficultés lorsque l'élément supprimé appartient à une interface. Les transferts de forces et de moments entre les surfaces de contact peuvent perdre de leur précision.

L'inconvénient majeur est la perte de masse ; en particulier, pour des modèles de taille importante avec un maillage grossier.

La séparation de l'élément

Cette théorie, également appelée délaminage pour les matériaux composites, peut être considérée comme une partie de la méthode de décohesion des éléments. La fracture est modélisée sans perte de masse ou d'information sur l'élément.

L'inconvénient majeur est que cette méthode n'est pas forcément implémentée dans les codes commerciaux. Dans Radioss, il faudrait définir un nouvel élément 3D (puis 2D).

Cependant cette technique tend à être de plus en plus utilisée : Abdullah et al (2005) ont programmé un nouvel élément permettant de décrire le délaminage des composites. Ils transforment ainsi un élément 3D en deux éléments coques. Pechnik et al (2005) ont utilisé le même principe pour les structures composites d'avion Airbus.

I.2.2 CONCLUSION

La fracture sera modélisée en utilisant la méthode de suppression de l'élément car elle est déjà implémentée dans les codes de calcul généralistes. Le critère de rupture se base sur une valeur critique d'endommagement.

Les pertes de masse et d'information sur l'élément devront être limitées :

- ✓ d'une part, par la taille des volumes à mailler (éprouvettes osseuses),
- ✓ d'autre part, par la précision des modèles développés au LBA (la longueur caractéristique d'un élément est d'au maximum 2,5 mm).

II PASSAGE D'UN MODELE VOLUMIQUE A UN MODELE SURFACIQUE

II.1 LES ELEMENTS 2D

Les éléments de coque peuvent être considérés comme un assemblage d'un élément de membrane et d'un élément de plaque (c'est le cas dans Radioss). Cet élément mixte permet de considérer des problèmes où les forces de membrane et de flexion cohabitent. Le comportement de l'élément de membrane est identique à celui d'éléments plans avec l'hypothèse des contraintes planes. (Chateaneuf, 2005)

Pour l'élément de plaque, deux théories, dites de premier ordre, existent :

- ✓ la théorie de Kirchhoff pour les plaques minces,
- ✓ la théorie de Reissner-Mindlin pour les plaques épaisses.

Pour adapter la loi 3D aux éléments coques, nous allons utiliser l'hypothèse des contraintes planes et la théorie des plaques de Reissner-Mindlin (d'après les travaux de Batoz et Dhett, 1990).

II.2 LA THEORIE DE REISSNER-MINDLIN

La théorie des plaques est basée sur les cinq hypothèses suivantes:

- ✓ Les sections sont droites (ou planes) ;
- ✓ La déformation transversale est nulle (pas de variation d'épaisseur) ;
- ✓ On se place dans le cas des contraintes planes ;
- ✓ L'anisotropie est plane pour chaque couche dans le cas d'une plaque composite ;
- ✓ On utilise la théorie de Reissner-Mindlin ou de Kirchhoff.

La théorie de Kirchhoff s'applique généralement aux plaques minces en négligeant le cisaillement transversal (CT). La théorie de Reissner-Mindlin s'applique plutôt aux plaques épaisses : elle inclut la théorie de Kirchhoff et prend en considération l'influence du cisaillement transversal.

Selon Batoz et Dhett, la théorie de Kirchhoff peut être interprétée comme un cas particulier de la théorie de Reissner-Mindlin. C'est pourquoi nous nous intéresserons spécifiquement à cette dernière.

L'influence du cisaillement transversal se traduit par la prise en compte d'une loi de comportement de CT. Cette loi dépend de facteurs de correction déterminés a priori par des considérations d'équivalences énergétiques, en généralisant la démarche utilisée pour les poutres et en s'inspirant de la théorie mixte de Reissner.

Ces coefficients de correction dépendent du type de plaque. Ainsi, pour une plaque homogène isotrope ou anisotrope en équilibre statique, le facteur de correction est : $k = 5/6$; tandis qu'en se basant sur des considérations dynamiques, le facteur de correction est aussi appelé coefficient de Mindlin pour les plaques isotropes : $k = \pi^2/12$.

II.3 L'ADAPTATION DE LA LOI AUX ELEMENTS 2D

Selon la théorie de Reissner-Mindlin, les déplacements sont définis par :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u(x, y) + z \beta_x(x, y) \\ v(x, y, z) = v(x, y) + z \beta_y(x, y) \\ w(x, y, z) = w(x, y) \end{cases} \quad (V.30)$$

où u , v et w sont les déplacements selon les trois directions spatiales, β_x et β_y sont les rotations de la normale dans les plans xz et xy respectivement.

La loi de comportement se décompose en une partie décrivant le comportement de la membrane et de flexion et l'autre décrivant celle de cisaillement :

$$\begin{cases} \sigma = H\varepsilon + \sigma_0 \\ \tau = H_\tau \gamma + \tau_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{12} & H_{22} & H_{23} \\ H_{13} & H_{23} & H_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 2\varepsilon_{xy} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{0x} \\ \sigma_{0y} \\ \sigma_{0xy} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{44} & H_{45} \\ H_{45} & H_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_x + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \beta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{0xz} \\ \sigma_{0yz} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{V.31})$$

Pour un matériau isotrope avec facteur de correction, les matrices H et H_τ valent :

$$H = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad H_\tau = \frac{5}{6} h \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{V.32})$$

avec h épaisseur de la plaque.

III CONCLUSION

La loi de comportement est implémentée pour être intégrée dans une plate-forme numérique pour code de calcul explicite conçu pour des sollicitations quasi-statique à dynamique. Elle donne le nouvel état de contrainte en fonction de variables telle que la déformation.

L'adaptation du modèle 1D au cas tridimensionnel se base sur la décomposition du modèle dans le repère principal des déformations. Pour cela, trois hypothèses sont vérifiées : le matériau est homogène, isotrope et travaille en grandes déformations. Cette décomposition implique que les critères de plasticité et de rupture 1D sont généralisés (par morceaux) au cas 3D et l'effet Poisson permet de coupler les composantes de la contrainte.

La fracture est modélisée grâce à un critère de rupture 3D et la méthode de suppression de l'élément.

L'adaptation du modèle 3D au cas bidimensionnel se base sur l'expression de la loi de comportement avec facteur de correction de cisaillement transversal établie à partir de la théorie de Reissner-Mindlin.

Les principales limites de ce travail sont les hypothèses que nous avons faites pour pouvoir programmer la loi. La première consiste à considérer l'os comme un matériau isotrope. La seconde est de généraliser les critères unidimensionnels pour le cas 3D. Et la troisième est de coupler les contraintes en utilisant un effet Poisson « isotrope ».

Outre l'amélioration de ces trois hypothèses, la perspective de créer un nouvel élément pour modéliser la fracture (element splitting method) pourrait s'avérer profitable à l'amélioration de la description du comportement de l'os par EF.

Nous avons intégré la loi d'endommagement pour l'os à une plate-forme numérique de calcul dynamique explicite. Pour y parvenir, nous avons fait certains choix scientifiques :

- ✓ *l'os est supposé homogène et isotrope ;*
- ✓ *la contrainte est calculée par décomposition dans le repère principal des déformations ;*
- ✓ *l'effet Poisson est intégré en définissant un matériau équivalent ;*
- ✓ *le critère de rupture est en énergie*
- ✓ *nous utilisons la théorie de Reissner-Mindlin pour adapter la loi au cas 2D.*

Cependant, notre choix de généraliser le modèle 1D au cas tridimensionnel a pour conséquence que les critères de plasticité et d'endommagement sont définis par morceaux.

D'autres choix sont liés à la formulation EF et à son intégration dans un code dynamique explicite : la modélisation de la fracture par suppression d'élément.

Les choix scientifiques répondent à nos attentes et objectifs mais peuvent être modifiés, contrairement au choix liés à la formulation EF.

Avant d'aborder l'évaluation du modèle de comportement, nous allons étudier certains aspects expérimentaux tels que l'influence des paramètres biologiques et les essais de flexion de fémurs et de tibias que nous avons réalisés au LBA. Nous compléterons ainsi l'évaluation de la loi par la simulation de ces essais.

VERS UNE PERSONNALISATION DE LA LOI

INFLUENCE DES PARAMETRES BIOLOGIQUES

Après avoir conçu, implémenté et évalué une loi visant à améliorer la description du comportement des os dans les modèles éléments finis (EF) du corps humain, nous allons maintenant nous intéresser aux aspects expérimentaux de ce travail à travers l'influence des paramètres biologiques. Pour cela, nous commencerons par nous intéresser à l'état de l'art dans ce domaine. Puis nous l'aborderons dans l'analyse d'essais de flexion de fémurs et de tibias que nous avons réalisés au LBA. Par conséquent, ces deux chapitres ont pour but de contribuer à la personnalisation des modèles EF ; le deuxième chapitre servira également à la validation de la loi de comportement.

Dans le *chapitre 1*, nous avons vu que le comportement de l'os est complexe mais aussi variable. Nous avons abordé les conditions expérimentales telles que l'origine, la conservation et les dimensions du matériau testé ou encore les méthodes expérimentales utilisées comme autant de paramètres pouvant expliquer les variations de réponse de l'os à une sollicitation donnée.

Il existe d'autres facteurs comme nous allons le voir. L'étude bibliographique se révèle complexe car il est difficile de déterminer quels paramètres interviennent réellement, comment, et de quantifier leur influence. Certains paramètres peuvent aussi être liés.

Les objectifs de ce chapitre sont multiples :

- ✓ faire le point sur les facteurs les plus étudiés,
- ✓ voir leur impact sur le comportement mécanique des os,
- ✓ déterminer des classes de variations des paramètres mécaniques.

Nous aurons alors des modèles EF qui tiennent compte des spécificités des groupes de populations étudiées.

I PROPOSITION DE CLASSIFICATION DES PARAMETRES

L'étude faite au *chapitre 1* sur les conditions expérimentales montre que les propriétés mécaniques dépendent :

- ✓ du type d'os (compact ou spongieux),
- ✓ du site anatomique de l'échantillon (fémur, tibia, vertèbres...),
- ✓ des dimensions (échantillon ou os complet),
- ✓ du mode de conservation (frais, sec, embaumé, congelé...).

Nous avons également évoqué l'influence de la vitesse de sollicitation à travers l'étude de la viscosité de l'os (voir *chapitre 1 - III.3*).

Mais il existe des paramètres intrinsèques qui vont modifier la composition et la structure du tissu osseux. Ces paramètres intrinsèques sont plus ou moins accessibles et quantifiables.

Par conséquent, nous proposons de classer les paramètres en deux catégories :

- ✓ les paramètres intrinsèques liés à l'individu,

✓ les paramètres liés à l'expérimentation.

Les paramètres intrinsèques peuvent encore être séparés en trois catégories : les paramètres observables, ceux calculables ou mesurables et ceux qualitatifs.

Les paramètres expérimentaux sont établis par le protocole de l'expérience. Comme ils ont été abordés précédemment, nous ne traiterons ici que des paramètres intrinsèques.

D'après l'étude bibliographique, nous obtenons la classification des paramètres suivante :

Paramètres intrinsèques		exemples de paramètres :
	calculables / mesurables	porosité, BMD...
	observables	âge, sexe, taille, poids...
	qualitatifs	maladies, pathologies, hygiène de vie...
Paramètres expérimentaux		
	matériau	hydratation, mode de conservation, échantillon ou os complet...
	méthodes	vitesse de sollicitation, infra ou supra lésionnel...

Tableau 14 : Classification des paramètres biologiques (BMD = Bone Mineral Density)

D'après la revue bibliographique de Doblaré et al (2004) : Vose et Kubala (1959) furent vraisemblablement les premiers à mesurer l'influence du contenu minéral sur la contrainte ultime à la flexion. Les travaux de Carter et Hayes (1977) semblent être les plus cités. La variable compositionnelle la plus représentative serait la densité de cendres.

II LES PARAMETRES MESURABLES

II.1 LA POROSITE

II.1.1 DEFINITION

La porosité peut être définie comme le rapport entre le volume des vides et le volume total de l'os humide (Martin et al, 1998) :

$$p = \frac{V_{vides}}{V_{total\ os}} \quad (\% \text{ ou } /) \quad (VI.1)$$

Les vides vont de quelques micromètres à plusieurs centaines de micromètres de diamètre. Les plus petits vides sont les canalicules et lacunes qui sont uniformément réparties dans l'os. Elles n'affectent donc pas les propriétés mécaniques de l'os.

Les plus grands sont les canaux de Havers, les cavités de résorption et les vaisseaux sanguins qui, quant à eux, affectent les propriétés mécaniques.

La porosité a deux caractéristiques, la première matérielle et la seconde structurelle. On se penchera sur le point de vue matériel dans le cas où l'on considère la porosité uniformément répartie pour un os en traction ou compression où seul le phénomène macroscopique nous intéresse. L'aspect structurel de la porosité sera mis en avant dans le cas d'os en flexion ou en

torsion. En effet, les vides situés sur le cortex extérieur rendent l'os plus fragile que ceux situés près du canal médullaire car le matériau subit des contraintes plus importantes au niveau de la région externe que de l'axe neutre.

Remarque : Selon les auteurs, la définition d'os « humide » diffère et n'est pas toujours précisée.

II.1.2 RELATIONS LIANT LA POROSITE AU MODULE D'YOUNG

Schaffler et Burr (1988) ont établi une relation empirique permettant d'avoir le module élastique en traction d'os corticaux bovins en fonction de la porosité :

$$E = 33,9 (1 - p)^{10,9} \text{ (GPa) avec } p_{\max} = 7,8\% \quad (\text{VI.2})$$

Currey (1988) obtient le même type de relation mais pour une plus large gamme d'espèces (os cortical en traction) :

$$E = 23,4 (1 - p)^{5,74} \text{ (GPa) avec } p_{\max} = 31\% \quad (\text{VI.3})$$

McElhaney (1966) s'est, quant à lui, intéressé à l'os crânien humain : $E = (1 - p)^3$ (GPa).

Ces résultats montrent l'influence du protocole expérimental (cf. *Origine des tissus du chapitre 1-II.1*). Il faudra en tenir compte pour choisir la formule la plus adaptée lors des modélisations EF.

II.2 LA MINERALISATION

II.2.1 DEFINITIONS

Martin et al (1998) proposent de mesurer la minéralisation de deux façons différentes :

- ✓ La minéralisation volumétrique dépend à la fois de la minéralisation et de la porosité. Elle diminue dans le cas de l'ostéoporose.

$$\text{minéralisation volumique} = \frac{\text{taux de minéraux}}{\text{volume}_{os}} \quad (\text{VI.4})$$

- ✓ La minéralisation spécifique donne une meilleure idée du processus de minéralisation. Elle diminue pour les personnes atteintes d'ostéomalacie ou d'ostéopénie.

$$\text{minéralisation spécifique} = \frac{\text{taux de minéraux}}{(\text{volume}_{os} - \text{volume}_{vide})} \quad (\text{VI.5})$$

- ✓ La minéralisation spécifique peut être assimilée à la fraction de cendres de l'os :

$$\text{fraction}_{cendres} = \frac{\text{masse}_{cendres}}{\text{masse}_{sèche}} \text{ (% ou /)} \quad (\text{VI.6})$$

Les définitions du taux de minéraux sont multiples. La bibliographie nous permet de dire que le taux de minéraux correspond au volume d'os restant après calcination.

Toujours selon Martin et al (1998), une augmentation de la minéralisation va de paire avec une augmentation de la contrainte à la rupture et du module d'Young. Cela peut être dû à la structure du système haversien où une augmentation de la minéralisation se traduirait par une augmentation des attaches entre les fibres de collagène et par une réduction du cisaillement entre celles-ci lors d'une elongation. Une trop forte déminéralisation diminuerait la résistance à l'impact des os, les fragilisant lors des essais dynamiques.

II.2.2 RELATIONS LIANT LA MINERALISATION A DIFFERENTS PARAMETRES MECANIQUES

Bonfield et Clark (1973) puis Wainwright, Currey et al (1976) ont établi que la minéralisation spécifique était optimale pour un taux de 66-67%. (cité par Martin et al, 1998)

Dans son étude bibliographique, Yang (1998) remarque que le module d'Young et la contrainte ultime augmentent avec la densité et le contenu minéral. Ainsi Currey (1988, 1990) a mené un grand nombre de tests en traction et en flexion sur des os humides de différents animaux.

$$\begin{aligned}
 \log(E) &= -5,04 + 2,64 \log(\text{Calcium}) + 3,32 \log(Vf) & R^2 &= 0,88 \\
 \log(\epsilon_{ult}) &= -3,96 - 5,16 \log(Mvf) & R^2 &= 0,745 \\
 \log(\sigma_y) &= 2,16 + 3,53 \log(\rho) + 0,0925 \text{ Ori} + 0,819 \log(Mvf) & R^2 &= 0,60 \\
 \log(\text{Work}) &= -1,97 - 6,66 \log(Mvf) + 4,12 \log(\rho) + 0,0989 \text{ Ori} & R^2 &= 0,67
 \end{aligned}
 \tag{VI.7}$$

avec :

E	Module d'Young (MPa)	Mvf	Fraction volumique minérale
ϵ_{ult}	Déformation limite d'élasticité (/)	Vf	Fraction volumique
σ_y	Contrainte limite d'élasticité (MPa)	ρ	Densité apparente (g/cm ³)
Work	Energie par unité de volume pour une fracture		
Ori	Indicateur de direction des « fabrics » (0 pour aucune préférence d'orientation à 6 pour orientation parfaite)		
Calcium	Rapport entre la masse de calcium et la masse d'os sec (mg/g)		

II.3 LES DENSITES

Il existe plusieurs densités: les plus utilisées sont la densité minérale osseuse et la densité apparente.

II.3.1 LA DENSITE MINERALE OSSEUSE

II.3.1.1 DEFINITION

La densité minérale osseuse (BMD : Bone Mineral Density ou bone mass measurement) : elle mesure la quantité de minéraux pour un volume d'os :

$$BMD = \frac{\text{masse minérale}}{\text{volume échantillon}} \text{ (g/cm}^3\text{)} \quad (\text{VI.8})$$

La BMD évolue en fonction de paramètres tels que le poids (Beck et al, 2000) et la taille de l'individu (Yan et al, 2002 ; Avila-Díaz et al, 2001).

Sa définition exacte varie selon les articles et d'autres densités définies à partir de la BMD sont très souvent utilisées : Roschger et al (2003) définissent la BMDD (bone mineral density distribution) pour mieux rendre compte des changements de structures. Neu et al (2001) utilisent la BMDv (BMD par unité de volume) pour éviter toute dépendance avec les paramètres anthropométriques...

Mesurée par absorptiomètre, scanner ou ultrason, ce paramètre détermine la santé de l'os : il permet de diagnostiquer l'ostéoporose (Karasik et al, 2003), d'intégrer les phénomènes de modelage et remodelage osseux (Seeman, 1999) et de prévoir les fractures quel que soit le site anatomique (Kudlacek et al, 2000).

Néanmoins l'interprétation de la BMD peut être faussée car :

- ✓ Une augmentation de la graisse dans la moelle osseuse liée à l'âge pourrait causer une surestimation de la diminution de la BMD (Kudlacek et al, 2000).
- ✓ Selon Burr (2002), la BMD ne reflète pas entièrement les changements des propriétés mécaniques contribuant à un risque de fracture.

II.3.1.2 RELATIONS RELATIVES A LA DENSITE MINERALE OSSEUSE

Cette densité est essentiellement utilisée dans le milieu médical : l'étude bibliographique ne recense qu'une seule étude (Rajapatse et al, 2003) liant la contrainte maximale à la BMDv pour l'os spongieux :

$$\sigma_{ult} = (BMDv)^\beta \text{ (MPa)} \quad (\text{VI.9})$$

avec β paramètre dépendant du site anatomique et du niveau d'anisotropie de l'os spongieux. Cette relation s'expliquerait par un amincissement uniforme et isotrope des trabécules. Pour des tests en compression, cette relation devient :

98 vertèbres	$80 \leq BMDv \leq 250 \text{ (mg / cm}^3\text{)}$ $1,8 \leq \sigma_{ult} \leq 10,1 \text{ (MPa)}$	$\Rightarrow \sigma_{ult} = (BMDv)^{1,75}$ (VI.10)
190 crêtes iliaques	$70 \leq BMDv \leq 445 \text{ (mg / cm}^3\text{)}$ $\sigma_{ult} \leq 10,0 \text{ (MPa)}$	$\Rightarrow \sigma_{ult} = (BMDv)^{2,65}$ (VI.11)

Tableau 15 : Relations liant la contrainte maximale en compression à la BMDv pour l'os spongieux

II.3.2 LA DENSITE APPARENTE

II.3.2.1 DEFINITION

La densité apparente dépend de la porosité et de la minéralisation et est calculée à partir de la formule suivante (Follet, 2002) :

$$\rho = \frac{\text{masse os déshydraté}}{\text{volume total échantillon}} \text{ (g/cm}^3\text{)} \quad (\text{VI.12})$$

Le volume de l'échantillon est donné par ses dimensions extérieures. Un os est considéré comme déshydraté lorsqu'il est conservé à l'air libre après prélèvement.

II.3.2.2 RELATIONS RELATIVES A LA DENSITE APPARENTE

Lotz et al (1991) ont été les premiers à considérer les aspects structurels et microstructurels ou le comportement suivant les directions (Doblaré et al, 2004) :

Fémur	Direction axiale	Direction transverse
Os cortical	$E = 2065\rho^{3,09}$	$E = 2314\rho^{1,57}$
	$\sigma_{ult} = 72,4\rho^{1,88}$	$\sigma_{ult} = 37\rho^{1,51}$

(VI.13)

Os spongieux	$E = 1904\rho^{1,64}$	$E = 1157\rho^{1,78}$
	$\sigma_{ult} = 40,8\rho^{1,89}$	$\sigma_{ult} = 21,4\rho^{1,37}$

(VI.14)

Tableau 16 : Relations donnant le module d'Young et la contrainte à la rupture (MPa) selon le type d'os et la direction de sollicitation

Des tests ultrasons sur la partie proximale de tibias humains ont permis à Ashman et al (1988) d'établir des relations linéaires et des lois en puissance liant les modules en MPa à la densité apparente en g/cm³. (Yang, 1998)

$$\left\{ \begin{array}{ll} E_1 = 1,55\rho - 62,21 & R^2 = 0,92 \\ E_2 = 2,01\rho - 72,80 & R^2 = 0,92 \\ E_3 = 4,36\rho - 41,24 & R^2 = 0,86 \\ G_{12} = 0,48\rho - 27,74 & R^2 = 0,94 \\ G_{13} = 0,53\rho - 13,19 & R^2 = 0,91 \\ G_{23} = 0,66\rho - 8,93 & R^2 = 0,89 \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{ll} E_1 = 0,52\rho^{1,16} & R^2 = 0,91 \\ E_2 = 0,79\rho^{1,14} & R^2 = 0,92 \\ E_3 = 2,84\rho^{1,07} & R^2 = 0,86 \\ G_{12} = 0,08\rho^{1,26} & R^2 = 0,94 \\ G_{13} = 0,22\rho^{1,15} & R^2 = 0,87 \\ G_{23} = 0,29\rho^{1,13} & R^2 = 0,86 \end{array} \right. \quad (\text{VI.15})$$

Hodgkinson et Currey (1992) ont réalisé des tests en compression sur un nombre important d'os spongieux, ce qui a permis de mettre en relief l'importance de la densité :

$$\log(E_{\text{moy}}) = -2,43 + 1,96\log(\rho) \quad R^2 = 0,941 \text{ (GPa)} \quad (\text{VI.16})$$

avec E_{moy} module d'Young moyen.

ou encore selon la densité :

$$\begin{aligned} \rho < 350 \text{ kg/m}^3 \quad \log(E_{\text{moy}}) &= -2,84 + 2,14 \log(\rho) \quad R^2 = 0,901 \\ \rho < 350 \text{ kg/m}^3 \quad \log(E_{\text{moy}}) &= -2,20 + 1,88 \log(\rho) \quad R^2 = 0,915 \end{aligned} \quad (\text{GPa}) \quad (\text{VI.17})$$

Carter et Hayes (1977) lient la contrainte en compression et le module d'Young à la densité apparente ρ et au taux de déformation $\dot{\epsilon}$ (s^{-1}) :

$$E = 3790 \dot{\epsilon}^{0,06} \rho^3 \quad (\text{GPa}) \quad (\text{VI.18})$$

$$\sigma = 68 \dot{\epsilon}^{0,06} \rho^2 \quad (\text{MPa}) \quad (\text{VI.19})$$

$$\rho \in [0,5;1,9] \quad (\text{g/ml}) \quad (\text{VI.20})$$

Bensusan et al (1983) suivis de Ashman et Rho (1988), et Rice et al (1988) ont trouvé que pour l'os spongieux, le module d'Young et la contrainte en compression dépendent du carré de la densité apparente.

La différence au niveau des résultats vient du fait que Carter et Hayes considèrent aussi bien les os spongieux que compacts alors que les autres études ne portaient que sur les os spongieux.

II.3.3 LA DENSITE REELLE

II.3.3.1 DEFINITION

La densité réelle est la densité du tissu trabéculaire (Follet, 2002). Le volume exact de ce matériau dans un échantillon d'os spongieux est évalué par le principe d'Archimède :

$$\rho_{\text{réelle}} = \frac{M_{\text{air}}}{M_{\text{eau}} - M_{\text{air}}} \rho_{\text{eau}} \quad (\text{g/cm}^3) \quad (\text{VI.21})$$

Sachant que M_{air} représente la masse de l'échantillon déshydraté dans l'air (g), M_{eau} la masse de l'échantillon dans l'eau (g) et ρ_{eau} la densité volumique de l'eau (g/cm^3).

II.3.4 LA DENSITE DE CENDRES

II.3.4.1 DEFINITION

La densité de cendres donne une mesure du degré de minéralisation d'un tissu osseux :

$$\rho_{\text{ash}} = \frac{\text{masse cendres}}{\text{volume total échantillon}} \quad (\text{g/cm}^3) \quad (\text{VI.22})$$

La densité de cendres ne prend en compte que les composants minéraux du tissu osseux alors que les densités apparente ou réelle évaluent également la quantité des composants organiques

(Follet, 2002). L'un des inconvénients majeurs de cette mesure est la destruction de l'échantillon étudié.

La fraction de cendres ou pourcentage d'os est également utilisée et s'exprime en pourcentage de la manière suivante :

$$\% os = \frac{\text{masse cendres}}{\text{masse total échantillon}} (\%) \quad (\text{VI.23})$$

II.3.4.2 RELATIONS RELATIVES A LA DENSITE DE CENDRES

Schaffler et Burr (1988) ont exprimé le module d'Young en fonction de la fraction de cendres (Martin et al, 1998) :

$$E = 89,1 (\% os)^{3,91} \text{ (MPa)} \quad (\text{VI.24})$$

Plusieurs auteurs comme Currey (1969, 1988, 2002), Schaffler et Burr (1988) ou Keller (1994) ont établi que des relations permettent de lier module d'Young ou contrainte en compression à cette densité (cf. Doblaré et al, 2004) :

$$\text{pour } \rho_{ash} \in [0,03;1,22] \text{ (g/cm}^3\text{)}, \quad \begin{cases} E = 10500 \rho_{ash}^{2,57 \pm 0,04} & \text{(MPa)} \\ \sigma_{ult} = 117 \rho_{ash}^{1,93 \pm 0,04} & \text{(MPa)} \end{cases} \quad (\text{VI.25})$$

Ces relations permettent d'expliquer plus de 96 % des variations statistiques du comportement mécanique des données combinées du fémur et des vertèbres.

Keyak et al (1994) ont montré que pour un os spongieux, les relations étaient les suivantes (Doblaré et al, 2004) :

$$\begin{aligned} \text{pour } \rho_{ash} \leq 0,27 \text{ (g/cm}^3\text{)}, \quad E &= 33900 \rho_{ash}^{2,2} \text{ (MPa)} \\ \text{pour } \rho_{ash} \leq 0,317 \text{ (g/cm}^3\text{)}, \quad \sigma_{ult} &= 137 \rho_{ash}^{1,88} \text{ (MPa)} \end{aligned} \quad (\text{VI.26})$$

L'inconvénient de ces relations est qu'elles ne peuvent séparer l'influence de la fraction volumique osseuse de celle de la fraction de cendres. Hernandez et al (2001) ont donc eu l'idée d'associer volume trabéculaire osseux (Bone Volume / Tissue Volume = BV/TV) et fraction de cendres (cité par Doblaré et al, 2004) :

$$\begin{aligned} \rho_{ash} &= \frac{BV}{TV} \rho = \frac{BV}{TV} (1,41 + 11,29 (\% os)) \\ \Rightarrow \begin{cases} E &= 84370 \left(\frac{BV}{TV} \right)^{2,58 \pm 0,02} (\% os)^{2,74 \pm 0,13} \text{ (MPa)} \\ \sigma_{ult} &= 749,33 \left(\frac{BV}{TV} \right)^{1,93 \pm 0,02} (\% os)^{2,79 \pm 0,09} \text{ (MPa)} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{VI.27})$$

II.4 LE NOMBRE SCANNER

II.4.1 DEFINITION

La scanographie à rayon X nous permet d'obtenir le nombre scanner CT (en unité Hounsfield) qui dépend du coefficient d'atténuation du tissu traversé μ_t et de celui de l'eau μ_e (Couteau, 1997) :

$$CT = \frac{\mu_t - \mu_e}{\mu_e} \times 1000 \quad (\text{VI.28})$$

Cette technique est utilisée pour la personnalisation des modèles EF lors de l'affectation des propriétés mécaniques.

II.4.2 RELATIONS RELATIVES AU NOMBRE SCANNER

Pour l'os cortical, la gamme de variations des paramètres mécaniques est trop peu étendue pour pouvoir établir une corrélation fiable avec le nombre scanner.

Pour l'os spongieux, Couteau (1997) a pu établir une corrélation entre la densité apparente, les modules d'Young et le nombre scanner. Le nombre scanner a été obtenu à partir de coupes scanner de 45 échantillons cubiques de la partie proximale du fémur et de 56 échantillons de la partie distale du fémur.

<i>Auteurs</i>	<i>Mesures</i>	<i>Echantillons</i>	<i>Protocole scanner</i>
Couteau (1997)	Technique ultrasonore	fémurs 8x8x8mm ³	Coupes axiales de 4mm
		<u>Relations</u>	
Partie proximale		Partie distale	
$\rho = 1,54 CT + 17$		$\rho = 1,21 CT + 303 \quad R^2 = 0,75$	
$E_1 = 2,74 CT + 42$		$E_1 = 1,96 CT + 583 \quad R^2 = 0,56$	
$E_2 = 3,32 CT - 66$		$E_2 = 1,94 CT + 696 \quad R^2 = 0,65$	
$E_3 = 3,85 CT + 103$		$E_3 = 2,57 CT + 608 \quad R^2 = 0,49$	
Rho et al (1995)	Technique ultrasonore	fémurs 10x1x0x10mm ³	Coupes axiales de 10mm
		<u>Relations</u>	
Partie proximale		Partie distale	
$\rho = 1,07 CT + 131$		$\rho = 1,20 CT + 139 \quad R^2 = 0,74$	
$E_3 = 1,07 CT + 131$		$E_3 = 6,28 CT + 367 \quad R_2 = 0,90$	
Ciarelli et al (1991)	Tests en compression	8x8x8mm ³	Coupes axiales de 1 ou 1,5mm
		<u>Relations</u> (fémurs, tibias, humérus, radius)	
$\rho = 1,14 CT + 118,37$		$E_2 = 1,09 CT - 60,82 \quad R^2 = 0,43$	
$E_1 = 1,62 CT - 97,45 \quad R^2 = 0,68$		$E_3 = 1,40 CT + 39,07 \quad R^2 = 0,57$	
Hvid et al (1985)	Tests en compression	tibias Ø 7,5 x 7,5mm ²	Coupes axiales
		<u>Relations</u>	
		$\rho = 1,20 CT + 101 \quad R^2 = 0,94$	
Test destructif		Test non destructif	
$E_3 = 1,76 CT + 30,4 \quad R^2 = 0,78$		$E_3 = 1,94 CT + 75,1 \quad R^2 = 0,74$	

Tableau 17 : Relations donnant les modules d'élasticité et la densité en fonction du nombre scanner selon plusieurs études (Couteau, 1997)

En confrontant ses résultats à la littérature, Couteau conclut que la relation entre la densité apparente et le nombre scanner semble peu sensible au protocole de mesure ou au site anatomique. Par contre, les relations relatives aux modules d'Young dans les directions antéro-postérieure (E_1), médiale-latérale (E_2) et supérieure-inférieure (E_3) paraissent très dépendantes de la technique expérimentale.

Les variations observées dans la littérature peuvent être dues à plusieurs facteurs tels que l'épaisseur de coupe, le type et l'état du matériel de mesure et l'intensité du signal.

III LES PARAMETRES OBSERVABLES

III.1 INFLUENCE DE L'AGE

III.1.1 ASPECTS QUALITATIFS

L'os est un tissu vivant et le squelette croît de façon continue dès la naissance et jusqu'à la fin de l'adolescence (Bonjour, 2006). D'après Avila-Diaz et al (2001), le fœtus acquiert 80% du calcium, du phosphate et du magnésium nécessaire à la construction osseuse pendant le dernier trimestre de grossesse. Ceci explique que les prématurés de moins de 1,5 kg à la naissance présente un risque accru de maladies métaboliques de l'os comme des problèmes de croissance, l'ostéopénie ou encore le rachitisme. De nombreuses études affirment que la maturité osseuse a lieu entre 30 et 35 ans puis il y a détérioration (Zioupou, 2001).

La structure de l'os va donc varier au cours de l'existence d'un individu. En effet, le contenu minéral, la quantité de collagène et le nombre de microfissures évoluent avec l'âge (Burstein et al, 1976). Burr (2002) explique qu'en vieillissant, le remodelage osseux est plus lent, l'âge moyen des os est plus grand et la porosité devient plus importante : un os « vieux » est donc plus minéralisé qu'un os « jeune » et donc plus fragile. Il observe également qu'entre 35 et 90 ans, le nombre de microfissures est multiplié par dix et leur longueur moyenne double, ce que Zioupou (2001) exprime sous forme de relation logarithmique. Ces deux auteurs ainsi que Bailey et al (1999) attribuent la rigidité de l'os au collagène : sa quantité diminue d'environ 50% entre 20 et 80 ans.

Généralement, il y a augmentation de la porosité (Zioupou, 2001) et diminution de la BMD (Karasik et al, 2003).

Pour l'os spongieux, des changements flagrants s'opèrent avec l'âge : les trabécules s'amincissent avec une perte de connectivités (Bailey et al, 1999).

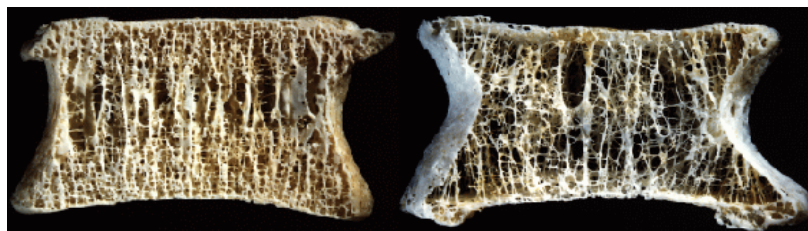


Figure 44 : Vertèbre d'un sujet jeune (à gauche) et d'un sujet âgé (à droite)(Mosekilde, 2004)

Swanpalmer et al (1998) distingue la BMD trabéculaire de la BMD compacte et affirment que la BMD trabéculaire diminue tandis que la BMD compacte augmente avec l'âge, pour les vertèbres lombaires.

D'un point de vue mécanique, entre 35 et 90 ans, l'énergie nécessaire à l'amorce d'une fissure diminue de 22%, celle pour la propager diminue de 50% (Burr, 2002). Il y a donc dégradation lente et progressive des propriétés mécaniques de l'os : la pente plastique augmente, la déformation maximale et l'énergie absorbée à la rupture diminuent (Burstein et al, 1976).

III.1.2 ASPECTS QUANTITATIFS

Il y a quatre études significatives, parmi celles qui ont tenté d'établir une relation entre âge et propriétés mécaniques.

Les travaux de Yamada (1970) et Burstein et al (1976) ont permis de déterminer les principales caractéristiques des os pour une grande variété d'os (humains, animaux), plusieurs classes d'âge et différents types de tests. Les Tableau 18 et Tableau 19 regroupent un certain nombre de résultats de Yamada et Burstein et al respectivement.

Les protocoles expérimentaux sont différents. Les auteurs n'analysent pas les mêmes types de sollicitations : nous ne pouvons comparer donc leurs résultats. Nous les utilisons dans l'étude de l'influence de l'âge intégré à des modèles EF (voir *chapitre 7-III*).

<i>propriétés mécaniques</i>	<i>classes d'âge (ans)</i>							<i>moyenne</i>
<i>os compact fémoral</i>	<i>10-19</i>	<i>20-29</i>	<i>30-39</i>	<i>40-49</i>	<i>50-59</i>	<i>60-69</i>	<i>70-79</i>	
Traction								
σ_{ult} (MPa)	116±1,5	125±1,0	122±1,9	114±2,5	95±1,4	88±2,4	88±2,4	109
ε_{ult} (%)	1,48	1,44±0,007	1,38±0,014	1,31±0,027	1,28±0,015	1,26±0,005	1,26±0,005	1.35
Compression								
σ_{ult} (MPa)		170±4,4	170±4,2	164±3,7	158±4,4	148±2,3		162
ε_{ult} (%)		1,9±0,07	1,8±0,02	1,8±0,02	1,8±0,02	1,8±0,02		1.8
Flexion								
σ_{ult} (MPa)	154	177±1,1	177±1,1	165±2,1	157±2,0	142±2,9	142±2,9	160
ε_{ult} (%)	0,086	0,075±0,0041	0,066±0,0054	0,062 ±0,007	0,062 ±0,007	0,053±0,0045	0,053±0,0045	0.062
Torsion								
<i>E</i> (GPa)		3500	3500	3200	3200	3000	3000	32.0
<i>fémur en flexion</i>		20-39	40-49	50-59	60-69	70-89		<i>moyenne</i>
σ_{ult} (MPa)		212±8	199±4	190±4	181±5	165±9		193
ε_{ult} (mm)		12,3±0,34	11,4±0,3	10,6±0,23	10,2±0,16	9,6±0,44		11,1
<i>E</i> (GPa)								18,7
<i>tibia en flexion</i>		20-39	40-49	50-59	60-69	70-89		<i>moyenne</i>
σ_{ult} (MPa)		217±4	209±4	200±4	192±3	171±4		201
ε_{ult} (mm)		10,0±0,42	9,2±0,33	8,6±0,37	8,4±0,21	7,8±0,25		9,0
<i>E</i> (GPa)								12,2

Tableau 18 : Influence de l'âge sur les propriétés du fémur et du tibia en flexion (Yamada, 1970)

<i>propriétés mécaniques</i>	<i>classes d'âge (ans)</i>						
	<i>20-29</i>	<i>30-39</i>	<i>40-49</i>	<i>50-59</i>	<i>60-69</i>	<i>70-79</i>	<i>80-89</i>
Fémur en traction							
<i>nombre</i>	5	2	3	6	8	7	2
σ_{ult} (MPa)	140±10	136±3,6	139±10,7	131±12,6	129±6,4	129±5,5	120±7,1
ε_{ult} (%)	0,034±0,0067	0,032±0,0092	0,03±0,004	0,028±0,0059	0,025±0,0055	0,025±0,006	0,024±0,0021
<i>E</i> (GPa)	17±2,24	17,6±0,28	17,7±4,45	16,6±1,74	17,1±2,21	16,3±1,78	15,6±0,71
Fémur en compression							
<i>nombre</i>	2	2	2	4	5	3	1
σ_{ult} (MPa)	209±3,5	209±8,5	200±17	192±16,8	179±14,9	190±19,6	180
<i>E</i> (GPa)	18,1±0,28	18,6±0,14	18,7±1,48	18,2±0,61	15,9±0,68	18±1,86	15,4

Tibia en traction							
nombre	3	1	4	6	9	4	1
σ_{ult} (MPa)	161±3,7	154	170±6,5	164±9,4	147±9,2	145±17,3	156
ϵ_{ult} (%)	0,04±0,0107	0,039	0,029±0,0044	0,031±0,0016	0,027±0,0037	0,027±0,0084	0,023
E (GPa)	18,9±3,99	27	28,8±9,19	23,1±4,27	19,9±2,44	19,9±2,1	29,2
Tibia en compression							
nombre		1	2	2	4	1	1
σ_{ult} (MPa)		213	204±7,6	192±0,5	183±6	183	197
E (GPa)		35,3	30,6±11,05	24,5±1,05	25,1±1,12	26,7	25,9

Tableau 19 : Influence de l'âge sur les propriétés du fémur et du tibia (Burstein et al, 1976)

McCalden et al (1993) ont démontré que le changement de porosité avec l'âge intervient plus significativement dans la diminution de la résistance de l'os que dans le changement du contenu minéral. Ces deux facteurs jouent un rôle dans la diminution de la capacité de l'os à subir de la déformation plastique avant rupture. Pour un chargement en traction, la contrainte ultime diminue de 30% entre 20 et 80 ans, et la déformation ultime diminue de 55%.

$$\begin{aligned}\sigma_{ult} &= 134,47 - 0,61 \cdot (\text{age}) & R^2 &= 0,55 & (\text{MPa}) \\ \epsilon_{ult} &= 4,2350 - 0,033 \cdot (\text{age}) & R^2 &= 0,585 & (\%) \end{aligned} \quad (\text{VI.29})$$

Zioupos (2001) a effectué des tests de flexion sur des échantillons de fémurs humains, afin de déterminer le module d'Young et la contrainte maximale en fonction de l'âge.

$$\begin{aligned}\log(E) &= 1,41 - 0,147 \cdot \log(\text{age}) & R^2 &= 0,48 & (E \text{ en GPa}) \\ \log(\sigma_{ult}) &= 2,62 - 0,248 \cdot \log(\text{age}) & R^2 &= 0,63 & (\sigma_{ult} \text{ en MPa}) \end{aligned} \quad (\text{VI.30})$$

L'âge est certes un facteur significatif mais il n'explique que 48% de la variance du module d'Young. En rajoutant d'autres paramètres, Zioupos obtient des relations encore significatives. La plus significative combine l'âge, la densité apparente et le contenu minéral :

$$E = -16,2 - 0,04 \cdot (\text{age}) + 14,3\rho + 11,5 \cdot (\text{contenu minéral}) \quad R^2 = 0,98 \quad (\text{VI.31})$$

avec E en GPa, ρ en g/cm^3 et le *contenu minéral* correspond au rapport entre la masse de minéraux et la masse de l'échantillon (/).

III.2 INFLUENCE DU SEXE

III.2.1 ASPECTS QUALITATIFS

La majorité des études attribue une différence non négligeable liée au sexe. Plusieurs études (Schoenau et al, 2002 ; Hordon et al, 2000 ; Beck et al, 2000) montrent que cette différence débute dès la puberté :

- ✓ chez les filles, le développement osseux se fait par ajout osseux sur la surface endocorticale (surface interne des os longs) ;
- ✓ alors que chez les garçons, cet ajout se fait sur la surface périostale (surface externe des os longs et plats) et plus longtemps.

D'un point de vue métabolique, cela se traduit par des os de taille plus importante chez les hommes et une cavité de moelle plus grande chez les femmes.

Cette différence se poursuit après 50 ans avec la ménopause : La déficience en œstrogène chez la femme accélère la perte trabéculaire (Kudlacek et al, 2000). La perte osseuse est donc plus importante chez la femme que chez l'homme à cette période-là. Puis la perte osseuse féminine ralentit et celle masculine se poursuit au même rythme : sa valeur est comparable entre les deux sexes vers 70 ans (Seeman, 1999 ; Feik et al 1996).

D'autre part, la perte trabéculaire est différente entre les sexes (Karlsson et al, 2001) :

- ✓ pour les hommes, on observe un amincissement des trabécules ;
- ✓ pour les femmes, les trabécules se perforent et perdent des connectivités.

Le métabolisme osseux est donc différent entre les sexes (Yan et al, 2002 ; Vashishth et al, 2000) avec un renouvellement osseux plus important chez l'homme âgé que chez la femme âgée. Cela se traduit par :

- ✓ une BMD plus importante chez l'homme que chez la femme (Karasik et al, 2003 ; Crabtree et al, 2000 ; Seeman, 1999).
- ✓ Une fréquence de fractures plus grande chez la femme que chez l'homme après 45 ans (Kudlacek et al, 2000).

III.2.2 ASPECTS QUANTITATIFS

Parmi les études que nous avons recensées, nous remarquons que l'influence du sexe est généralement traitée en parallèle avec celle de l'âge. D'autre part, elles ne permettent pas de lier ce paramètre à des paramètres mécaniques mais plutôt à des paramètres intrinsèques mesurables.

Ainsi, Beck et al (2000) ont déterminé des relations donnant la BMD (g/cm^3) en fonction de l'âge et de la différence entre les hommes et les femmes, en étudiant les risques de fracture du col du fémur :

$$\checkmark \text{ pour les hommes, } BMD = 1,11 - 3,75 \cdot 10^{-3}(\text{age}) \text{ avec } R = 0,42 \quad (\text{VI.32})$$

$$\checkmark \text{ pour les femmes, } BMD = 1,14 - 5,44 \cdot 10^{-3}(\text{age}) \text{ avec } R = 0,608 \quad (\text{VI.33})$$

Avec une distinction entre :

$$\checkmark \text{ les femmes } (< 50 \text{ ans}), BMD = 0,95 - 2,471 \cdot 10^{-3}(\text{age}) \text{ avec } R = 0,17 \quad (\text{VI.34})$$

$$\checkmark \text{ les femmes } (> 50 \text{ ans}), BMD = 1,13 - 6,30 \cdot 10^{-3}(\text{age}) \text{ avec } R = 0,35 \quad (\text{VI.35})$$

McCalden et al (1993) ont exprimé la porosité (%) en fonction de l'âge et du sexe du patient, les tests ayant été effectués en traction, sur des corps donnés à la science âgés de 20 à 102 ans sur de l'os compact. Leurs résultats sont les suivants :

$$\checkmark \text{ pour les femmes, porosité} = -5,66 + 0,29 \cdot (\text{age}) \text{ avec } R^2 = 0,59 \quad (\text{VI.36})$$

$$\checkmark \text{ pour les hommes, porosité} = 2,17 + 0,13 \cdot (\text{age}) \text{ avec } R^2 = 0,59 \quad (\text{VI.37})$$

Ces relations retracent les observations qualitatives que nous avons faites au paragraphe précédent sur la différence de conservation du capital osseux entre les hommes et les femmes.

III.3 DIFFERENCES ETHNIQUES ET RACIALES

III.3.1 ASPECTS QUALITATIFS

Les résultats des études sont contradictoires :

- ✓ Selon différents auteurs tels que Roschger et al (2003), Kudlacek et al (2000), Crabtree et al (2000), Vashishth et al (2000), les différences en terme de BMD et de risque de fracture tiennent plus des différences de mode de vie et de régime alimentaire que de différences ethniques ou raciales.
- ✓ Toutefois, pour Young et al (2001) et Seeman (1999), la race influence le risque de fracture de la hanche, une proportion différente entre le tronc et les membres et l'épaisseur de corticale.

IV LES PARAMETRES QUALITATIFS

IV.1 INFLUENCE DE L'HYGIENE DE VIE

Les facteurs liés à la vie quotidienne sont nombreux (alimentation, alcool, cigarette, activité physique...) mais difficilement quantifiables en terme d'impact sur les propriétés mécaniques de l'os. (Young et al, 2001 ; Karasik et al, 2003)

L'activité physique stimule le remodelage osseux selon des mécanismes encore mal compris (Jessup et al, 2003) et développe les muscles qui jouent souvent un rôle de protection en s'opposant à certaines contraintes appliquées à l'os (Beck et al, 2000).

Selon Forwood et Burr (1993), ceci joue un rôle favorable sur la densité osseuse, essentiellement sur les zones soumises à plus de contraintes. Inversement, la mise en décharge entraîne une réduction de la densité osseuse. Rico et al (1994) ont ainsi observé une augmentation de la BMD corticale liée à l'activité physique.

IV.2 INFLUENCE DES MALADIES

L'os est susceptible d'être atteint par des maladies pouvant toucher :

- ✓ les cellules comme le cancer des os ou ostéosarcome,
- ✓ la structure de l'os comme l'ostéoporose,
- ✓ le contenu minéral comme l'ostéomyélite.

D'autres maladies comme le diabète entraînent un risque accru de fractures liées à une faible BMD : c'est le cas plus particulièrement du diabète de type I d'après une étude de Tuominen et al (1999) menée sur plus de 600 diabétiques âgés de 45 à 64 ans et environ 500 non diabétiques de 57 à 67 ans.

IV.2.1 LE CAS PARTICULIER DE L'OSTEOPOROSE

L'ostéoporose est caractérisée par une détérioration du tissu osseux : Selon Pouilles et al (1994), et Kaptoge et al (2003), cela se traduit par une fragmentation des travées osseuses et

une détérioration de l'architecture tridimensionnelle. Tandis que, pour Burr (2002) et Zioupos (2001), la détérioration du tissu osseux est due à une diminution des liens de collagènes sans altération de sa composition.

A mesure que les os deviennent plus spongieux et plus fragiles, les risques de fracture augmentent. Toutefois le lien entre BMD et risque de fracture est similaire entre les sexes pour les sujets ostéoporotiques. (Schuit et al, 2004)

Selon Neu et al (2001), lorsque l'ostéoporose survient après la ménopause, elle est probablement influencée par des événements ayant eu lieu pendant le développement osseux. Il est intéressant de noter que l'obésité « protège » de l'ostéoporose en limitant la perte osseuse (Karasik et al, 2003).

V LES PERSPECTIVES DE CETTE ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Tout comme l'ont constaté Caroll et Hynd (2006), cette revue bibliographique montre que :

- ✓ Il est généralement difficile d'avoir des résultats quantitatifs.
- ✓ Tout résultat quantitatif doit être pondéré par les choix du protocole expérimental.

D'autre part, de nombreux paramètres semblent liés entre eux. D'après cet état de l'art, nous pouvons proposer le schéma suivant dont les flèches indiquent l'influence d'un paramètre sur un autre :

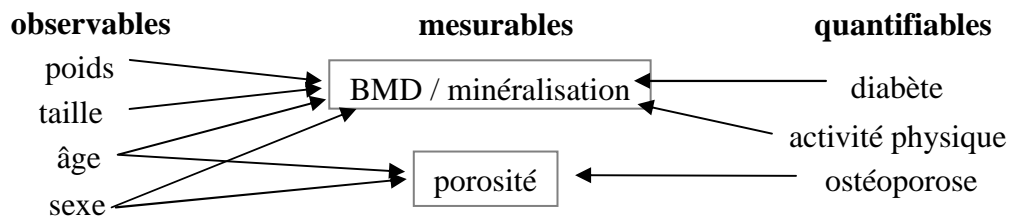


Figure 45 : Liens entre les paramètres intrinsèques

Etant données sa complexité et sa difficulté, ce travail servira de base à un projet de recherche (Garo, 2006) visant à personnaliser les modèles EF à la fois sur le plan géométrique et sur le plan des propriétés mécaniques. La première étape de ce projet a été d'étudier l'influence de l'âge sur les paramètres mécaniques pour des tests de flexion de fémur, lors d'un stage de Master. Garo (2006) a utilisé les relations de Zioupos, Yamada et McCalden et al (vu en III.1.2). Ses résultats montrent l'existence possible de types de réponse en paliers selon les catégories d'âge.

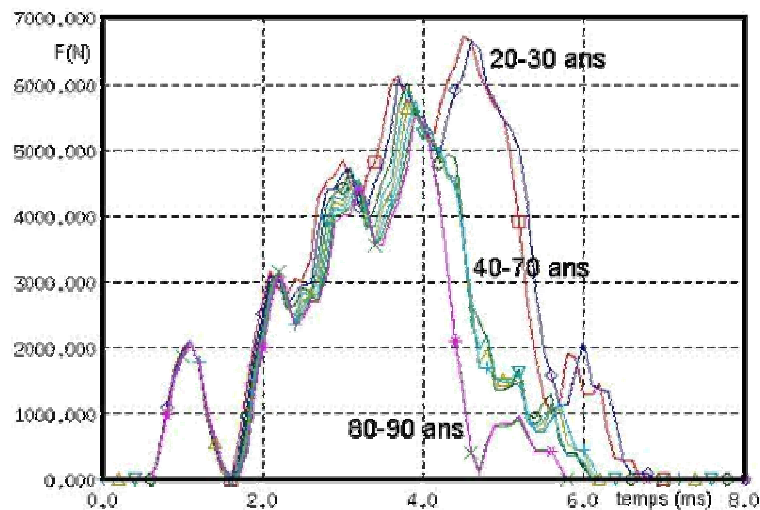


Figure 46 : Exemple de résultats de flexion de fémur avec les relations de Zioupos (Garo, 2006)

VI CONCLUSION

Cette étude bibliographique confirme que de nombreux paramètres influencent le comportement de l'os. Ils peuvent être classés en deux catégories :

- ✓ les paramètres expérimentaux étudiés au *chapitre 1* et qui regroupent la préparation du matériau et les conditions expérimentales.
- ✓ les paramètres intrinsèques que l'on peut différencier en paramètres mesurables, observables ou qualitatifs.

Les paramètres mesurables sont principalement la porosité et les différentes densités (minérale, apparente, réelle et de cendres). Les études ont permis d'établir des relations entre ces grandeurs et le module d'Young majoritairement et/ou la contrainte à la rupture quelquefois.

Nous considérons la taille, le poids, les races, l'âge et le sexe comme des paramètres observables. Nous avons constaté que le poids et la taille ne semblent pas conditionner le comportement osseux mais ils sont liés à la BMD et aux paramètres qualitatifs (cf. l'ostéoporose). Les différences ethniques et raciales sont contradictoires et sujets à la polémique : généralement les différences de mode de vie et de régime alimentaire seront privilégiées. Malgré leur impact sur le comportement de l'os, il existe peu de relations entre l'âge et/ou le sexe, et les paramètres mécaniques : les relations proposées les lient plutôt aux paramètres mesurables.

Cette étude montre également l'influence non négligeable des paramètres qualitatifs tels que l'hygiène de vie, l'activité physique et les maladies sur la minéralisation et la porosité. Ces aspects sont cependant difficilement quantifiables.

Comme nous venons de le voir en conclusion, ce chapitre a permis de répondre aux questions (de l'introduction) liées à l'influence des paramètres biologiques.

Le chapitre suivant va nous permettre de voir si nous retrouvons ces tendances pour nos essais expérimentaux.

Dans le dernier chapitre, nous intégrerons l'influence de l'âge au modèle de flexion de fémur en utilisant les valeurs de Burstein et al (1976) et Yamada (1970).

ESSAIS DE FLEXION DE FEMURS ET DE TIBIAS

Comme nous l'avons vu au *chapitre 1*, beaucoup d'études ont été faites pour étudier le comportement des os longs. Cependant la principale difficulté rencontrée face à certaines publications est l'accès à différentes informations telles que les conditions expérimentales (conditions aux limites, course de l'impacteur, données biométriques des os testés), les résultats...

De plus, la caractérisation de la résistance osseuse est une des tâches de fond du LBA et se décompose en deux étapes principales : la flexion et la minéralisation. Le but était de disposer de données communes et standardisées à tous les essais expérimentaux du LBA lorsque cela était possible. Nous pouvons alors situer la résistance et la qualité de l'os d'un sujet par rapport au groupe de population testé.

Toutefois, nous souhaiterions tester différentes directions d'impact et permettre la rotation autour de l'axe perpendiculaire à la diaphyse contrairement aux protocoles généralement utilisés (cf. *chapitre 1- II.2.1*). C'est pourquoi, nous avons souhaité compléter notre étude par des essais quasi-statiques de flexion trois points de fémurs et de tibias et réviser les procédures existantes au laboratoire.

I OBJECTIFS ET METHODES

Le but est de compléter trois aspects de notre travail :

- ✓ l'étude mécanique du comportement de l'os à la rupture,
- ✓ la variabilité biologique,
- ✓ la modélisation et la simulation d'essais expérimentaux.

et cela en se fixant quatre objectifs :

- ✓ étudier les possibilités de suivre l'évolution de l'endommagement et la fracture de l'os ;
- ✓ dégager des tendances liées aux paramètres intrinsèques (âge, sexe, minéralisation, données anthropométriques) mais aussi expérimentaux (modes et durée de conservation, direction d'impact) ;
- ✓ capitaliser et analyser les données d'anciens essais de flexion et de minéralisation réalisés au laboratoire (jamais utilisées) ;
- ✓ utiliser les courbes expérimentales pour valider la loi de comportement sur un segment osseux tel que le fémur.

Pour y répondre, des essais ont été réalisés en améliorant le protocole existant afin de pouvoir impacter l'os selon différentes directions (influence de la géométrie de la structure).

Outre les paramètres intrinsèques et expérimentaux, les données mesurées lors de la flexion sont l'effort et le déplacement.

II PROTOCOLE EXPERIMENTAL

II.1 PREPARATION ET BIOMETRIE DES OS

II.1.1 CHOIX DES OS

Les essais se font sur des os prélevés sur des sujets d'anatomie. Ces sujets sont reçus au laboratoire par le biais de l'Association des Dons de Corps des Bouches du Rhône et des départements limitrophes. Il s'agit de personnes décédées qui ont fait don de leur corps à la science. Les os sont prélevés puis nettoyés et enfin conservés dans du liquide de Winckler. L'eau oxygénée permet d'éliminer les résidus de chair et de graisse et blanchit les os mais elle n'est pas utilisée ici car elle modifie les propriétés de l'os (Delille, 2002).

Outre un examen radio, une observation visuelle permet de déceler la moindre irrégularité dans la structure de l'os (épiphyses imposantes, courbure marquée de l'os...), avant les essais.

II.1.2 BIOMETRIE DES OS

De façon générale, les os ne sont pas mesurés. Seules les données anthropométriques comme l'âge, la taille et le poids du donneur sont accessibles.

Nous avons utilisé des os qui ont fait l'objet d'une biométrie complète dans le cadre du projet européen HUMOS 2. Dans ce projet, aucun essai expérimental n'a été réalisé sur ces os. Cette biométrie pourra être utilisée dans le cadre d'une personnalisation des modèles numériques.

II.1.3 SCELLEMENT DES OS

Notre but est de pouvoir réaliser des essais de flexion en permettant la rotation autour de l'axe perpendiculaire à la diaphyse et en testant différentes directions d'impact. Par conséquent, nous avons choisi de sceller les os dans des tubes en PVC.

II.1.3.1 CHOIX DU MATERIAU A SCELLER

Il existe différentes résines (polyuréthane, époxy, polyester, PMMA...) mais aussi des ciments.

Pour sceller les os, nous devons choisir un matériau qui sera utilisé pour de grands volumes et qui doit avoir :

- ✓ des pics exothermiques très faibles,
- ✓ un temps de « séchage » rapide,
- ✓ de bonnes propriétés mécaniques.

Or, généralement, les résines sont coûteuses, exothermiques avec un temps de polymérisation long (Arnoux, 2000). De plus, le but du scellement est de stabiliser l'appui de l'os mais aussi de travailler en compression sur l'os.

Par conséquent, nous avons choisi d'utiliser du ciment prompt à prise rapide. Le temps de prise du ciment naturel prompt commence à environ 2 min et s'achève pratiquement à 4 min.

II.1.3.2 LES DIFFERENTES ETAPES DE SCELLEMENT

Lors des essais préliminaires, les substances grasses de l'os (moelle et liquide de conservation) avaient pour effet de rendre le ciment friable et de retarder sa prise. Pour éviter ce phénomène, nous avons protégé les épiphyses des os à l'aide de film plastique. Il permet ainsi de réaliser une interface imperméable entre l'os et le ciment.

L'os est maintenu à l'aide d'un dispositif de fixation (voir Figure 47) afin que la diaphyse soit la plus verticale possible pendant la prise du ciment. Pour pouvoir positionner l'os et faire des mesures avant l'essai, leurs extrémités (grand trochanter et condyles dans le cas du fémur.) seront visibles. Avant de faire les essais, le ciment a été séché au moins 24h.



Figure 47 : Différentes étapes de coffrage d'un fémur

La principale difficulté est de placer la diaphyse de l'os la plus parallèle possible à l'arête du tube. L'opération est d'autant plus difficile que l'os peut être plus ou moins arqué.

Nous ne cherchons pas ici à avoir une orientation rigoureuse mais plutôt un appui homogène sur toute la surface des épiphyses. Ceci nous permet d'avoir une rotation ponctuelle autour d'un axe orthogonal à la diaphyse et à l'axe de l'impacteur.

II.2 DISPOSITIF EXPERIMENTAL

II.2.1 AMELIORATIONS APPORTEES AU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le LBA possède un dispositif expérimental composé d'un bâti (Figure 48) pour réaliser les essais de flexion sur les os longs. Nous avons fait évoluer ce dispositif pour répondre à nos objectifs :

- ✓ Nous avons intégré un vérin hydrostatique double effet dont la vitesse de déplacement est de 76 mm/min ($1,267 \cdot 10^{-3}$ m/s). Le diamètre du vérin est de 35 mm et sa course de 300 mm. Le mouvement du vérin est piloté par une mini-centrale hydraulique ;
- ✓ Pour la flexion d'os longs, nous avons utilisé un impacteur cylindrique dont le diamètre du cylindre est de 20 mm ;
- ✓ Le socle présente des appuis réglables pour faciliter l'appui des deux coffrages de l'os ;
- ✓ Afin de pouvoir tester l'os pour différentes directions d'impact, nous fixons quatre plaques de stabilisation (voir Figure 49) que nous avons usinées.

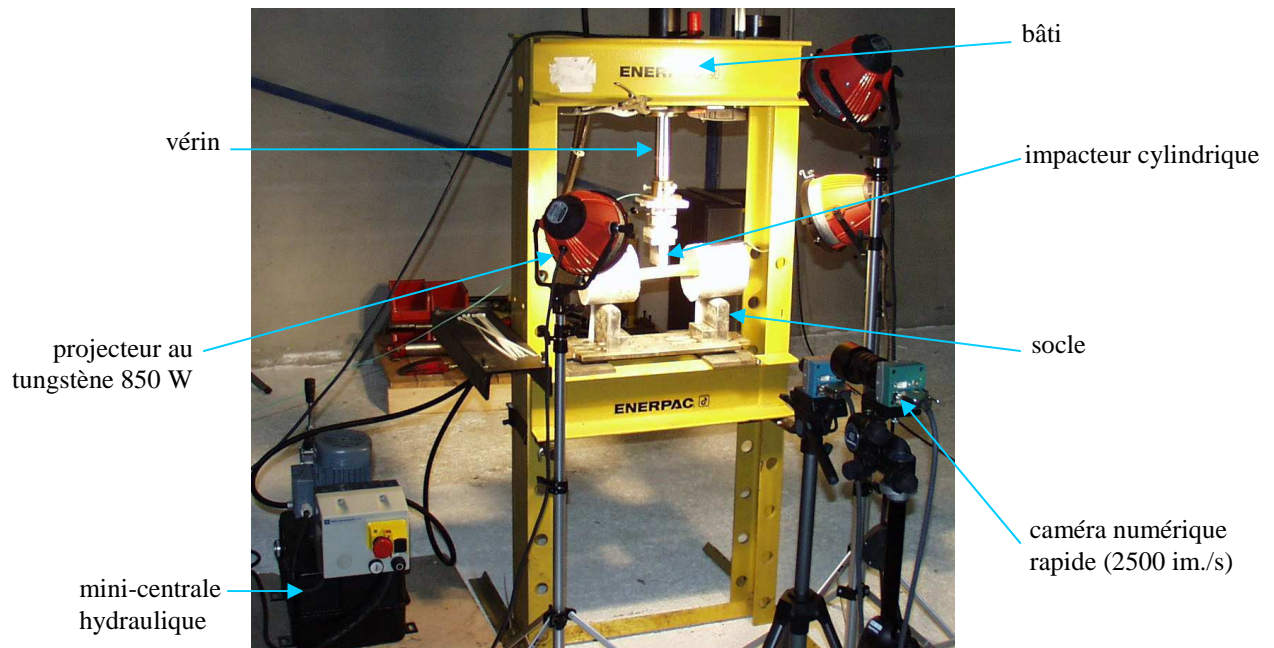


Figure 48 : Dispositif expérimental

II.2.2 POSITIONNEMENT DE L'OS

Les essais préliminaires ont été réalisés selon différentes directions d'impact. Pour les essais suivants, les directions d'impact étaient définies selon un plan d'essais qui tenait compte des essais précédents et des corrélations paramétriques (âge, sexe...) que nous souhaitions faire. Pour positionner l'os, nous le plaçons sur le socle dans la direction d'impact voulue, nous ajustons les appuis puis nous mettons des repères pour fixer les plaques de stabilisation. Elles permettent d'avoir une rotation pure. Ensuite nous fixons ces plaques à l'aide de vis sur le tube PVC.

La dernière étape consiste à mettre l'impacteur au contact de la diaphyse de l'os. Ceci induit une précontrainte estimée à environ 10-20 N. Un recalage à 0 N est fait avant la flexion.

Avec pour perspective la personnalisation des modèles numériques, nous avons pris un ensemble de mesures permettant de positionner l'os par rapport au socle (voir *annexe 4*).

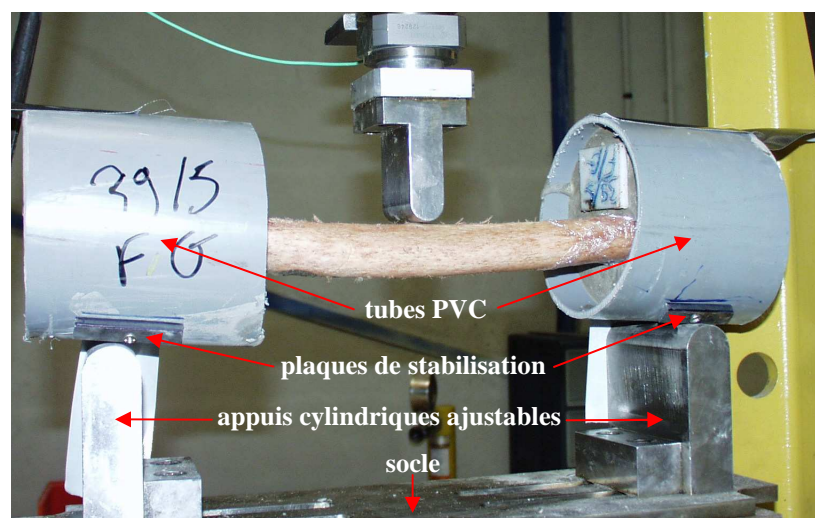


Figure 49 : Positionnement de l'os sur le socle

II.2.3 INSTRUMENTATION

II.2.3.1 MESURE DE L'EFFORT ET DU DEPLACEMENT

Pour mesurer l'effort, nous utilisons un capteur de force à quartz (Kistler 9037B) pour mesurer trois composantes. L'étendue de mesures est de -20 à 20 kN pour les composantes F_x et F_y et de -40 à 40 kN pour F_z . La sensibilité est d'environ -8,1 pC/N pour F_x et F_y et -3,8 pC/N pour F_z (pC = picoCoulomb).

Dans le cas de la flexion, les composantes F_x et F_y qui correspondent au cisaillement, sont négligeables : elles ne sont donc pas mesurées.

La mesure du déplacement du corps du vérin par rapport à l'axe est obtenue à partir d'une cellule laser. Le capteur de déplacement est de type NAIS LM100 ANL1251EC. Son étendue de mesure est de ± 150 mm avec une sensibilité maximale de $\pm 0,4\%$ du déplacement maximal. La mesure du déplacement se fait grâce au principe de triangulation. La cellule est placée sur le bâti et pointe vers la surface réceptrice située sur le vérin.

Les capteurs d'effort et de déplacement sont reliés à un amplificateur de charge (Kistler 129246). La gamme de mesure va de ± 100 à $\pm 99\,900$ pC pour une tension de sortie de ± 10 V avec une erreur inférieure à $\pm 0,2\%$.

II.2.3.2 ANALYSE CINEMATIQUE

Chaque essai est filmé à l'aide de caméras rapides noir et blanc filmant à 2500 images/s. La qualité et la taille de l'image dépendent de la vitesse d'enregistrement ainsi que de l'éclairage assuré par des projecteurs à tungstène (850 W).

Les caméras rapides ont un temps d'enregistrement limité. Comme nous voulons filmer la phase de rupture de l'os, nous avons besoin de deux caméras et nous devons nous synchroniser pour alterner les caméras avec une période de recouvrement de 1 s. Trois personnes sont donc nécessaires pour déclencher les enregistrements des capteurs et des caméras.

II.2.4 TRAITEMENT DES DONNEES

Un boîtier d'acquisition composé de 16 voies analogiques en simultané et relié à un ordinateur gère l'alimentation, le conditionnement, l'étalonnage, la conversion et le stockage des signaux issus de chaque capteur. Il permet également la synchronisation des acquisitions.

Les fichiers de mesure sont filtrés avec un filtre de Bessel de fréquence d'échantillonnage de 2 kHz et sont enregistrés en fichiers texte.

II.3 MINERALISATION

II.3.1 SEGMENTATION

Après les essais, les os sont descellés de leur coffrage pour être coupés en tronçons égaux :

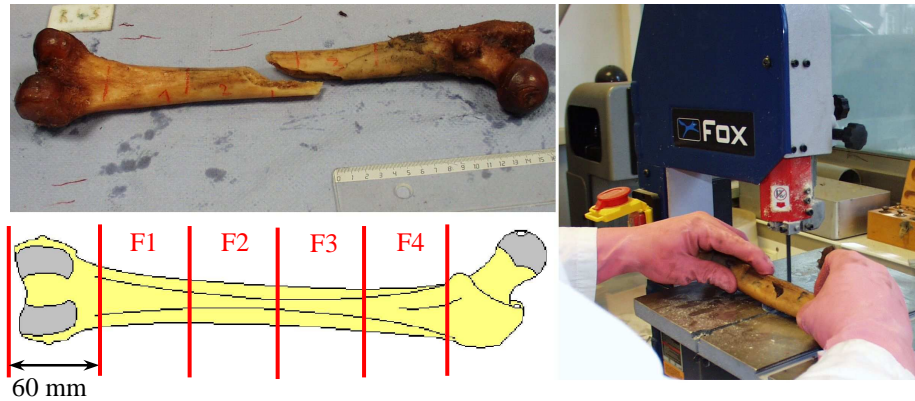


Figure 50 : Découpage de l'os en tronçons égaux

II.3.2 MESURES

Nous faisons ensuite une série de mesures sur les tronçons 1 et 3 (voir Figure 51) :

- ✓ le diamètre du segment. Nous avons arbitrairement pris le diamètre le plus grand.
- ✓ la masse de l'os que l'on appelle masse brute.
- ✓ le volume par déplacement d'eau.
- ✓ la masse du tronçon est à nouveau mesurée (après avoir été mise dans l'eau), ce qui nous permet d'avoir la masse humide.



Figure 51 : Les différentes mesures sur les segments d'os

II.3.3 MINERALISATION

Le principe de la minéralisation est de soumettre les tronçons d'os à de très fortes températures (700° C pendant 30 minutes) pour que seule la matière minérale persiste.

A partir des différentes mesures, deux grandeurs peuvent être calculées : la densité de cendres et le pourcentage d'os. La densité de cendres est le rapport entre la masse des cendres et le volume du segment d'os considéré. Le pourcentage d'os est le rapport entre la masse des cendres et la masse du segment d'os considéré. Cette dernière valeur nous permettra de faire une analyse plus pertinente de la « qualité de l'os » vis-à-vis des résultats des essais.



Figure 52 : four de minéralisation (à gauche) et segment d'os calciné (à droite)

II.4 CONCLUSION : DEROULEMENT D'UN ESSAI

Les améliorations apportées à l'ancien protocole expérimental nous ont permis d'avoir :

- ✓ une vitesse constante grâce au vérin hydraulique,
- ✓ une orientation variable grâce au scellement des os et aux plaques de stabilisation,
- ✓ une personnalisation des modèles numériques grâce aux mesures avant essai.

L'essai se décompose donc en sept étapes :

- ✓ Choix et préparation des os,
- ✓ Préparation du dispositif expérimental et instrumentation,
- ✓ Positionnement de l'os,
- ✓ Essai de flexion à 76 mm/min,
- ✓ Photos de l'os après fracture,
- ✓ Décoffrage de l'os
- ✓ Minéralisation.

III LES ESSAIS

Etant donnée la nature du matériau testé, les essais expérimentaux ne sont pas répétables et sont limités. Ces essais ont pour but :

- ✓ d'établir des corridors de courbes qui serviront à la validation de la loi de comportement ;
- ✓ de déterminer s'il est possible de dégager des tendances liées à certains paramètres biologiques.

La quantité importante des données collectées nous incite à effectuer un traitement statistique descriptif. Certains des résultats présentés ci-dessous sont complétés en *annexe 4*.

III.1 EXPERIMENTATION

III.1.1 LES CAMPAGNES D'ESSAIS EN CHIFFRES

En quatre campagnes d'essais, nous avons testé 23 fémurs et 14 tibias. Sur l'ensemble, nous avons exclu :

- ✓ 2 fémurs et 1 tibia pour cause de problème d'acquisition de données,
- ✓ 2 tibias qui se sont fissurés lors du coffrage.

Sur les 32 os restants :

- ✓ 6 paires fémur-tibia et 1 ensemble de 2 fémurs et 1 tibia ont permis de comparer le comportement du fémur vis-à-vis du tibia pour un même individu ;
- ✓ 1 paire de fémurs d'un même individu a servi pour l'étude de l'influence de la congélation sur les propriétés mécaniques de l'os.

Les archives du laboratoire recensent 49 essais sur des tibias :

- ✓ 40 ont fait l'objet d'essais de flexion, les autres ayant été utilisés pour d'autres projets ;
- ✓ 45 disposent de données anthropométriques et minérales ;
- ✓ 13 sont écartés de cette étude car leurs fichiers de mesure sont incomplets.

Le tableau ci-dessous permet de résumer une partie des informations relatives aux essais :

	<i>direction d'impact</i>				<i>os appariés</i>	<i>conservation</i>		<i>écartés</i>	<i>Totaux</i>
	PA	AP	ML	LM	fémurs, tibias, fémurs+tibias	W	W + C		
fémurs	13		10		10	22	1	2	21
tibias	3	5		4	8	13	1	1	11
archives (tibias)		40			32	39		13	27
Totaux	16	45	10	4	50	74	2	16	59

Tableau 20 : Récapitulatif des campagnes d'essais et de la capitalisation des archives

(PA = postéro-antérieur, AP= antéro-postérieur, ML = médial-latéral, LM = latéral-médial, W = liquide de Winckler, W + C = liquide de Winckler puis congélation)

III.1.2 LES DONNEES ANTHROPOMETRIQUES

Sur l'ensemble des essais de flexion, 40 os sont d'origine masculine (68%) et 17 d'origine féminine (29%). Lors des différentes manipulations, nous avons perdu l'étiquetage du fémur 23 et du tibia 12 : par abus de langage, ils seront désignés par « donneur inconnu ».

III.1.2.1 L'AGE

L'âge est de 49 à 97 ans, plus précisément de 49 à 94 ans pour les hommes et de 74 à 97 ans pour les femmes : la dispersion est donc plus importante chez les hommes. En revanche, la moyenne d'âge est nettement inférieure à celle des femmes : $78 (\pm 10)$ ans contre $86 (\pm 7)$ ans. L'âge moyen de l'ensemble des échantillons est de 81 ans avec un écart-type de 10 ans. Cela sera pris en considération dans l'utilisation possible de ces données pour la validation de la loi de comportement.

III.1.2.2 LA TAILLE ET LE POIDS

Les hommes sont plus grands et plus lourds que les femmes : $169,7 \pm 6,93$ cm et $64,88 \pm 7,12$ kg contre $157,92 \pm 4,75$ cm et $56,51 \pm 4,46$ kg en moyenne. La dispersion des valeurs est plus importante chez les hommes.

III.1.2.3 SYNTHESE

L'analyse des résultats se fait donc sur **21 fémurs et 38 tibias** (dont 27 issus des archives). Elle se décompose comme suit :

- ✓ l'analyse des courbes,
- ✓ l'analyse cinématique de la fracture.

III.2 QUELQUES CHIFFRES

III.2.1 L'EFFORT MAXIMAL ET LA FLECHE

L'effort maximal moyen est de 2317 N. Il est sensiblement identique entre les tibias (2330 N) et les fémurs (2294 N). L'écart type est relativement important 1100 N soit environ 47,5% de la moyenne globale. Pour les tibias, on peut noter que la moyenne des anciens et des nouveaux essais sont très proches : 2330 N et 2328 N, toutes directions d'impact confondues. La flèche correspond au déplacement maximal à la rupture. En moyenne, elle est de 7,24 mm (min-max : 1,4 – 11,78 mm) sachant qu'elle est plus importante pour les fémurs que pour les tibias : 8,67 mm (min-max : 3,02 – 11,79 mm) contre 6,46mm (min-max : 1,4 – 11,58 mm). Quelle que soit la direction d'impact, la moyenne des anciens essais (6,31 mm) est légèrement inférieure à celle des nouveaux (6,81 mm).

III.2.2 PREMIERES TENDANCES

L'analyse des statistiques permet de dégager les premières tendances :

- ✓ La population considérée est âgée (81 ± 10 ans) et majoritairement masculine ;
- ✓ L'effort maximal des tibias est plus important que celui des fémurs ;
- ✓ La flèche des fémurs est plus importante que celle des tibias.

Ceci nous donne une première indication sur l'influence possible de la structure géométrique. Nous pourrions approfondir cet aspect lorsque nous analyserons les courbes des tibias et fémurs d'un même individu.

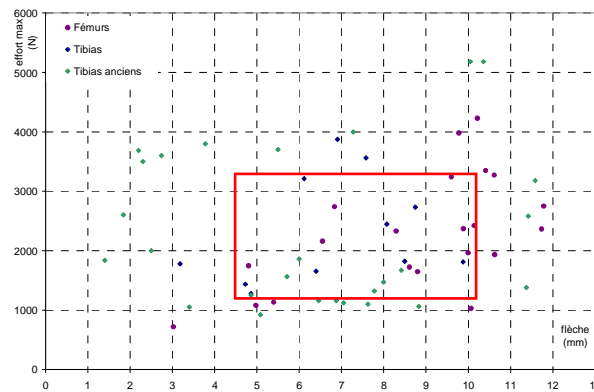


Figure 53 : Effort maximale (N) en fonction de la flèche (mm)

Si nous définissons l'étendue moyenne (moyenne \pm écart-type) de l'effort et de la flèche, nous obtenons le carré rouge sur la Figure 53. Nous remarquons que beaucoup de points sont en dehors de la zone définie par l'étendue moyenne des résultats. Ce graphique montre donc, d'une certaine façon, les limites de ce type d'analyse statistique.

Pour conclure sur ces premières tendances, nous constatons que malgré des structures différentes, les fémurs et tibias présentent des propriétés mécaniques très proches (effort à la rupture plus particulièrement).

Nous allons poursuivre notre étude par l'analyse des courbes.

III.3 ANALYSE DES COURBES

Pour plus de clarté, nous allons d'abord traiter les fémurs puis les tibias, et nous finirons par comparer les fémurs et les tibias d'un même individu. Les courbes ont été lissées pour une meilleure lisibilité des résultats. Le déplacement est une fonction linéaire du temps comme l'impose le vérin. Pour cette raison et pour des problèmes de bruit trop importants, nous n'avons pas étudié les courbes donnant l'effort en fonction du déplacement.

III.3.1 ANALYSE DES COURBES DES FEMURS

La Figure 54 nous permet d'avoir une vue sur l'ensemble des tests. On constate que 5 échantillons se distinguent des autres :

- ✓ Le fémur 02 (losanges bleus) est le plus long à casser ($t = 11,4$ s). Parmi les fémurs, sa minéralisation est la plus importante.
- ✓ Le fémur 06 (+ cyan) présente 3 pics d'effort.
- ✓ Le fémur 07 (croix vertes) est le plus résistant : $F = 4228,6$ N. Il a été prélevé sur le donneur le plus jeune de la population testée.
- ✓ Il est suivi du fémur 11 (ronds pleins bleus) qui rompt pour un effort de 3979,9 N.
- ✓ Le fémur 16 est celui qui casse le plus vite et pour le plus faible des efforts appliqués ($t = 2$ s et $F = 717,99$ N). Il a été prélevé sur le donneur dont l'Indice de Masse Corporelle (voir définition en *annexe 4*) est la plus grande.

Pour les autres fémurs, le temps à la rupture varie de 3,5 à 8,2 s pour un effort maximal de 1933,7 à 3349 N. Pour tous les fémurs, la rupture a lieu de façon rapide et nette.

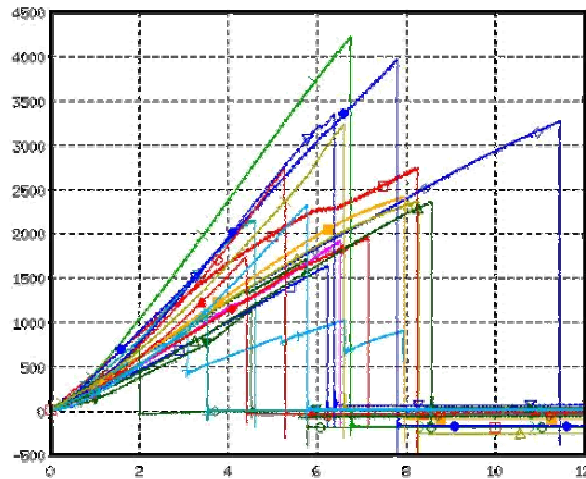


Figure 54 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) pour tous les fémurs

Pour résumer, sur les 23 fémurs testés, deux n'ont pas de résultats et un est écarté car il présente 3 pics (respectivement les fémurs 12, 19 et 06). Au total, 20 courbes sont à exploiter.

III.3.1.1 PAR DIRECTION D'IMPACT

Les fémurs ont été testés dans 2 directions d'impact différentes : en postéro-antérieur (en rouge) et en médial-latéral (en bleu).

En médial-latéral, il y a une plus grande homogénéité qu'en postéro-antérieur, aussi bien en terme de pente, d'effort maximal que de temps à la rupture. Seul le fémur 11 a une pente plus raide et un effort maximal plus important que les autres fémurs impactés en médial-latéral.

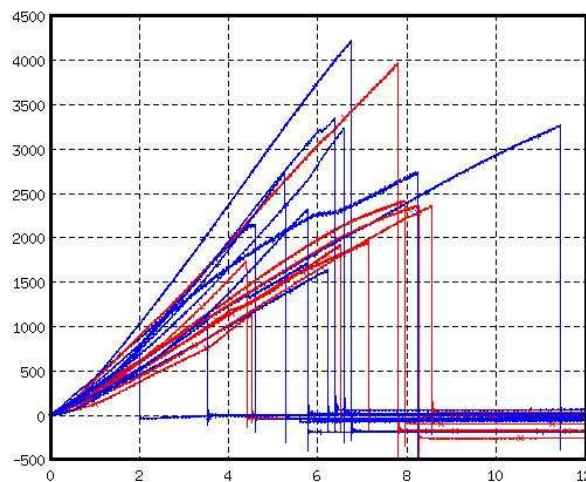


Figure 55 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) selon les directions d'impact postéro-antérieur en bleu – médial-latéral en rouge

L'hétérogénéité des résultats pour une direction d'impact postéro-antérieur pourrait s'expliquer par une variation anatomique plus importante du fémur dans ce sens, avec une courbure plus ou moins marquée et une ligne âpre plus ou moins prononcée (voir planche anatomique suivante) :

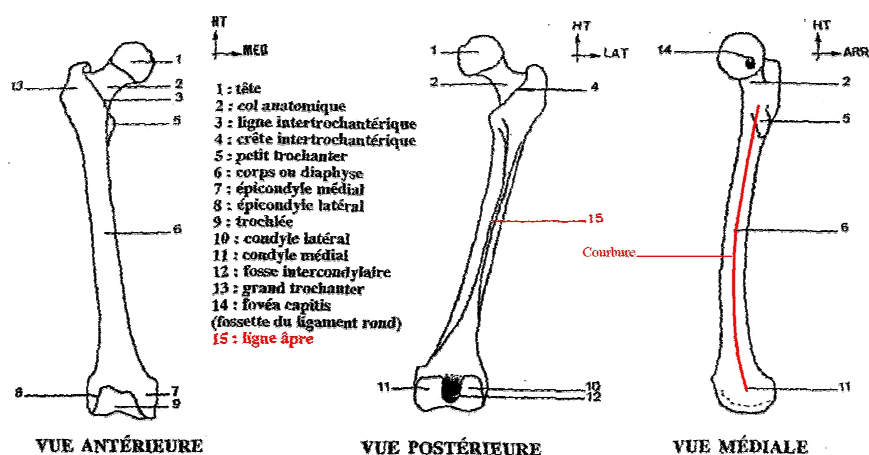


Figure 56 : Anatomie du fémur en vue antérieure, postérieure et médiale (Brunet, 2003)

III.3.1.2 PAR CONSERVATION : TYPE ET DUREE

Durée de conservation

Les fémurs ont été conservés plus ou moins longtemps dans le liquide de Winckler après prélèvement. La majorité des fémurs ont été prélevés en 2003, les autres étant répartis entre 2001, 2002, 2004 et quatre fémurs en 2005.

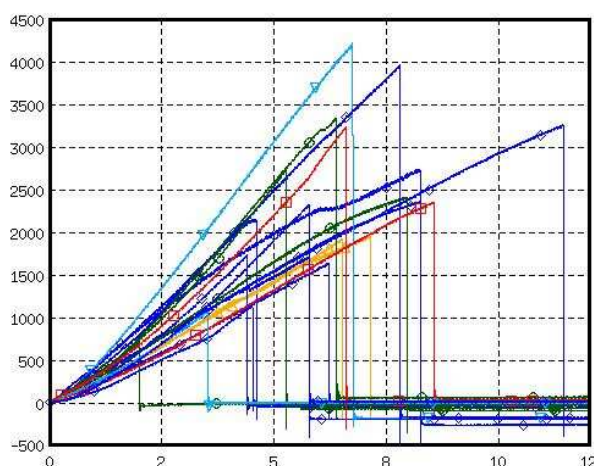


Figure 57 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) selon les dates de prélèvement des os
2001 : \square rouge, 2002 : ∇ cyan, 2003 : \diamond bleu, 2004 : Δ orange, 2005 : \circ vert

D'après la dispersion des groupes de couleurs, nous remarquons que le temps de conservation dans le liquide de Winckler ne semble pas altérer les propriétés mécaniques des os.

Yamada (1970) rapporte que, selon des études menées par Ko (1953) et Hazama (1956), les forces de traction et de torsion varient très peu pour le tissu osseux humain conservé dans une solution physiologique saline à température ambiante pendant plusieurs mois. La notion de « plusieurs mois » est vague, de plus la solution de conservation n'est pas analogue au liquide de Winckler.

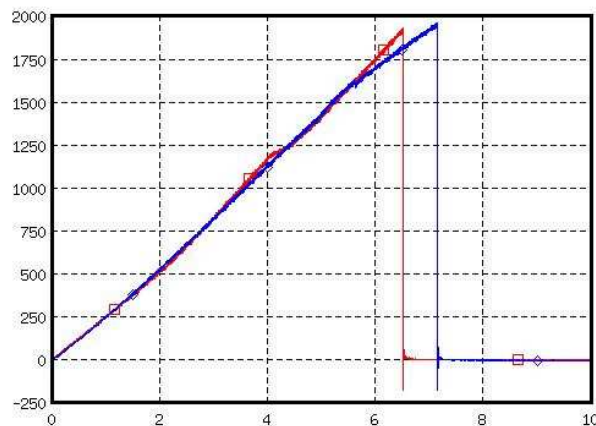
Dans sa thèse, Crandall (1994) traite principalement des différents modes de conservation des tissus organiques. Il souligne que, d'un point de vue bibliographique, l'influence du liquide de conservation à base de formol (identique au liquide de Winckler) est plutôt sujet à débat. Cependant, en compression, il est généralement observé une diminution de 10 à 15% du module d'élasticité, de la contrainte et de la déformation à la rupture entre os embaumés et os

frais. Crandall a mené des essais sur 150 côtes de 13 vaches avec des durées de conservation de 2, 5, 12, 26 et 40 jours dans du liquide UVA similaire au liquide de Winckler. Il a ainsi montré une altération de 8 à 12% du module élastique et de la déformation à la rupture pour des essais de flexion sur des éprouvettes de côtes. Cette observation est néanmoins à pondérer avec la géométrie particulière des côtes qui peut induire des phénomènes de torsion.

Type de conservation

D'autre part, nous avons choisi deux fémurs d'un même donneur pour tester l'influence de la congélation sur les propriétés mécaniques de l'os. Ainsi le fémur 08 a été conservé à température ambiante et dans des conditions normales d'hygrométrie alors que le fémur 10 a été conservé dans un réfrigérateur de la morgue. Ils avaient été prélevés en 2004 et conservés dans du liquide de Winckler.

Le niveau d'effort est identique : 1873 N pour le fémur 08 contre 1926 N pour le fémur 10. Le déplacement présente une différence deux fois plus importante : 11,1 mm contre 11,7 mm pour le fémur congelé.



*Figure 58 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) selon le type de conservation
En bleu, l'os congelé et en rouge, l'os non congelé*

Concernant le type de conservation, les deux fémurs testés montrent que l'influence de la congélation ne paraît pas significative dans la réponse d'un fémur à un essai de flexion. Cette tendance serait à confirmer par d'autres essais.

D'autres études ont montré que la congélation ne modifiait pas significativement les propriétés mécaniques de l'os (Sedlin et Hirsch, 1966, Stromberg et Dalen, 1976, Hamer et al, 1996, et Kang et al, 1997). Crandall (1994) précise même que la congélation est devenue la technique standard universellement acceptée pour le stockage des tissus durs.

Pour conclure, la congélation s'avère ne pas altérer les propriétés mécaniques du tissu osseux. Le test ayant été réalisé sur un seul os, d'autres tests devront être faits sur un nombre d'échantillons plus représentatif. En revanche, les os conservés dans du liquide de Winckler présentent des différences de comportement par rapport aux os frais. Toutefois, dans aucune étude, les os n'ont été conservés aussi longtemps dans du liquide de Winckler.

III.3.1.3 PAR AGE

Les hommes sont représentés dans les quatre classes d'âge alors que les femmes ne sont présentes que dans deux d'entre elles (70-79 et 90-97 ans).

Entre 60 et 69 ans

Il n'y a que deux fémurs (courbes vertes) dont les donneurs masculins ont 63 et 67 ans. Il y a une grande différence de comportement car l'effort maximal du fémur 07 est deux fois plus important que celui du fémur 14. De même la flèche est environ deux fois plus importante pour le fémur 07 que le 14. Les données anthropométriques nous indiquent que : le donneur du fémur 07 mesurait 1,64 m pour 67 kg alors que le second 1,72 m pour 58 kg. L'IMC est considéré comme normal mais le premier est à la limite du surpoids alors que le second est à la limite de la maigreur.

Cette différence de résultat peut être due :

- ✓ à la direction d'impact. Le fémur 07 a été impacté en postéro-antérieur et le fémur 14 en médial-latéral ;
- ✓ à la minéralisation. Le pourcentage d'os du fémur 07 est plus petit que celui du fémur 14 (cf. *annexe 4*).

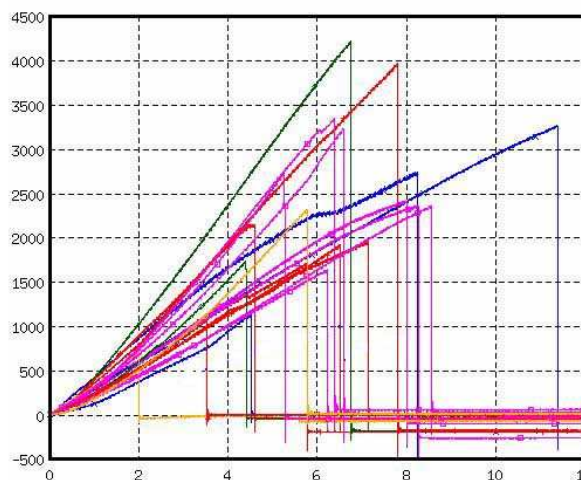


Figure 59 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) en fonction de l'âge du donneur
60-69 ans : o vert, 70-79 ans : +rouge, 80-89 ans : x bleu, 90-99 ans : ◇ rose, âge inconnu : ◇ orange

Entre 70 et 79 ans

L'ensemble des 70-79 ans est représenté par six fémurs (03, 04, 08, 10, 11 et 21). Les fémurs 04 et 11 ont la pente la plus raide comparée aux pentes confondues des fémurs 03, 08, 10 et 21.

Pour les fémurs 08, 10 et 21, nous n'avons pas suffisamment de données anthropométriques. Ces trois fémurs ont été prélevés sur des femmes de 79 ans (pour 08 et 10) et de 74 ans (pour 21). La pente de la courbe 21 est légèrement plus importante que celle des courbes 08 et 10. Cela pourrait-il être uniquement expliqué par la différence d'âge entre les deux femmes ?

Les fémurs 03, 04 et 11 correspondent à des donneurs masculins de 75 ans de taille similaire (1,76 m à 1,79 m).

La différence se fait au niveau du poids puisque les sujets 03 et 04 ont un IMC normal très proche (22,5 et 23,7) alors que le donneur 11 est en surpoids avec un IMC de 27,8. Les

fémurs des sujets en surpoids semblent donc mieux supporter un chargement en flexion que ceux de sujets « normaux ».

Pour cette tranche d'âge, le fémur impacté dans le sens médial-latéral (11) présente un effort et un temps à la rupture plus importants que ceux impactés dans le sens postéro-antérieur.

Entre 80 et 89 ans

Il y a trois fémurs d'octogénaires. Les spécimens 01 et 02 sont relativement proches mais le fémur 13 a une pente beaucoup plus faible et rompt deux à trois fois plus tôt que les deux autres. Pourtant le fémur 13 a été prélevé sur un donneur de 80 ans alors que les deux autres étaient âgés respectivement de 89 et 84 ans.

La taille des sujets est identique (1,70 m à 1,72 m). Le calcul de l'IMC ne permet pas de conclure sur l'influence du poids comme pour les septuagénaires car l'IMC du sujet 13 est compris entre celui du sujet 02 et 01 : $21,5 < 23,2 < 24,7$.

Outre la direction d'impact (postéro-antérieure pour 01 et 02 contre médial-latérale pour 13), les fémurs 01 et 02 ont une minéralisation très proche et plus grande que le fémur 13.

Entre 90 et 97 ans

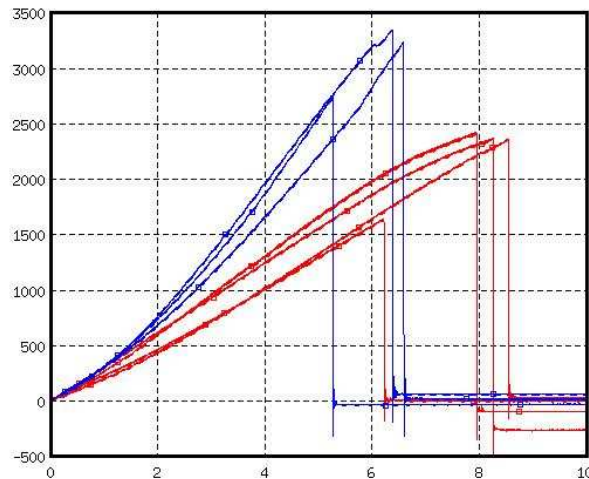
Il y a quatre fémurs de donneurs féminins de 90, 94, 95 et 97 ans et trois fémurs prélevés sur deux hommes de 93 ans. Nous remarquons une plus grande homogénéité des résultats. Ceci est cohérent avec la constatation faite par Seeman et Feik et al (voir *chapitre 6 – III.2.1*).

Les fémurs 17 et 18 ont été prélevés sur un homme de 93 ans et leurs courbes sont confondues. Seul l'effort maximal diffère sensiblement : le fémur 17 correspondant au fémur droit de l'individu rompt pour un effort de 2738,4 N alors que le fémur 18 correspond au fémur gauche et rompt à 3349 N. Cette différence serait-elle due au fait que le donneur soit gaucher ou droitier ?

Le fémur 22 a une pente légèrement plus faible que celle des fémurs 17 et 18 mais les caractéristiques anthropométriques sont très proches et la direction d'impact est la même.

Ces trois fémurs permettent d'avoir une bonne idée de l'allure des courbes pour les hommes de 93 ans. Toutefois, étant donné le nombre de courbes, aucune tendance ne peut être dégagée.

Pour les fémurs issus de donneurs féminins, la pente des courbes 15 et 20 est presque identique mais avec un effort maximal du fémur 15 60% inférieur à celui du fémur 20. Les courbes des fémurs 05 et 20 sont très proches. Pourtant d'après les caractéristiques anthropométriques, les donneuses 15 et 20 sont très proches contrairement à la donneuse 05 ($IMC_{15} = 24,8$, $IMC_{20} = 25,1$ et $IMC_{05} = 19,9$). La direction d'impact ne permet pas ici d'expliquer les similitudes et différences pour ces quatre résultats.



*Figure 60 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) pour des donneurs nonagénaires
Les hommes en bleu et les femmes en rouge*

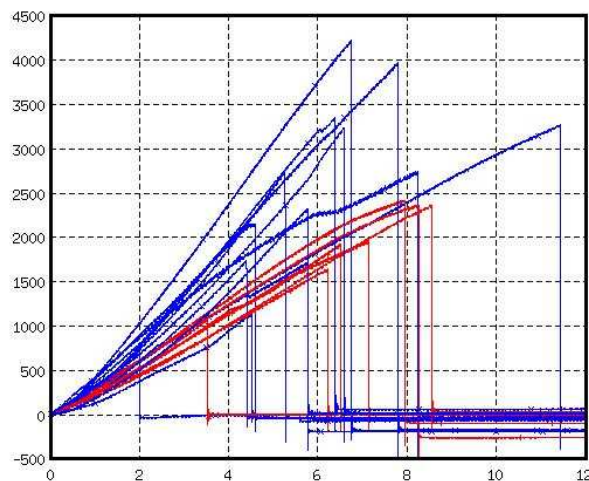
Synthèse

Pour résumer, les groupes de 70-79 ans et 90-99 ans étant les plus représentés, le corridor de réponses pour les essais de flexion du fémur sera le plus significatif.

Pour des individus de même sexe et de même âge, nous pouvons remarquer que les caractéristiques anthropométriques peuvent avoir une influence sur la pente mais aussi sur l'effort maximal.

III.3.1.4 PAR SEXE

D'un point de vue général, nous pouvons remarquer que les pentes des courbes des donneurs masculins sont plus grandes que celles des donneurs féminins.



*Figure 61 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) par sexe
Les hommes en bleu et les femmes en rouge*

Pour le groupe des femmes, seuls deux fémurs ont été impactés dans le sens postéro-antérieur, tous les autres ont été testés dans le sens médial-latéral. D'autre part, seuls deux groupes d'âge (les septuagénaires et les nonagénaires) sont représentés. Cela explique sans doute en partie, le fait que les courbes de ce groupe soient plus regroupées que pour les donneurs masculins.

Les femmes par tranches d'âge

Si nous nous intéressons maintenant aux femmes selon les classes d'âge, nous pouvons déjà supposer que l'inconnu (courbe orange) ne semble pas être de sexe féminin puisque la pente est supérieure aux autres. Nous ne disposons que de quatre anthropométries complètes sur huit femmes : leur IMC est relativement dispersé (22,6, 24,8, 25,1 et 27,3). Pourtant les pentes aussi bien que l'effort, le déplacement et le temps à la rupture sont très proches.

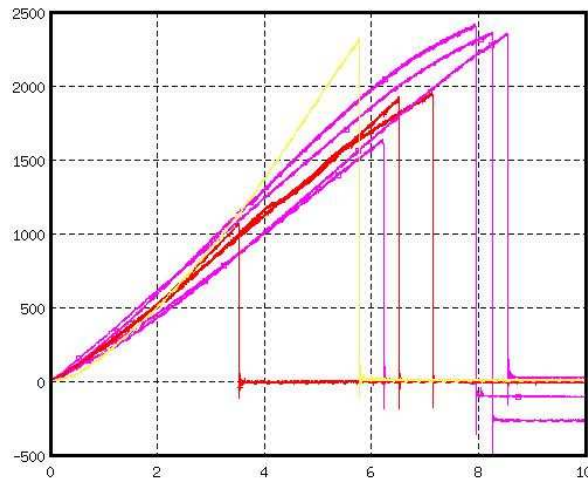


Figure 62 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) pour des sujets féminins et par classes d'âge
70-79 ans : +rouge, 90-97 ans : ▯ rose, âge inconnu : ◇ orange

L'IMC ne semble pas être un facteur déterminant pour les femmes de 70 à 97 ans. D'autre part, comme nous l'avons vu au [chapitre 6](#), après 70 ans, la perte osseuse ralentit chez la femme : la population féminine est donc plus homogène. Cette tendance se retrouve sur ces courbes.

Les hommes par tranches d'âge

Le groupe des hommes est beaucoup plus dispersé. Il y a plusieurs raisons à cela : toutes les classes d'âge sont représentées, dix fémurs ont été impactés dans la direction postéro-antérieur sur les quatorze fémurs de ce groupe et l'anthropométrie est beaucoup plus variée ($19,6 \leq \text{IMC} \leq 28,6$). De même que pour les sujets féminins, les septuagénaires et les nonagénaires présentent des courbes très voisines.

Pour les sexagénaires, celui qui a été testé en postéro-antérieur, présente le plus grand effort maximal et la plus grande pente. Puis, en suivant les couleurs associées à chaque groupe d'âge, nous pouvons relever que lorsque l'âge augmente, la pente et l'effort maximal diminuent tandis que le temps à la rupture augmente. Seuls les nonagénaires ne suivent pas cette tendance : Il faudrait donc vérifier la validité des relations proposées par Zioupos ou McCalden et al ([chapitre 6 – III.1.2](#)) pour ce groupe d'âge.

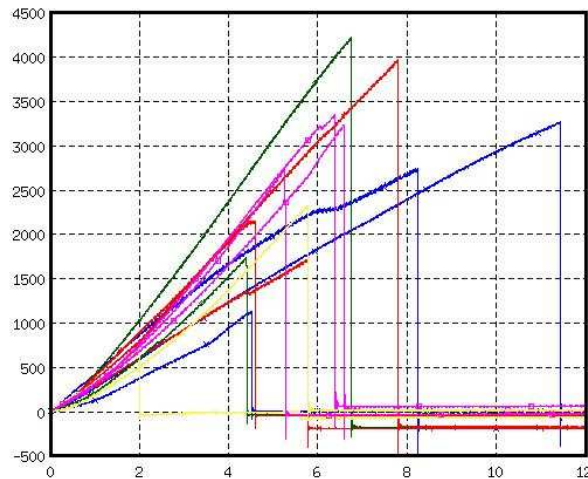


Figure 63 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) pour des sujets masculins et par classes d'âge
60-69 ans : o vert, 70-79 ans : +rouge, 80-89 ans : x bleu, 90-99 ans : D rose, âge inconnu : o orange

III.3.1.5 INFLUENCE ANTHROPOMETRIQUE

Sur tous les fémurs testés, trois correspondaient à des hommes de 75 ans dont nous avons ci-dessous les courbes de flexion. Les fémurs 03 (bleu) et 11 (vert) ont des pentes très proches et plus grandes que celle du fémur 04 même si au début ($t < 1$ s), elles sont confondues. Le fémur 11 a un comportement différent des deux autres : la force maximale à la rupture est deux fois plus élevée et le temps à la rupture une fois et demi plus long. Le pourcentage d'os des fémurs 03 et 11 est plus grand que pour le fémur 04 : cela a-t-il une influence ? Cela vient-il du fait qu'il ait été impacté en médial-latéral alors que les deux autres l'ont été en postéro-antérieur ? Ou son IMC de 27,8 contre 22,5 et 23,7 suffit-il à expliquer la différence ?

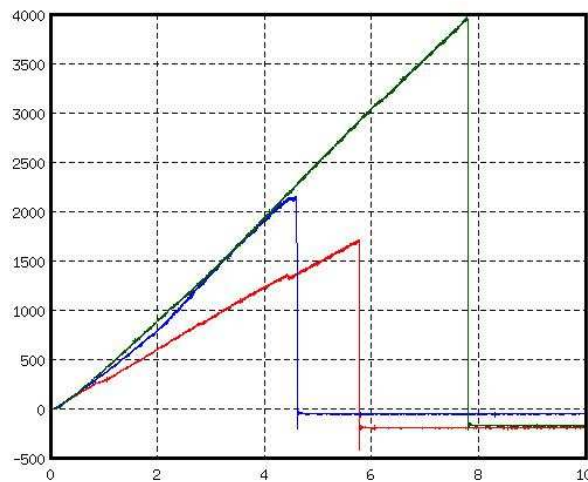


Figure 64 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) pour trois hommes de 75 ans
Fémur 03 : bleu, 04 : rouge, 11 : vert

III.3.1.6 PAR POURCENTAGE D'OS

Nous avons étudié l'influence du pourcentage d'os en fonction des paramètres suivants : âge, sexe, poids, taille, effort maximal et flèche. Nous rappelons que ce pourcentage correspond au rapport entre la masse de cendres et la masse du segment d'os.

La figure ci-dessous montre que le pourcentage d'os du segment F3 est plus grand que celui de F1 (voir Figure 50 pour le découpage de l'os) : F3 est prélevé sur la diaphyse du fémur alors que F1 correspond à la partie métaphysaire. Il y a donc plus d'os spongieux dans F3 que dans F1. De plus, selon la taille du fémur, la part de diaphyse de F3 est plus ou moins importante : le pourcentage d'os est, par conséquent, beaucoup plus variable pour F1 que pour F3.

Pour la tranche d'âge des 80-90 ans, le pourcentage d'os des femmes est sensiblement plus faible que celui des hommes.

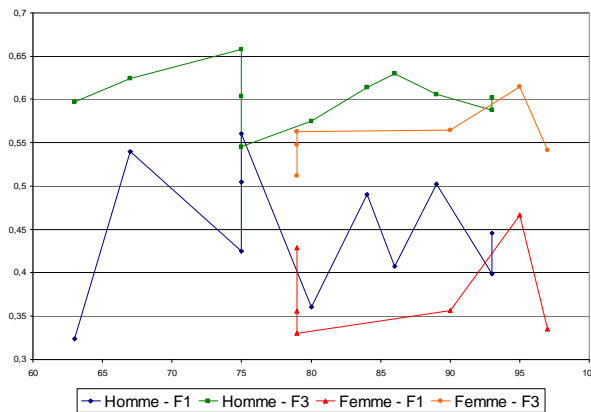


Figure 65 : Pourcentage d'os en fonction de l'âge et du sexe

Le pourcentage d'os en fonction du poids ne permet pas de dégager de tendance très nette. Il semblerait que cette valeur diminue pour le segment F3 lorsque le poids augmente.

Pour la taille, on remarque que le pourcentage d'os de F3 n'en dépend pas alors qu'il semble augmenter pour F1. Si nous avions les dimensions de tous les os, nous pourrions peut-être faire un parallèle entre le pourcentage d'os de F1 et la taille des fémurs.

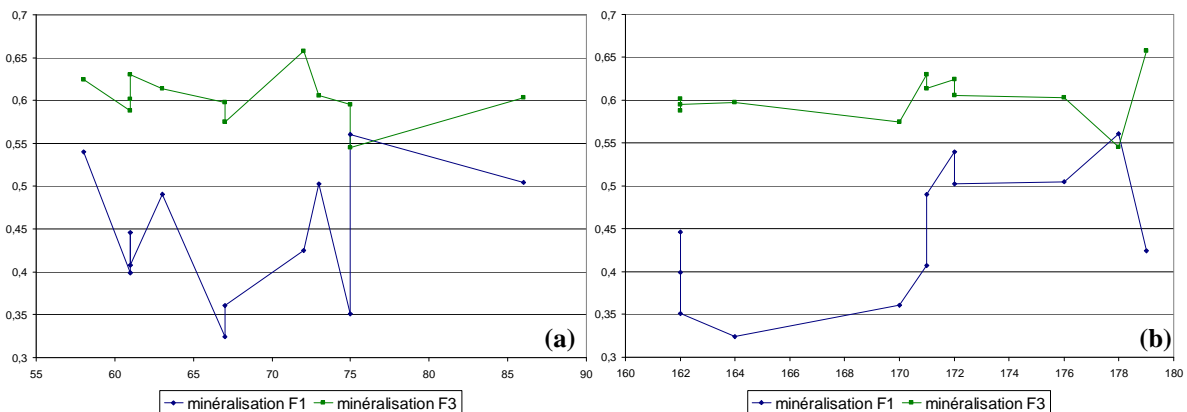


Figure 66 : Pourcentage d'os en fonction (a) du poids et (b) de la taille

Quel que soit l'étude du pourcentage d'os (en fonction de l'effort maximal ou de la flèche et selon les directions d'impact), aucune tendance ne se dessine (voir graphiques en *annexe 4*).

III.3.1.7 CONCLUSION

On observe une grande variation des résultats. La principale explication est la direction d'impact, notamment la direction postéro-antérieure qui implique des effets de structure et de géométrie du fémur (courbure et ligne âpre).

Le mode de conservation et la densité minérale semblent être sans incidence marquée sur la réponse du fémur à la flexion.

Nous avons également pu dégager des tendances en fonction de l'âge et du sexe. La Figure 60 est l'exemple le plus parlant de la différence entre hommes et femmes de 90 à 97 ans : l'effort maximal est plus grand chez les hommes que chez les femmes mais la tendance est inversée pour le temps à la rupture. La Figure 63 montre qu'avec l'âge, l'effort maximal diminue alors que le temps à la rupture augmente pour les hommes.

III.3.2 ANALYSE DES COURBES DES TIBIAS

Comme nous l'avons mentionnée plus haut, cette partie se base sur les données de 38 tibias. La Figure 67 permet d'avoir une vue d'ensemble sur les tibias puisqu'elle regroupe aussi bien les données issues des archives que les données issues des quatre campagnes d'essais. D'une façon générale, les pentes semblent présenter un écrouissage moins important que ceux des fémurs.

D'autre part, huit tibias présentent un effort maximal supérieur à 3500 N alors que seul l'effort maximal de deux fémurs est dans la fourchette 3500-4000 N. Les tibias semblent donc plus solides en flexion que les fémurs. Nous comparerons la réponse de tibia et de fémur prélevés sur un même individu au paragraphe III.3.3.

Nous observons également une différence de concavité des courbes entre les anciens et les nouveaux essais. Cette différence pourrait s'expliquer par des effets de relaxation dus à deux améliorations au niveau du protocole expérimental :

- ✓ Le vérin manuel a été remplacé par un vérin hydraulique.
- ✓ Les conditions d'encastrement sont différents (plaques de stabilisation).

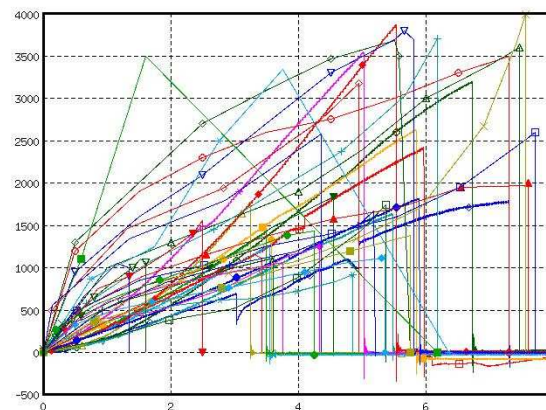


Figure 67 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) de tous les tibias

Si nous étudions séparément les nouvelles et les anciennes données, nous observons que, pour les nouvelles données, le temps à la rupture varie de 3,57 à 5,96 s et l'effort maximal de 1435 à 3213 N et, pour les données d'archives, le temps et l'effort à la rupture varient respectivement entre 1,35 et 7,77s et entre 920 et 4000 N.

Nous constatons que le tibia 02 (en bleu sur le graphique (a)) exhibe un affaissement entre 3 et 5 s. Malgré un effort à la rupture cohérent avec les autres valeurs, le temps à la rupture est particulièrement long : nous écarterons donc cette courbe de la suite de l'analyse. Le temps à

la rupture du tibia 06 (kaki) est le plus court ($t = 3,252$ s) tandis que le tibia 04 (rond vert) a le plus long ($t = 6,723$ s). Contrairement au tibia 07 (cyan) qui casse avec l'effort le plus faible ($F = 1279,1$ N), les efforts maximaux des tibias 09 et 11 (courbes à triangles pleins rouges et croix roses) sont les plus importants : $F_{\max}^{09} = 3564,5$ N et $F_{\max}^{11} = 3872,1$ N. Les seules particularités notables sont que :

- ✓ le tibia 02 a été prélevé sur le plus jeune donneur (49 ans) ;
- ✓ on retrouve un IMC plus important que pour les autres tibias pour le 06 qui rompt le plus tôt.

D'après les archives, les courbes des tibias 51D et 51G ont une forme particulière en triangle (carrés pleins verts et croix cyan) très différente de l'allure des autres courbes.

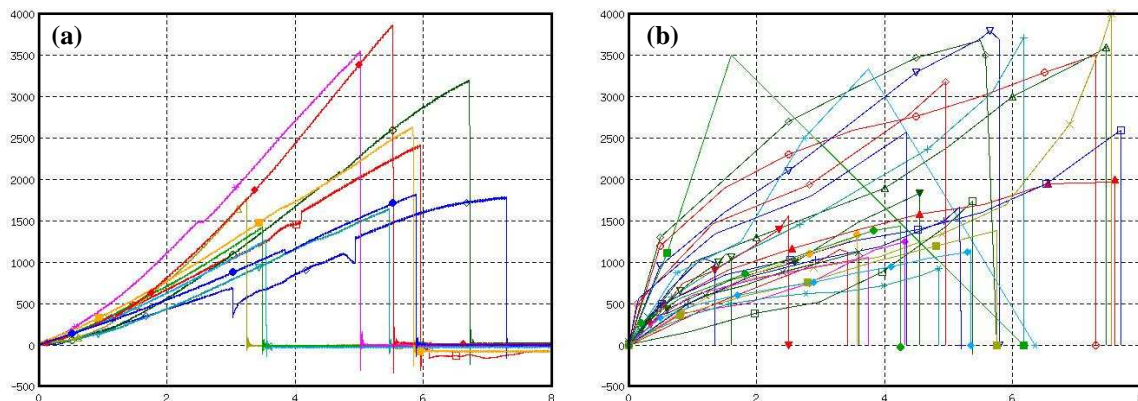


Figure 68 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s)
(a) données des essais et (b) données des archives

Sur les courbes des 38 tibias, nous écartons celles des tibias 02, 51G et 51D qui présentent respectivement un affaissement et une forme triangulaire. L'étude de la flexion des tibias se fera donc sur 35 courbes.

III.3.2.1 PAR DIRECTION D'IMPACT

Contrairement au cas des fémurs, le graphique des essais les plus récents (Figure 70b) ne montre aucune différence marquée entre les trois directions d'impact : latéral-médial, postéro-antérieur et antéro-postérieur. Les anciens essais ont tous été effectués dans la direction antéro-postérieure.

Cette homogénéité des résultats peut s'expliquer par la géométrie de la diaphyse du tibia de section triangulaire et qui est très rectiligne comme le montre la planche anatomique suivante :

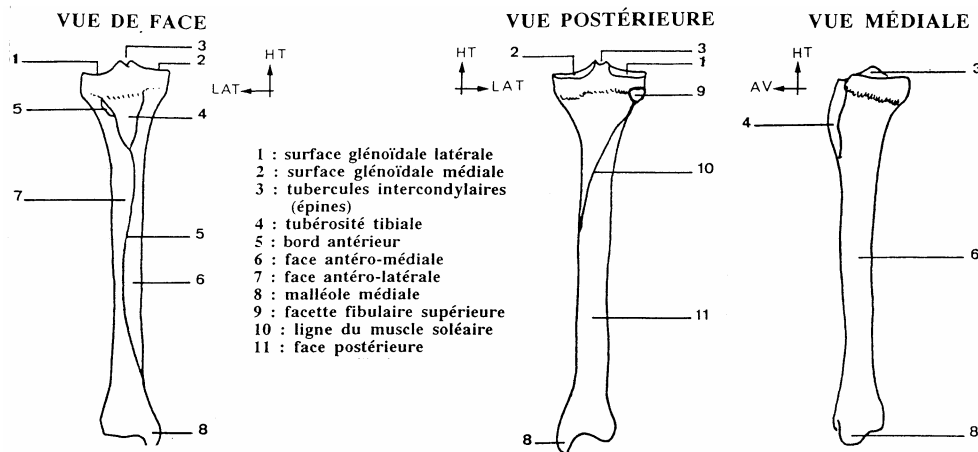


Figure 69 : Anatomie du tibia en vue antérieure, postérieure et médiale (Brunet, 2003)

Dans le cas des tibias, la direction d'impact semble ne pas être un facteur déterminant dans la variation des résultats, étant donnée la géométrie de la structure osseuse.

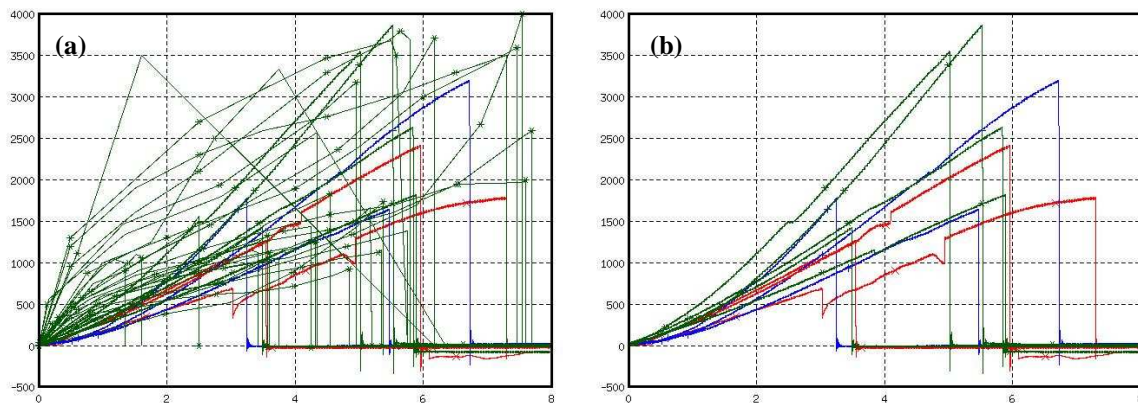


Figure 70 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s)

(a) tous les essais, (b) les nouveaux essais (latéral-médial en rouge, postéro-antérieur en bleu et antéro-postérieur en vert)

III.3.2.2 PAR CONSERVATION : TYPE ET DUREE

D'après les archives, nous savons que les tibias ont été conservés dans du liquide de Winckler mais nous n'avons pas d'informations sur la durée entre les prélèvements et les essais. Nous ne pouvons donc pas utiliser ces données pour étudier l'influence de la durée de conservation. Les onze tibias testés ont tous été conservés dans du liquide de Winckler pendant un, trois et cinq ans. La figure suivante nous indique que, comme pour les fémurs, la durée de conservation n'influencerait pas les résultats de flexion.

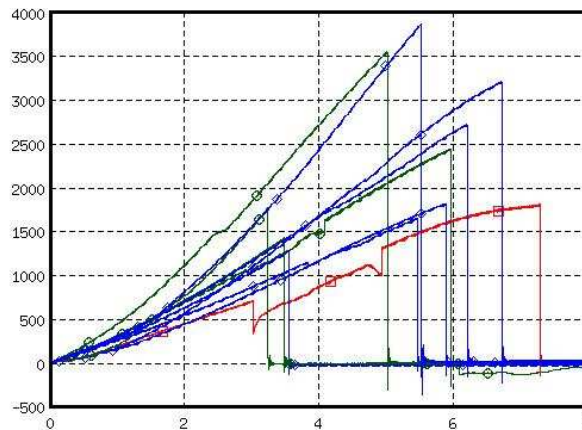


Figure 71 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) par les dates de prélèvement des os
2001 : \square rouge, 2003 : \diamond bleu, 2005 : \circ vert

III.3.2.3 PAR AGE

L'ensemble est assez homogène malgré les catégories d'âge (*annexe 4*). La classe des 60-69 ans n'est pas représentée tandis que seuls deux tibias d'un même individu caractérisent celle des quinquagénaires.

Pour plus de clarté, nous allons étudier séparément les nouveaux et les anciens résultats. Puis nous nous pencherons plus en détails sur les catégories les plus importantes : les septuagénaires, les octogénaires et les nonagénaires.

Remarques générales

Pour les nouveaux essais, deux tibias (06 et 12) sont issus de donneurs inconnus. Cependant, les tibias 05 et 12 ont des pentes relativement proches (cf. courbes orange et rose de la Figure 72a) mais aussi un effort et un temps à la rupture très voisins. Le tibia 05 est issu d'un donneur de sexe féminin de 90 ans : on pourrait donc supposer que le donneur du tibia 12 est également nonagénaire et de sexe féminin.

D'autre part, les pentes des tibias 06 et 11 sont confondues mais les valeurs de l'effort et du temps maximal du tibia 06 correspondent à la moitié de celles du tibia 11. Dans les deux cas, nous savons qu'il s'agit de donneurs masculins. Si l'on s'affranchit des différences anthropométriques, on pourrait supposer que le tibia 06 provient d'un donneur d'environ 90 ans tout comme le donneur du tibia 11.

Il n'y a qu'un seul donneur de 58 ans (en cyan sur la Figure 72b). Malgré un écrouissage très prononcé, l'effort et le temps à la rupture sont parmi les plus grands. Si l'on observe les tendances par groupe d'âge, on remarque qu'à mesure que l'âge augmente, l'écrouissage diminue. En effet, les quinquagénaires ont un écrouissage plus important que les septuagénaires (en rouge). Pour les octogénaires (en bleu), l'écrouissage est presque nul.

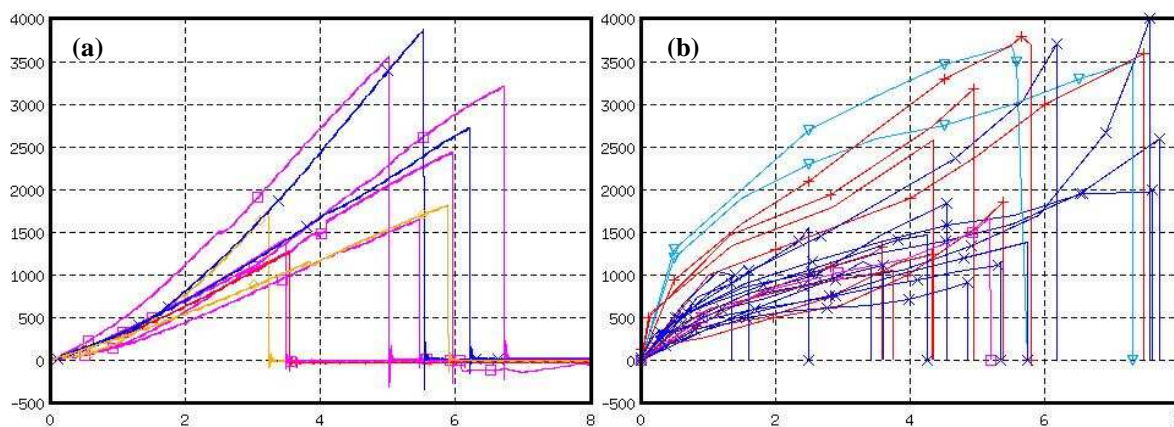


Figure 72 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) selon l'âge (a) nouveaux essais, (b) anciens essais
50-59 ans : ▽ cyan, 70-79 ans : + rouge, 80-89 ans : x bleu, 90-99 ans : ▢ rose, âge inconnu : ◊ orange

Entre 70 et 79 ans

Si on considère un corridor expérimental défini à partir des courbes extrémales, alors, pour les courbes du groupe d'âge 70-79 ans, le corridor est très net. Les courbes servant à définir le corridor supérieur sont plus concaves que celles servant à définir le corridor inférieur. Sur l'ensemble des courbes, une seule correspond à un donneur de sexe féminin et coïncide avec le corridor bas. Les tibias 49D et 49G servent à définir le corridor haut avec un effort et un temps à la rupture de : $F_{\max}^{49D} = 3800 \text{ N}$ et $t_{\max}^{49G} = 7,55 \text{ s}$. Le corridor bas est défini par les courbes des tibias 79D et 12.

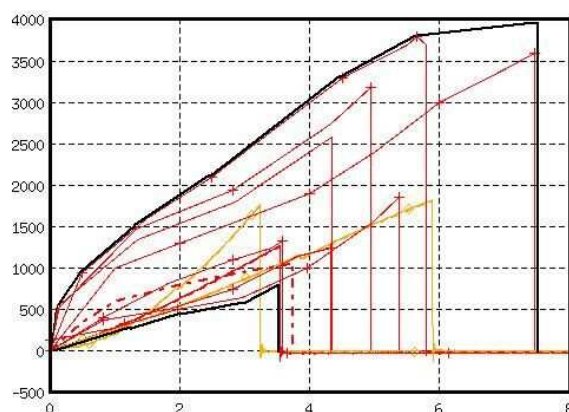


Figure 73 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) pour la classe d'âge 70-79 ans (corridors en noir)

Entre 80 et 89 ans

Pour le groupe des octogénaires, un corridor se dessine également très clairement. Toutefois, la plage de variations du temps à la rupture est ici beaucoup plus importante : 1,35-7,77 s. Les tibias 77D et 77G cassent le plus tôt et leur pente est la plus importante. D'une façon générale, la pente est relativement concave sauf pour ceux dont les efforts maximaux sont les plus importants (tibias 11, 50D et 50G). Les tibias 46D et 46G ont le temps à la rupture le plus long.

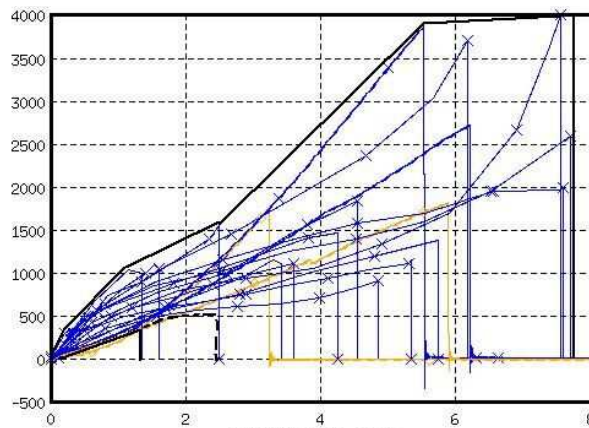


Figure 74 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) pour la classe d'âge 80-89 ans (corridors en noir)

Entre 90 et 97 ans

Le corridor des nonagénaires est un peu moins marqué que pour les autres groupes d'âge car il n'y a que six courbes.

Pour pouvoir définir un corridor de réponse, on considère les courbes les plus rapprochées : le tibia 09 serait alors à écarter en terme de pente et d'effort maximal. Le corridor supérieur est défini par le tibia 04 pour l'effort maximal et le temps à la rupture alors que le corridor inférieur est constitué des courbes des tibias 05 et 08 : le premier présente un effort à la rupture le moins important et le second le temps à la rupture le plus court.

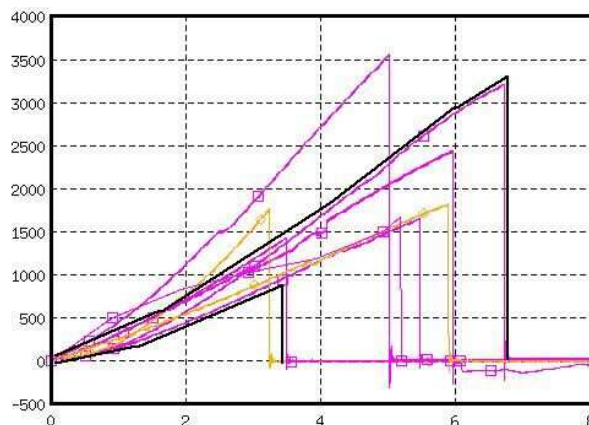


Figure 75 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) pour la classe d'âge 90-99 ans (corridors en noir)

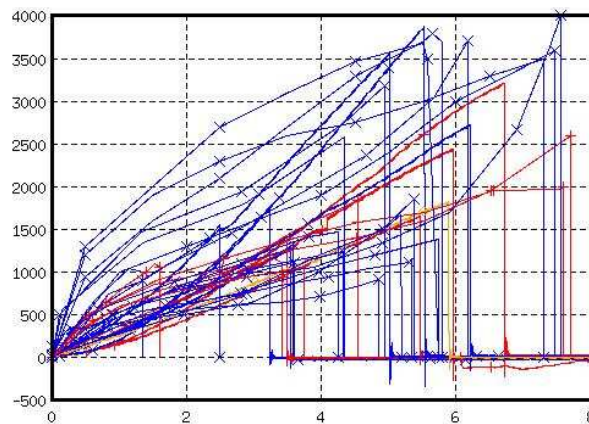
En conclusion, étant donné le nombre important de résultats expérimentaux, nous avons pu dégager des corridors de réponses relativement précis pour les trois groupes d'âge les plus représentés à savoir 70-79 ans, 80-89 ans et 90-99 ans.

III.3.2.4 PAR SEXE

Comme pour les fémurs, les pentes des courbes des donneurs de sexe féminin sont beaucoup plus homogènes que pour la gènte masculine. L'éventail d'âge des donneurs féminins est plus petit que celui des donneurs masculins : 78-92 ans et une donneuse de 97 ans contre 70-88 ans avec deux donneurs de 58 et 94 ans. On pourrait presque considérer qu'un seul groupe d'âge est représenté chez les femmes contre deux groupes pour les hommes.

Contrairement aux fémurs, les caractéristiques (pente, maxima) des courbes des donneurs féminins ne sont pas forcément les plus faibles. En effet, malgré une pente très faible au début

pour certaines courbes, la phase d'écroutissage est généralement moins prononcée chez les femmes. De plus, la majorité des efforts à la rupture est dans la fourchette moyenne 1500-3500 N.



*Figure 76 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s) par sexe
Les hommes en bleu et les femmes en rouge*

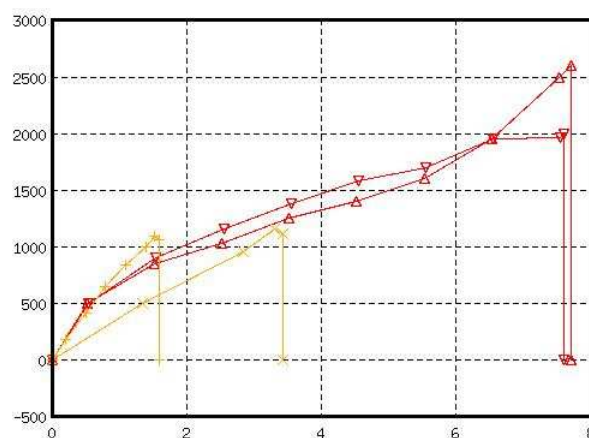
L'influence du sexe pour des essais de flexion de tibias se ressentirait donc essentiellement dans la phase d'écroutissage : pour les femmes, l'endommagement est plus court et peu marqué et la rupture survient relativement rapidement après la phase élastique.

III.3.2.5 INFLUENCE ANTHROPOMETRIQUE

Etant donné le nombre important de courbes, nous avons pu regrouper des courbes de donneurs de même sexe et d'âges relativement proches.

Sur le premier graphique, nous avons en rouge les courbes des tibias droit et gauche d'une femme de 81 ans mesurant 1,62 m pour 55 kg. En orange, les courbes des tibias droit et gauche d'une femme de 83 ans mesurant 1,60 m pour 53 kg.

Leur anthropométrie est très proche (IMC respectifs de 20,9 et 20,7), pourtant les tibias de la femme de 83 ans cassent plus de deux fois plus tôt et pour un effort deux fois moindre à l'effort nécessaire pour casser ceux de la femme de 81 ans. D'autre part, le pourcentage d'os de la donneuse de 83 ans est plus faible. Cette différence d'environ 20% du pourcentage d'os permet-elle d'expliquer la différence entre les réponses des deux sujets ?

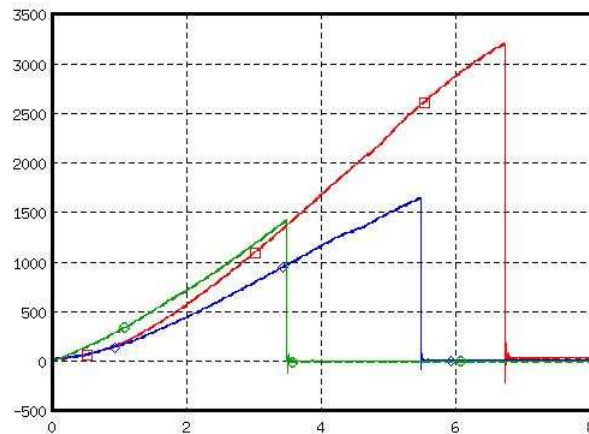


*Figure 77 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s)
Pour 2 donneuses de 81 ans (rouge) et 83 ans (orange)*

Le graphique ci-dessous présente les courbes de flexion des tibias gauches de trois femmes de 90, 91 et 92 ans. Le tibia 04 (rouge) a une pente confondue au début avec celle du tibia 05 (bleu) puis très proche de celle du tibia 08 (vert).

La femme de 91 ans a un IMC normal d'environ 20,4 alors que celles de 90 et 92 ans ont un IMC de 24,8 et 25,7. Or celle dont l'IMC est normal est celle dont le tibia casse pour un effort de 3213 N alors que les deux autres cassent pour un effort deux fois moins moindres.

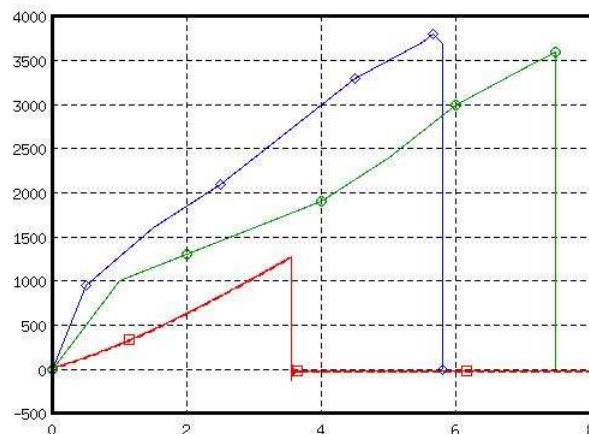
Il semblerait donc qu'une surcharge pondérale affecte la solidité des tibias en flexion chez les femmes.



*Figure 78 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s)
Pour 3 donneuses de 90 (bleu), 91 (rouge) et 92 ans (vert)*

Ce dernier graphique est constitué des courbes du tibia gauche d'un homme de 78 ans mesurant 1,70 m pour 57 kg (en rouge) et des tibias droit et gauche d'un homme de 79 ans mesurant 1,68 m pour 62 kg (respectivement en bleu et vert).

Pour un même individu, nous pouvons noter qu'il y a une différence non négligeable entre le tibia gauche et le tibia droit. Elle se fait essentiellement au niveau de la pente de la courbe puisque l'effort maximal est similaire.



*Figure 79 : Evolution de l'effort (N) au cours du temps (s)
Pour 2 donneurs masculins de 78 (rouge) et 79 ans (tibia droit en bleu et gauche en vert)*

D'autre part, malgré une anthropométrie très proche, la courbe du tibia du deuxième donneur se révèle beaucoup plus convexe que les deux autres ; l'effort et le temps à la rupture sont également deux fois plus petits.

Là aussi, le pourcentage d'os est beaucoup plus faible pour le tibia (rouge) : 0,293 et 0,637 contre 0,803, 0,944, 0,833 et 0,997 pour les deux autres tibias. Il faudrait avoir d'autres exemples du même type que la Figure 77 et la Figure 79 pour confirmer cette tendance.

III.3.2.6 PAR DENSITE

Contrairement aux cas des fémurs, les graphiques donnant le pourcentage d'os en fonction de l'âge, du sexe, du poids, de la taille ne révèlent rien de particulier (voir *annexe 4*).

On remarque que les variations du pourcentage d'os des tibias sont plus importantes que celles des fémurs : entre 0,2 et 1, et entre 0,3 et 0,7 respectivement. Cela est sans doute dû aux différences de structure entre ces deux os.

Il semble que l'effort maximal augmente et la flèche diminue lorsque le pourcentage d'os augmente (voir Figure 80) mais cette théorie est à confirmer par des tests statistiques.

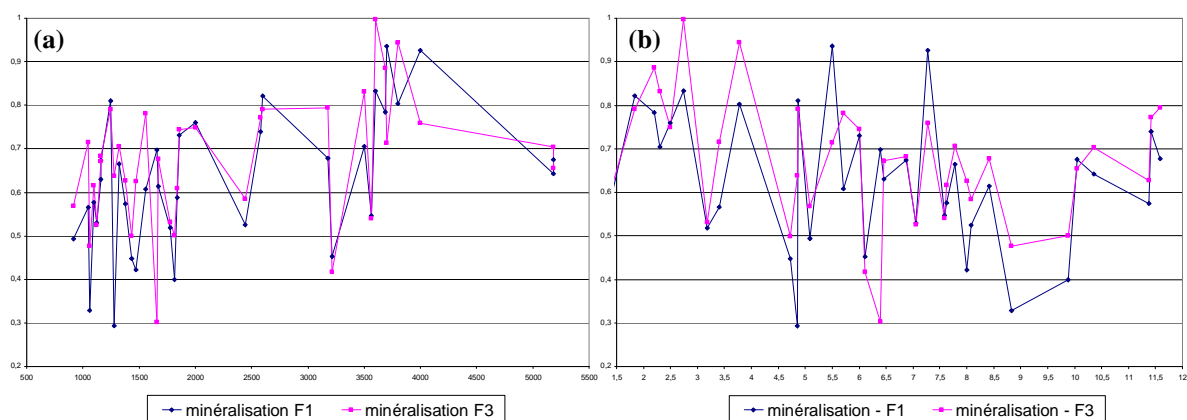


Figure 80 : Pourcentage d'os en fonction (a) de l'effort maximal et (b) de la flèche

III.3.2.7 CONCLUSION

Contrairement aux fémurs, la grande variation des résultats n'est pas due à la direction d'impact. Le mode et la durée de conservation ne sont pas des facteurs influençant la réponse du tibia.

Des corridors se dessinent très nettement en fonction des classes d'âge et plus particulièrement entre 70 et 97 ans. En effet, les catégories de 70-79 ans et 80-89 ans présentent des corridors relativement larges alors que, pour les 90-97 ans, le corridor est plus fin mais seuls six tibias ont servi à l'établir.

On remarque également que les variations sont relativement moins importantes chez les femmes que chez les hommes ; bien que, chez les femmes, les variations de la flèche soient plus grandes que pour l'effort maximal.

III.3.3 COMPARAISON ENTRE LES FEMURS ET TIBIAS D'UN MEME INDIVIDU

Nous avons pu comparer les fémurs et tibias de six individus. Pour tous les graphiques, les fémurs sont représentés avec des carrés.

Généralement, la pente des tibias est plus importante que celle des fémurs. Plusieurs explications sont possibles :

- ✓ Les géométries du tibia et du fémur sont différentes. La disparité de géométrie du fémur est beaucoup plus importante que pour le tibia : dimensions, courbure, section de la diaphyse...
- ✓ La position du tibia durant l'impact est plus proche de sa position physiologique que dans le cas du fémur. En effet, selon Kapandji (1968), l'axe du tibia forme un angle d'environ 3° avec le plan sagittal tandis que le fémur forme un angle compris entre 8 et 10° avec ce même plan ;
- ✓ Selon les constatations médicales en accidentologie, la fracture fémorale est plus courante en compression alors que pour le tibia, il s'agit plus de flexion (coups et heurts quotidiens).

Pour certains la direction d'impact n'est pas la même. Cependant, même lorsqu'elle est identique, la pente des tibias reste plus grande.

Toutefois, les valeurs de l'effort maximal des fémurs restent majoritairement du même ordre de grandeur que celles des tibias. Mais le temps à la rupture est plus long pour les fémurs : ceci pourrait s'expliquer par une déformabilité de la structure moins importante.

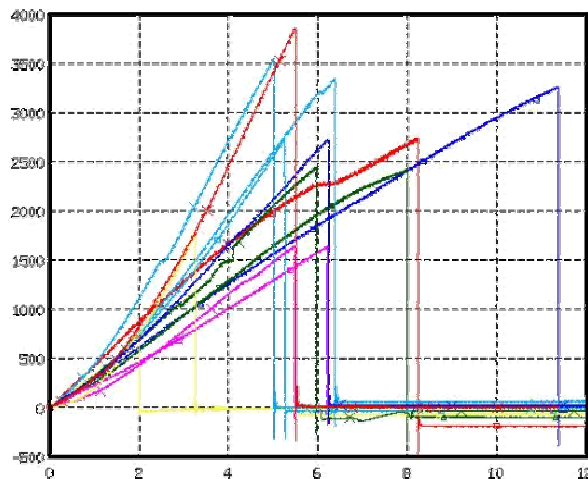


Figure 81 : Comparaison entre fémurs et tibias de six individus

Ces résultats sont en accord avec ceux recensés et réalisés par Burstein et al (1976) : les propriétés mécaniques du tibia sont plus grandes que celles du fémur en traction et en compression.

III.4 ANALYSE CINEMATIQUE DE LA FRACTURE

Comme nous l'avons vu plus haut dans le dispositif expérimental, des caméras rapides à 2500 images/s étaient centrées sur la diaphyse des os afin de suivre la fissuration. Dans certains cas, le phénomène était très net alors que dans d'autres, la fracture avait lieu de façon soudaine.

III.4.1 CLASSIFICATION DES FRACTURES

En se basant sur la classification des fractures des os longs de Müller et al (1987), nous distinguons quatre types de fractures différentes (voir schémas en *annexe 4*) :

<i>A</i>	<i>Fracture simple</i>
A1	Fracture simple, spiroïde
A2	Fracture simple, oblique $\geq 30^\circ$
A3	Fracture simple, transversale $< 30^\circ$
<i>B</i>	<i>Fracture à coin</i>
B1	Fracture à coin de torsion entier
B2	Fracture à coin de flexion entier
B3	Fracture à coin fragmenté
<i>C</i>	<i>Fracture complexe</i>
C1	Fracture complexe, communitive spiroïde
C2	Fracture complexe, bifocale (étagée)
C3	Fracture complexe, communitive non spiroïde

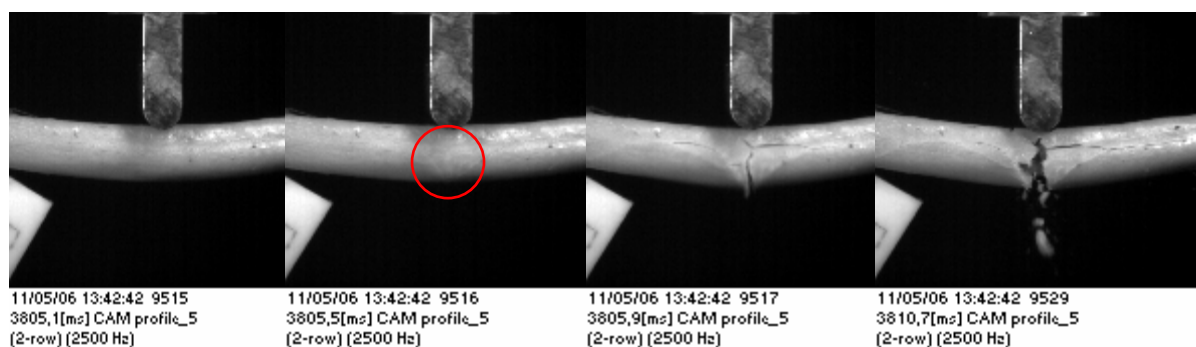
Tableau 21 : Classification AO des fractures d'os longs (Müller et al, 1987)

Nous les avons classées selon leur gravité :

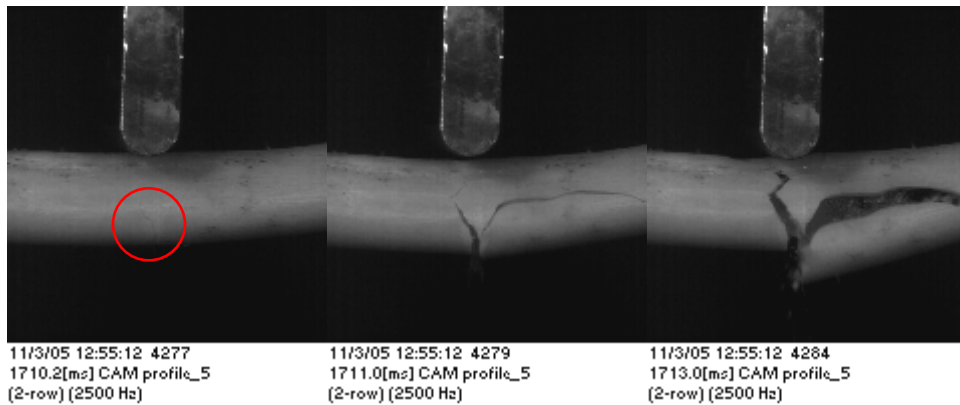
- ✓ Nous observons une fracture simple oblique $\geq 30^\circ$ (type A2) sur dix os. Pour le fémur 03, une ligne plus claire le long de la diaphyse amorce une fracture simple oblique $> 30^\circ$;



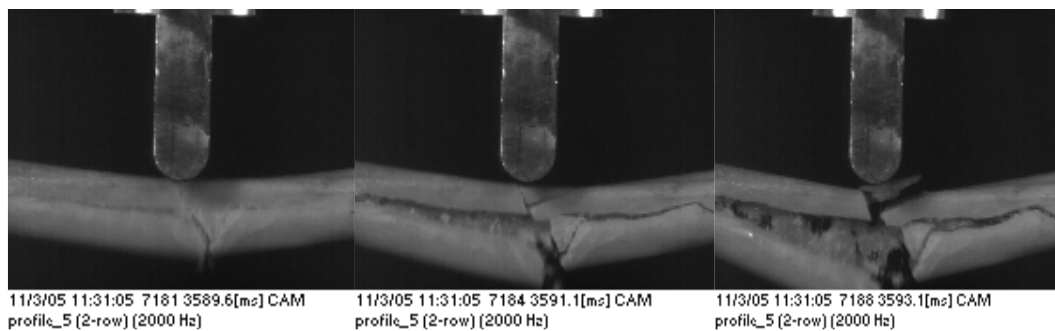
- ✓ Neuf d'entre eux ont une fracture simple transversale $< 30^\circ$ (type A3). Pour le fémur 20, des prémices de fissures sont visibles sur la partie antérieure de l'os avant la rupture;



- ✓ Sur les 35 os testés, 14 présentent une fracture à coin de flexion entier (type B2). Il est possible de suivre la propagation de la fissure du fémur 07 depuis le côté antérieur avec un angle $< 30^\circ$ (photo de gauche) pour finir par une fracture en 3 parties ;



- ✓ Les 2 derniers ont une fracture complexe, communitive non spiroïde (type C3). Pour le fémur 05, nous observons une fracture plus complexe que les autres sans signe avant coureur.



III.4.2 LE TYPE DE FRACTURE PEUT-IL S'EXPLIQUER PAR L'INFLUENCE DE CERTAINS PARAMETRES ?

III.4.2.1 LA DIRECTION D'IMPACT

Le tableau ci-dessous nous indique le type de fracture en fonction de la direction d'impact pour chaque type d'os.

direction d'impact type de fracture	Fémurs		Tibias		
	post-ant	med-lat	post-ant	lat-med	ant-post
A2	3	5	1	1	1
A3	1	2	1	1	3
B2	8	2	1	1	1
C3	1	1	/	/	/

Tableau 22 : Type de fracture en fonction de la direction d'impact

post-ant = postéro- antérieur, med-lat = médial-latéral, lat-med = latéral-médial, ant-post = antéro-postérieur

La direction d'impact ne serait pas un facteur influençant le type de fracture. Il semble toutefois survenir plus souvent une fracture à coin de flexion entier lorsque le fémur est impacté dans la direction postéro-antérieure.

III.4.2.2 L'EFFORT MAXIMAL ET LA FLECHE

Les variations d'effort maximal sont plus importantes pour la fracture de type B2 que pour les autres. Mais c'est également la fracture la plus fréquemment observée.

Les os pour lesquels on observe une fracture de type B2, présentent généralement un effort à la rupture plus grand.

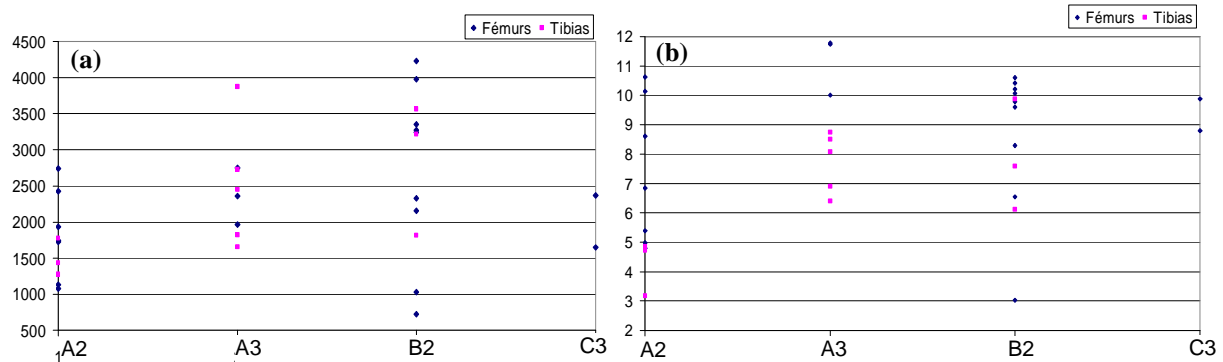


Figure 82 : (a) Effort maximal (N) et (b) flèche (mm) en fonction du type de fracture

Les fémurs ayant une fracture à coin de flexion entier (B2) ont un déplacement maximal à la rupture proche (entre 9,5 et 10,5 mm) en comparaison des autres types de fracture.

III.4.2.3 LA MINERALISATION

Là encore, on ne peut rien mettre en évidence concernant l'influence possible du pourcentage d'os sur le type de fracture.

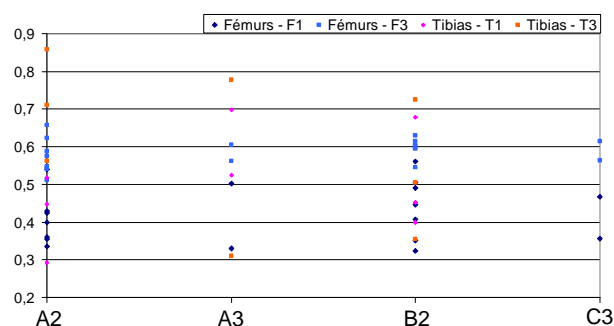


Figure 83 : Pourcentage d'os en fonction du type de fracture

III.4.3 CONCLUSION

En analysant les images enregistrées par les caméras rapides, nous observons que :

- ✓ La fracture a lieu en 1 ms au maximum ;
- ✓ Dans certains cas, des prémices de la fracture peuvent être observées sous forme de ligne claire sur l'os.

Une analyse comparative entre les types de fracture et la direction d'impact, l'effort maximal, la flèche ou encore le pourcentage d'os montre qu'il n'y a pas d'influence de ces paramètres sur la gravité de la fracture. Toutefois, la fracture en coin de flexion entier semble être le mode de rupture le plus fréquent en impact postéro-antérieur sur les fémurs.

IV DISCUSSION

IV.1 SUR LE PROTOCOLE EXPERIMENTAL

IV.1.1 A PROPOS DES OS UTILISES

Les os ont été prélevés sur des sujets âgés juste après leur décès. Les résultats que nous obtenons sont donc à resituer dans le contexte d'une population âgée de 70 à 90 ans. D'autre part, les informations relatives aux causes de la mort ne sont pas communiquées : les causes du décès, les pathologies (cholestérol, diabète, ostéoporose) et la durée d'alitement avant le décès sont autant de paramètres dont Young et al (2001) ont montré l'influence sur la qualité de l'os.

La principale difficulté lors des différentes campagnes d'essai a été la traçabilité des os : comment garder les références de chaque os sachant que le marquage sur l'os s'efface facilement à cause des graisses et du liquide de Winckler ?

IV.1.2 A PROPOS DU PROTOCOLE EXPERIMENTAL

Une amélioration possible concerne l'orientation de l'os lors du coffrage. En effet, il serait intéressant de pouvoir le sceller avec une inclinaison plus adaptée à sa position physiologique.

Il serait également intéressant de pouvoir compléter ces essais en testant toutes les directions d'impact notamment les directions antéro-potérieure et latéral-médiale.

Pour confirmer les résultats sur l'influence de la congélation sur les propriétés mécaniques de l'os, il faudrait faire d'autres essais avec pour contrainte l'utilisation des deux fémurs ou des deux tibias d'un même donneur.

IV.1.3 A PROPOS DES MESURES

Les données mesurées sont l'effort et le déplacement du vérin. La cinématique de la fracture est obtenue par les caméras rapides. Cependant le phénomène est si rapide que, dans la plupart des cas, on ne peut suivre l'évolution de la fracture.

Les ondes acoustiques et les ultra-sons sont déjà utilisés pour caractériser les propriétés mécaniques de l'os (Laugier, 2000 ; Ogam et al, 2005). Au laboratoire, cette technique vise à différencier les niveaux lésionnels entre les tissus mous et durs, et peut-être à terme l'endommagement et la rupture des os (Gabrielli, 2006). Cette méthode pourrait, par la suite, être utilisée lors des essais de flexion pour améliorer le dispositif expérimental en ce qui concerne le suivi de l'endommagement et de la fracture.

D'autre part, du fait du dispositif expérimental (II.2.2), une précontrainte existe au début de l'essai et elle correspond à environ 10 ou 20 N. Au début de la flexion, le capteur d'effort est recalibré à 0 N. L'enregistrement ne tient donc pas compte de cette précontrainte. Si cette imprécision est négligeable, la précontrainte pourrait toutefois être évaluée par une mesure continue de la force.

IV.1.4 A PROPOS DE LA MINERALISATION

Lors de la minéralisation, on mesure les masses brute et humide d'un segment d'os. Selon l'origine de l'os, ces masses peuvent varier. En effet, le mode de conservation de l'os (chambre froide, liquide de Winckler, air libre...) peut faire varier l'état de déshydratation de l'os et de ce fait modifier la masse brute.

D'autre part, la masse humide n'a pas ici valeur de comparaison avec de l'os frais car nous ne pouvons juger de la capacité d'absorption de l'os et de l'influence du liquide de Winckler et des graisses sur cette même capacité.

La différence entre ces deux masses est d'au maximum 5% : c'est pourquoi nous avons calculé le pourcentage d'os avec la masse brute.

IV.2 SUR LES RESULTATS

Ces quatre campagnes d'essai et la capitalisation d'anciens essais ont permis de collecter beaucoup de données. Notre analyse a essentiellement consisté à étudier quels paramètres semblent influencer la réponse du fémur et du tibia lors d'une flexion trois points.

Les perspectives de ce travail sont :

1. Une analyse statistique. Pour chaque paramètre étudié, une loi statistique peut-elle être appliquée ? Existe-il des relations de corrélation entre les différents paramètres biologiques ?
2. Selon les résultats de notre analyse et de l'analyse statistique, d'autres campagnes d'essais permettraient de compléter l'ensemble des données.

IV.3 SUR L'INFLUENCE DES PARAMETRES BIOLOGIQUES

Nous avons pu tester l'influence :

- ✓ des paramètres expérimentaux que sont la direction d'impact et la conservation (durée et mode) ;
- ✓ des paramètres interindividuels à travers l'âge, le sexe, la taille, le poids et le pourcentage d'os.

Nous avons également essayé d'observer des différences de comportement à la rupture.

IV.3.1 A PROPOS DES PARAMETRES EXPERIMENTAUX

Les fémurs et les tibias ont des géométries différentes (voir Figure 56 et Figure 69). Les variations géométriques sont plus importantes pour les fémurs. Ceci explique l'influence très nette de la direction d'impact sur l'évolution de l'effort au cours du temps : la géométrie est prépondérante sur la réponse de la structure.

En revanche, la durée de conservation dans le liquide de Winckler ne semble pas modifier les caractéristiques mécaniques. La congélation n'affecte pas la réponse d'un fémur à un essai de flexion. Bien qu'en accord avec d'autres études bibliographiques, cette théorie serait à confirmer à l'aide d'autres essais (voir plus haut IV.1.2).

IV.3.2 A PROPOS DES PARAMETRES INTERINDIVIDUELS

Tout d'abord, nous remarquons que l'étude combinée de l'âge et du sexe montre des tendances plus marquées que celle du sexe seul. Ainsi, ceci nous a permis de définir des corridors :

- ✓ Pour les fémurs, deux corridors pour les nonagénaires distinguent les hommes des femmes ;
- ✓ Pour les tibias, plusieurs corridors : un de septuagénaires masculins, un autre d'octogénaires et un dernier de nonagénaires.

L'influence anthropométrique est beaucoup moins tranchée : pour les fémurs, le surpoids semble protéger l'os qui supporte un effort plus important alors que, pour le tibia, la tendance semble inversée. Cette différence est-elle également due à un effet de structure ? L'IMC est-il un paramètre significatif pour le comportement des os longs à la rupture ?

Des essais complémentaires paraissent nécessaires pour voir se dégager des tendances liées au poids.

Pour le pourcentage d'os, nous remarquons que :

- ✓ Pour les fémurs, le segment diaphysaire est plus minéralisé que le segment métaphysaire. Le pourcentage d'os du segment diaphysaire diminue lorsque le poids augmente mais ne dépend pas de la taille contrairement au segment métaphysaire qui paraît augmenter ;
- ✓ Pour les tibias, les variations du pourcentage d'os sont plus importantes que pour les fémurs (différence de structure). La théorie à confirmer statistiquement est que l'effort maximal augmente et la flèche diminue lorsque le pourcentage d'os augmente.

Malgré une structure différente, l'effort à la rupture des tibias et fémurs est sensiblement identique. Par contre, les différences entre tibias et fémurs se font au niveau de :

- ✓ la flèche, plus faible pour les tibias,
- ✓ la direction d'impact très importante pour les fémurs et insignifiante pour les tibias.

La géométrie des structures osseuses semble donc très importante, d'où l'intérêt d'avoir des modèles finement maillés.

IV.3.3 A PROPOS DE LA CINEMATIQUE DE LA RUPTURE

Selon la rapidité du phénomène, des prémices sont plus ou moins observables.

Le type de fracture et sa gravité ne paraissent pas dépendre de paramètres tels que la direction d'impact, l'effort maximal et la flèche ou encore le pourcentage d'os. Seule la fracture en coin de flexion entier semble être le mode de rupture le plus courant en impact postéro-antérieur sur les fémurs.

IV.3.4 CONCLUSION

Les observations faites notamment sur la direction d'impact viennent corroborer les conclusions de Baqué (2005). A la suite d'essais d'impact sur le pelvis, il a conclu que l'influence de la géométrie de l'os était prépondérante par rapport aux autres paramètres biologiques.

D'autre part, nous avons vu au *chapitre 6* que la déficience en œstrogène chez la femme accélère la perte osseuse qui est donc plus importante que chez l'homme à cette période-là. Puis la perte osseuse féminine ralentit et celle masculine se poursuit au même rythme : sa valeur est comparable entre les deux sexes vers 70 ans (Seeman, 1999 ; Feik et al 1996).

La diminution de la masse osseuse semble avoir une influence directe sur les propriétés mécaniques. En effet, nous retrouvons cette tendance au niveau des efforts à la rupture selon les classes d'âge. Pour les femmes, la population testée se situe entre 74 et 97 ans et l'effort à la rupture est relativement homogène, la perte osseuse est alors stabilisée. Pour les hommes, l'amplitude d'âge est plus importante (entre 60 et 95 ans environ) et l'effort à la rupture est très disparate. Cette apparente inhomogénéité de l'effort à la rupture chez les hommes est sans doute due à la diminution progressive de la masse osseuse.

V CONCLUSION

Ces essais expérimentaux avaient pour but d'améliorer le protocole expérimental existant afin de pouvoir étudier :

- ✓ l'influence de la direction d'impact sur des os longs tels que les fémurs et les tibias,
- ✓ l'influence des paramètres biologiques que sont l'âge, le sexe, le poids, la taille et le pourcentage d'os ;

Mais aussi de capitaliser les données d'anciens essais réalisés au laboratoire.

Les deux améliorations concernent :

- ✓ la possibilité de choisir la direction d'impact au moyen de plaques de stabilisation ;
- ✓ la prise de mesure après positionnement de l'os dans le but de personnaliser les modèles numériques.

Les essais expérimentaux concernent 23 fémurs et 12 tibias dont 21 et 11 respectivement avaient des données exploitables. L'analyse des archives montre que, sur 49 minéralisations de tibias, 27 concernent des essais de flexion.

L'analyse des résultats des essais des 59 os longs montre que :

- ✓ Pour les fémurs, l'élément déterminant est la direction d'impact ;
- ✓ La durée de conservation dans du liquide de Winckler ne semble pas affecter les propriétés mécaniques des os ;
- ✓ Des corridors se dessinent nettement en fonction de l'âge mais aussi du sexe.
- ✓ L'influence anthropométrique semble contradictoire et le pourcentage d'os non significatif ;
- ✓ Les différences de résultats entre fémurs et tibias montrent que la géométrie de la structure est importante ;
- ✓ La fracture dure moins d'1 ms et le type de fracture ne paraît pas dépendre d'autres paramètres expérimentaux.

L'étape suivante consiste à :

- ✓ soumettre ces données à des tests statistiques ;
- ✓ enrichir la base de données par des essais complémentaires selon l'ensemble des observations faites (congélation, poids et directions d'impact).

*Ce chapitre complète certains aspects de l'influence du protocole expérimental abordé dans le **chapitre 1** et les études bibliographiques relatives à l'influence de l'âge et du sexe développées au **chapitre 6**.*

Il sert à l'évaluation de la loi de comportement pour des os longs, mais aussi pour évaluer l'influence de l'âge sur le comportement mécanique du fémur en flexion.

**EVALUATION DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT ET SIMULATIONS
D'ESSAIS EXPERIMENTAUX**

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié le modèle de comportement 1D, sa généralisation au cas tridimensionnel puis son adaptation 2D par l'intégration dans une plateforme numérique de calcul dynamique explicite.

L'étape suivante consiste à évaluer cette loi de comportement. L'évaluation de la loi est multi échelles :

- ✓ Evaluation de la cohérence de la loi de comportement pour des sollicitations simples telles que la traction, la compression, le cisaillement pur et le cisaillement simple sur une brique unique.
- ✓ Simulations sur des éprouvettes et comparaison avec des données expérimentales.
- ✓ Simulations sur un os complet et sur un segment corporel et comparaison avec des données expérimentales.

Pour le cas tridimensionnel, l'étude de la loi pour des sollicitations simples sur une brique permet de :

- ✓ vérifier le bilan d'énergie (validité thermodynamique de la loi) ;
- ✓ valider la cinématique globale notamment l'effet Poisson et le cisaillement ;
- ✓ comparer la réponse élastique du modèle à une loi élastique linéaire.

Pour les deux autres phases d'évaluation, la principale difficulté est de trouver des protocoles reproductibles numériquement avec des données expérimentales exploitables. Après avoir étudié les essais de caractérisation effectués au LBA et ceux issus de la bibliographie, nous avons choisi deux essais sur éprouvettes :

- ✓ des essais de flexion réalisés au Laboratoire dans le cadre de la thèse de Delille (2002). Il s'agit d'éprouvettes osseuses du crâne humain.
- ✓ des essais de traction réalisés par Pithieux (2000 et 2004) pour caractériser la rupture de l'os en traction à l'aide d'éprouvettes de fémurs bovins.

Pour ces deux séries d'essais, nous disposons de suffisamment de renseignements sur le protocole pour les reproduire et de courbes de force-déplacement ou contrainte-déformation pour chaque échantillon testé.

La simulation expérimentale sur os complet consiste à reproduire les essais de flexion de fémur avec un fémur entièrement maillé en éléments volumiques.

Pour la loi 2D, il n'y a pas d'essai sur éprouvettes qui soit à la fois modélisables par des éléments surfaciques et avec des données expérimentales exploitables. La validation se fera donc en deux étapes :

- ✓ évaluation de la cohérence de la loi de comportement pour des sollicitations simples (traction, compression, cisaillement et flexion) sur une coque ;
- ✓ simulation d'essais expérimentaux sur os complet tels que la flexion de clavicule (Astier, 2006) ou la flexion de fémur.

I EVALUATION DE LA LOI SUR DES ELEMENTS 3D

I.1 SOLLICITATIONS SIMPLES SUR UNE BRIQUE UNIQUE

La première phase de validation de la loi d'endommagement pour l'os se fait sur une brique unique (de longueur caractéristique unitaire) dans quatre configurations types : la traction, la compression, le cisaillement et le cisaillement pur (voir figure suivante). Nous comparons la réponse élastique du modèle à une loi élastique linéaire puis nous étudions le bilan d'énergie et la cohérence cinématique.

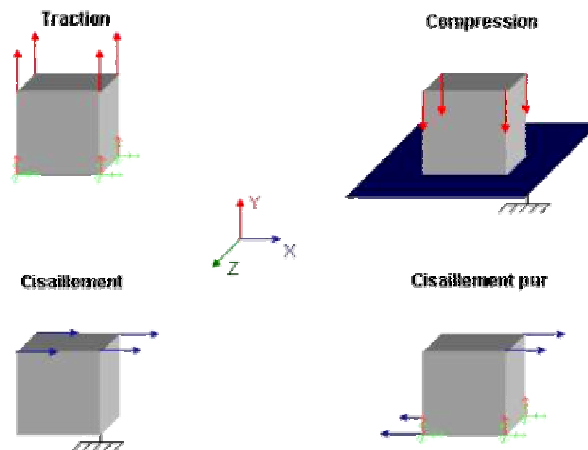
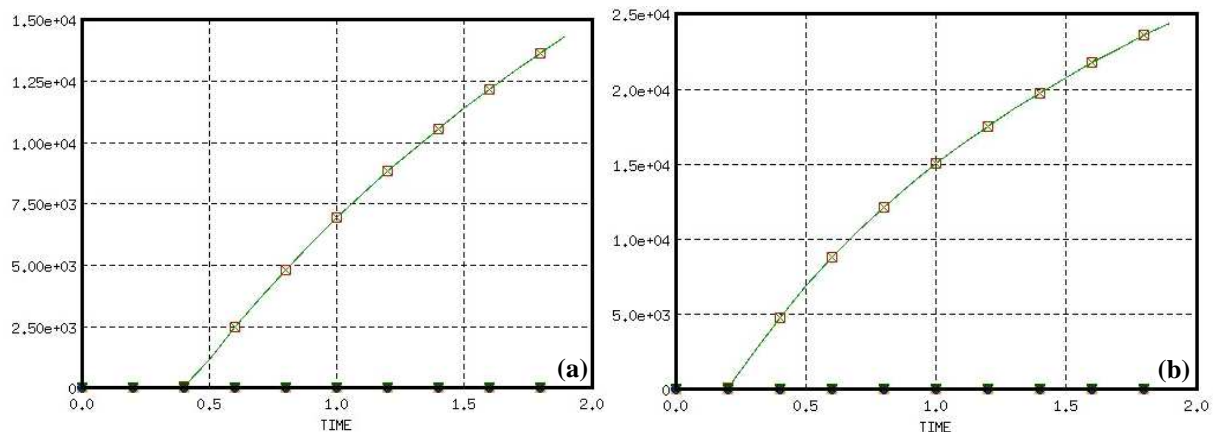


Figure 84 : Configurations des briques pour les sollicitations simples

I.1.1 LA REPONSE ELASTIQUE

Nous avons programmé une loi élastique linéaire que nous avons comparée à la réponse élastique de la loi d'endommagement. Les variables de comparaison de la réponse élastique sont les énergies (cinétique, interne et de Hourglass), les composantes du tenseur des contraintes et les composantes du vecteur déplacement.

Les deux lois sont confondues (voir Figure 85) sauf pour certaines composantes non diagonales de la contrainte (σ_{xy} , σ_{yz} et σ_{xz}) mais les ordres de grandeur sont négligeables (maxima entre 10^{-10} et 10^{-23}). Cette différence peut s'expliquer par l'erreur d'arrondi lors des différentes étapes de calcul notamment des changements de repère.



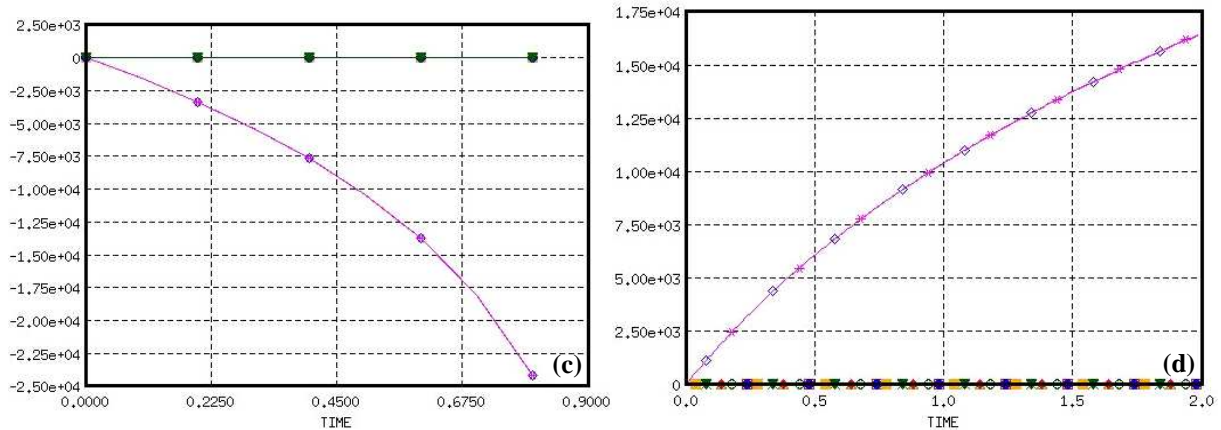


Figure 85 : Evolution des composantes de la contrainte (MPa) en fonction du temps (ms)
 σ_x pour (a) cisaillement simple et (b) cisaillement pur, σ_y pour (c) compression et (d) traction

I.1.2 LE BILAN D'ÉNERGIE

Nous considérons le bilan d'énergie avant la suppression de l'élément. Or, quelle que soit la sollicitation, la brique est très vite supprimée : en cisaillement simple entre 0,41 et 0,42 ms, en cisaillement pur entre 0,2 et 0,21 ms, en compression entre 0,01 et 0,02 ms et en traction entre 0 et 0,01 ms.

Avant la suppression de l'élément, nous vérifions que l'énergie de Hourglass reste inférieure à l'énergie interne et que les énergies restent relativement stables comme nous pouvons le voir sur la courbe suivante, qui représente les énergies cinétique, interne et de Hourglass de la brique en cisaillement pur :

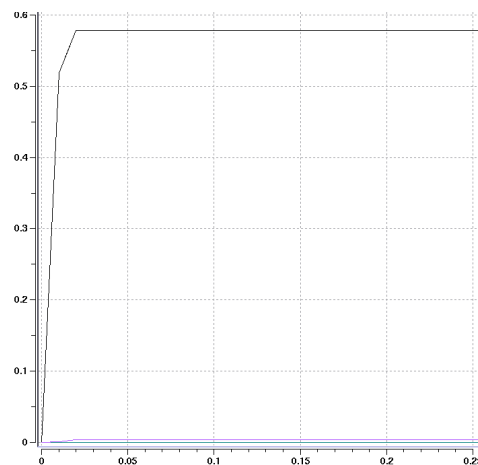


Figure 86 : Evolution des énergies (mJ) en fonction du temps (ms) pour une brique en cisaillement pur
 Énergies interne (noir), cinétique (mauve) et de Hourglass (indigo)

I.1.3 LA CINEMATIQUE

Pour des sollicitations simples sur une brique, nous connaissons les déplacements des nœuds et la déformation de l'élément. Nous pouvons donc vérifier la cohérence de la réponse du modèle. Ci-dessous, les déplacements des nœuds supérieurs de la brique selon les directions x, y et z ainsi que leur représentation sur l'élément :

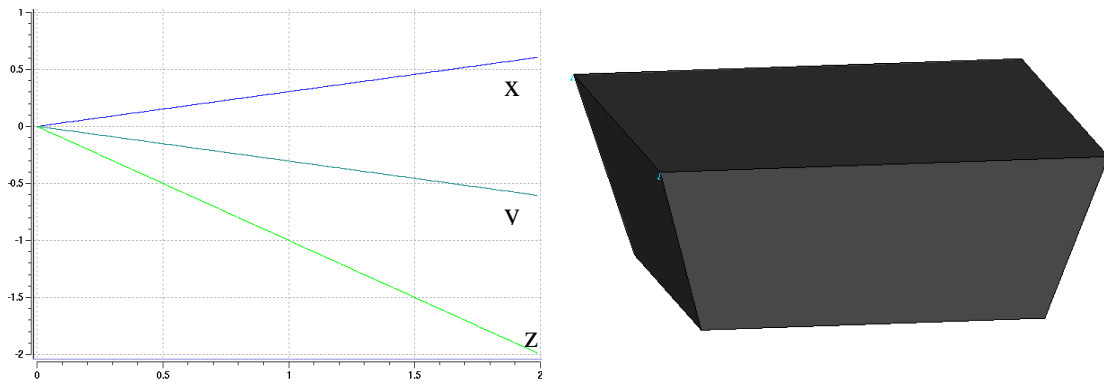


Figure 87 : Déplacement (mm) des nœuds en fonction du temps (ms) et déformation de l'élément

Cette première étape de validation terminée, nous pouvons passer à la deuxième étape : les simulations expérimentales sur des éprouvettes.

I.2 ESSAI DE FLEXION

Le but de la thèse de Delille (2002) était de contribuer à l'identification de lois matérielles de l'os du crâne en quasi-statique à l'aide notamment d'essais expérimentaux.

D'un point de vue ostéologique, le crâne se décompose en trois couches : la table interne, la diploë et la table externe. Les tables interne et externe sont composées d'os compact alors que la diploë est composée d'os spongieux.

I.2.1 L'ESSAI EXPERIMENTAL

Les essais de flexion ont été effectués sur 92 éprouvettes prélevées sur 12 crânes suivant différentes orientations. La longueur moyenne des éprouvettes, après encastrement dans une résine, est de 40 mm. L'épaisseur est comprise entre 4,9 et 8,6 mm (moyenne = 6,9). La densité moyenne est de 1938 kg/m³ (min = 1842, max = 2065).

Ces essais ont été réalisés en quasi-statique avec un impacteur cylindrique de diamètre 20 mm piloté à la vitesse de 40 mm/min dans la configuration suivante :

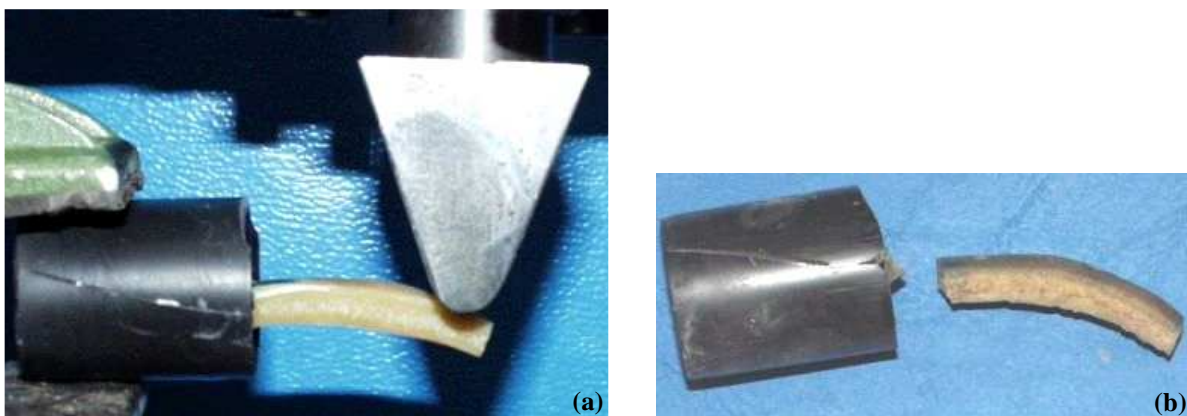


Figure 88 : (a) Configuration de l'essai de flexion et (b) profil de rupture de l'éprouvette (Delille, 2002)

I.2.2 LA MODELISATION NUMERIQUE

I.2.2.1 GEOMETRIE ET MAILLAGE

L'éprouvette a été créée à partir de la géométrie du crâne du modèle HUMOS, en prenant une surface le long de la suture sagittale.

L'éprouvette est maillée par une rangée de 30 éléments quadrangles en longueur, 10 en largeur et 5 en épaisseur ; soit 1500 éléments volumiques au total.

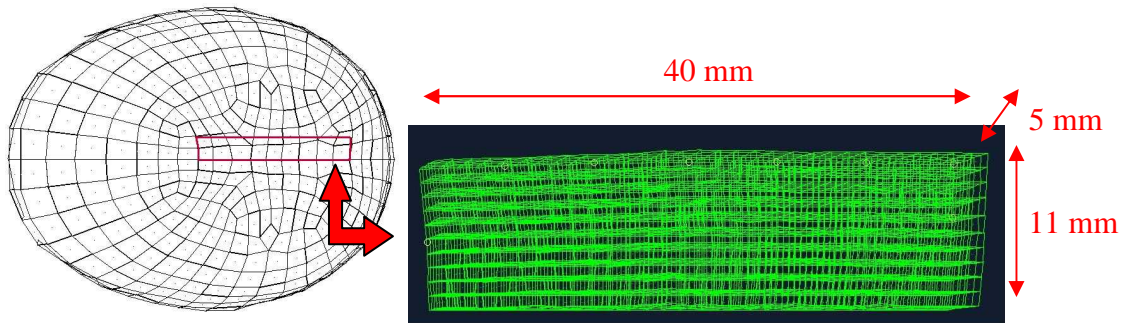


Figure 89 : Création du maillage de l'éprouvette osseuse à partir du modèle HUMOS

Nous avons également créé un demi-cylindre pour modéliser l'impacteur cylindrique de 20 mm de diamètre maillé en coque à 4 nœuds (336 éléments).

Le modèle éléments finis (EF) est donc constitué de 2422 nœuds.

I.2.2.2 MISE EN DONNEES

Conditions aux limites

Pour reproduire les conditions expérimentales, nous avons encastré une extrémité de l'éprouvette, l'autre extrémité étant impactée par le demi-cylindre.

Pour des raisons de temps de calcul et pour que les lois de comportement soient indépendantes du taux de déformation, nous avons choisi une vitesse imposée à l'impacteur de forme exponentielle avec une asymptote de pente 1m/s.

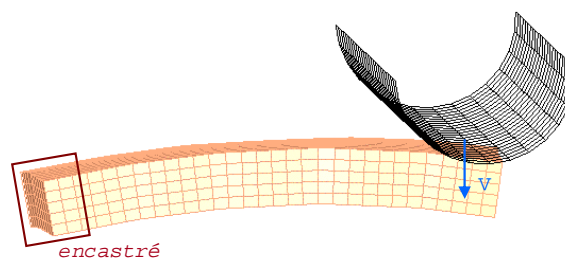


Figure 90 : Modélisation de la flexion d'une éprouvette osseuse du crâne

Propriété des matériaux

Bien que l'impacteur soit défini en corps rigide, nous lui avons attribué les paramètres mécaniques de l'acier pour que l'effort au niveau de l'interface concorde avec la physique du comportement.

Pour l'os, nous avons modélisé la structure « sandwich » (qui distingue les trois couches d'os) en une structure homogène équivalente. Cette conception a été utilisée dans la majorité des essais de caractérisation mécanique (Evans et al, 1948, McElhaney et al, 1970 cités par Delille).

D'après ces données bibliographiques, nous avons choisi les paramètres mécaniques suivants :

		bibliographie	modélisation	unités
densité	ρ	0,0013-0,002	0,002	g/mm^3
module d'Young	E	3500-8000	5500	MPa
coefficient de Poisson	ν	0,22	0,22	
contrainte à la rupture en traction	σ_{\max}	40-100	varient selon	MPa
contrainte à la rupture en compression	σ_{\max}	50-130	la loi	MPa
déformation à la rupture en compression	ϵ_{\max}	~0,097	considérée	

Tableau 23 : Propriétés mécaniques de la boîte crânienne

I.2.3 RESULTATS

Pour évaluer la loi, nous avons choisi de comparer les résultats obtenus avec :

- ✓ le corridor défini comme l'enveloppe de l'ensemble des réponses expérimentales,
- ✓ les résultats des lois habituellement utilisées pour modéliser le comportement des os.

Nous avons également étudié l'influence de la mise en données du modèle numérique.

I.2.3.1 COMPARAISON AVEC LES DONNEES EXPERIMENTALES

Nous avons comparé deux jeux de données avec les données expérimentales :

		1 ^{ère} simulation	2 ^{ème} simulation	unités
densité	ρ	0,002	0,002	g/mm^3
module d'Young	E	5500	5500	MPa
coefficient de Poisson	ν	0,22	0,22	
contrainte à la rupture en traction	σ_{\max}	100	50	MPa
contrainte à la rupture en compression	σ_{\max}	110	100	MPa

Tableau 24 : Propriétés mécaniques utilisées avec la loi d'endommagement pour l'os

Courbes effort-déplacement

A l'inverse des courbes expérimentales, les courbes de simulations semblent exhiber une très légère convexité au début de la phase élastique. Ce phénomène pourrait être induit par la mise en vitesse exponentielle de l'impacteur qui a été retenue pour la simulation.

Si nous comparons la première simulation (bleu) à la courbe type (vert), nous remarquons que la pente est légèrement plus faible et rompt sensiblement plus tard mais pour un effort à la rupture identique (~155 N).

L'effort et le déplacement maximaux de la deuxième simulation (violet) correspondent à peu près à la moitié du déplacement et de l'effort maximaux de la première (bleu) : cette différence s'explique par la contrainte à la rupture en traction (voir Tableau 24).

Cette simulation montre la nécessité d'établir un plan d'expérience afin d'envisager différentes combinaisons de paramètres et d'écarter les cas les moins réalistes.

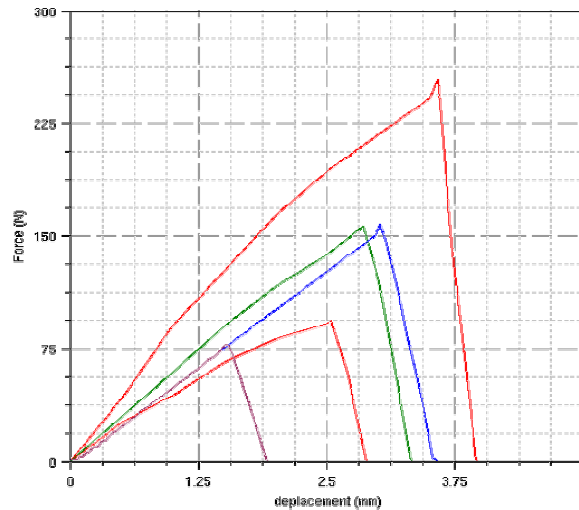


Figure 91 : Courbes d'effort – déplacement

Corridor expérimental (rouge), courbes E.F. lissées (bleu et violet), courbe type (vert)

Remarque : S'il y a lieu, les courbes ont été recalées à zéro déplacement et effort.

Cinématique de la fracture

Nous avons suivi l'évolution de la contrainte de Von Mises. Celle-ci n'est pas présentement utilisée au sens de critère de plasticité. Elle l'est uniquement pour fournir une représentation visuelle de la répartition de l'effort sur la structure lors de la flexion. Nous avons représenté les deux simulations à la même échelle pour mieux apprécier la différence de répartition (cf. Figure 92).

Pour la première simulation, les premiers éléments sont supprimés entre 7,5 et 8 ms, la force est alors de 121 N et le déplacement de 3 mm environ. La fracture complète de l'échantillon a lieu entre 9 et 9,5 ms.

Pour la seconde simulation, les premiers éléments sont supprimés entre 5,5 et 6 ms pour un effort de 76 N et un déplacement de 1,57 mm environ. La fracture complète de l'échantillon a lieu entre 8 et 8,5 ms.

Bien que le nombre d'éléments soit limité, la fracture présente un profil comparable à celui observé expérimentalement (voir Figure 88b). Le choix de la méthode de suppression d'élément limite la précision du profil de rupture.

Dans le cas d'un essai de flexion d'une éprouvette, la loi de comportement semble donner des résultats tout à fait satisfaisants.

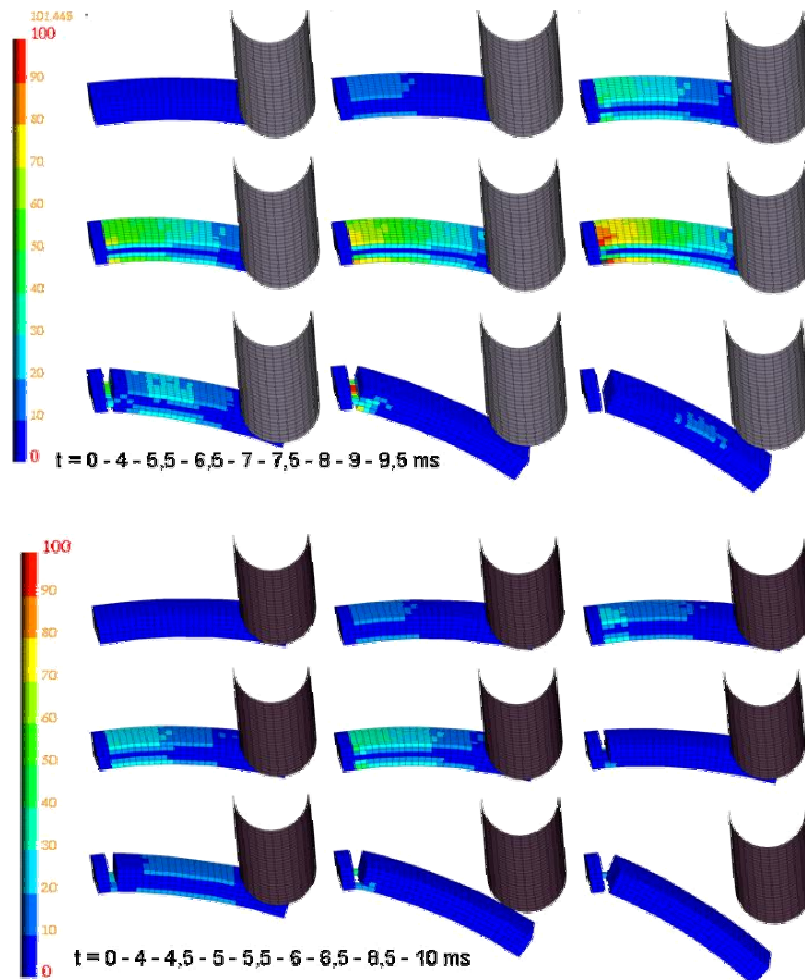


Figure 92 : Répartition des contraintes de Von Mises avec rupture de l'éprouvette pour les deux simulations

I.2.3.2 INFLUENCE DE LA MISE EN DONNEES DU MODELE

Les choix de modélisation ont une influence parfois non négligeable sur la résolution explicite d'une simulation. Nous avons ainsi testé l'influence de :

- ✓ la géométrie,
- ✓ le raffinement de maillage,
- ✓ la définition des éléments.

Influence de la géométrie

Pour les essais expérimentaux, l'épaisseur moyenne des éprouvettes était de 6,9 mm. Nos simulations ont été faites avec l'épaisseur minimale (5 mm). Nous avons donc testé l'influence de l'épaisseur de l'éprouvette.

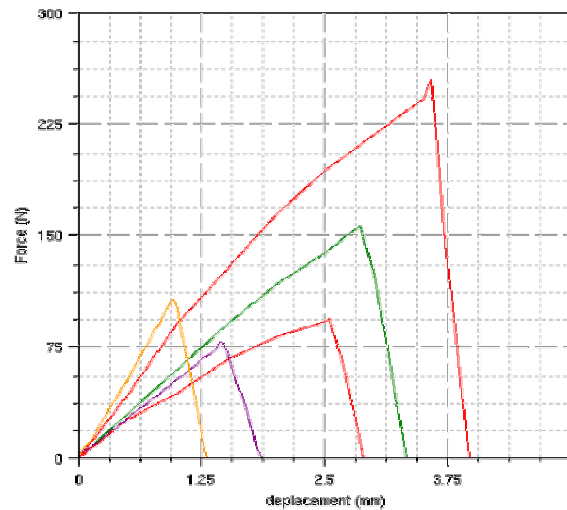


Figure 93 : Influence de l'épaisseur de l'éprouvette

Corridor expérimental (rouge), épaisseur de 5 mm (violet) et de 6,9 mm (orange), courbe type (vert)

La courbe ci-dessus montre que, pour des paramètres mécaniques identiques, l'épaisseur augmente la raideur du matériau. Il casse pour un effort plus important (~100 N) mais pour un déplacement plus faible (1,25 mm).

Ce paramètre géométrique rend donc le matériau plus fragile.

Influence du maillage

Généralement, pour les modèles biomécaniques, la longueur caractéristique des éléments est d'environ 1 mm. Nous avons donc raffiné le maillage : l'éprouvette raffinée présente 2200 quadrangles. Il y a peu d'éléments supplémentaires car la longueur caractéristique du maillage initial était légèrement supérieure à 1 mm.

Le maillage est une variable déterminante dans la réponse d'un modèle EF lorsqu'on utilise un code de calcul dynamique explicite. Ici, malgré un raffinement relativement peu important du maillage, la raideur, l'effort et le déplacement maximaux sont plus petits.

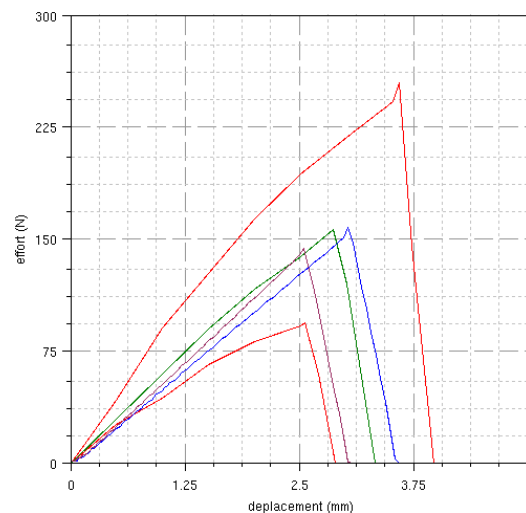


Figure 94 : Influence du maillage

Corridor expérimental (rouge), 1^{er} modèle (bleu) et modèle raffiné (violet), courbe type (vert)

Remarque : Pour ce type de simulation, nous avons également testé un maillage avec une longueur caractéristique de l'élément d'environ 5 mm. Malgré certaines modifications

(notamment en terme de mode de Hourglass), un modèle ayant un seul élément en épaisseur ne permet pas de rendre compte de la physique du phénomène.

Influence de la définition des éléments

Il est possible de choisir différents types d'éléments : on peut augmenter le nombre de points d'intégration ou changer la méthode de calcul de l'énergie de Hourglass (Mecalog, 2005), par exemple. Nous avons choisi de tester deux méthodes :

- ✓ La première est une formulation sous-intégrée où l'énergie de Hourglass est compensée par la méthode de pénalisation ;
- ✓ La seconde est une méthode de stabilisation analytique qui calcule de façon exacte cette énergie pour chaque élément.

L'allure des deux courbes est similaire, la pente est identique au début du chargement. Néanmoins l'effort et le déplacement à la rupture sont plus grands.

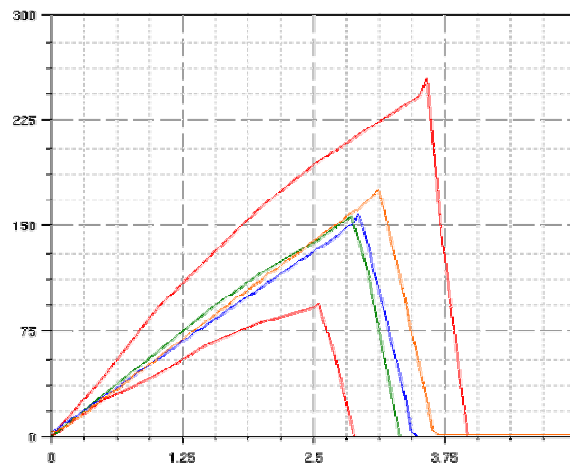


Figure 95 : Influence de la définition des éléments
Corridor expérimental (rouge), 1^{ère} méthode (bleu) et 2^{ème} méthode (orange), courbe type (vert)

Il s'agit donc de choisir le type d'élément qui minimise l'énergie de Hourglass selon la loi de comportement et la configuration de la simulation.

La figure ci-dessous représente les énergies pour les deux méthodes. Les énergies sont confondues jusqu'à environ 7,5 ms. Ensuite, l'énergie de Hourglass augmente pour la première méthode. Dans notre cas, la formulation la plus adaptée correspond à la deuxième méthode.

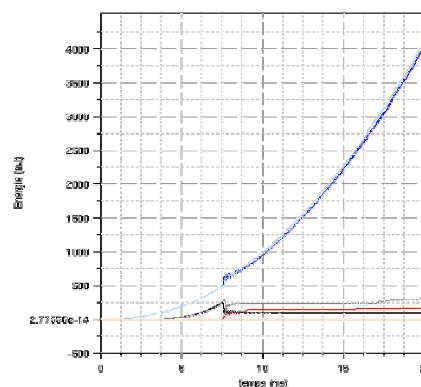


Figure 96 : Evolution des énergies en fonction du temps pour les deux formulations de Hourglass
1^{ère} méthode : énergie interne (noir), cinétique (bleu), de Hourglass (rouge)
2^{ème} méthode : énergie interne (gris), cinétique (bleu ciel), de Hourglass (orange)

1.2.3.3 COMPARAISON AVEC LES LOIS HABITUELLEMENT UTILISEES POUR LES OS

Nous avons testé les deux simulations faites avec :

- ✓ la loi de Johnson-Cook,
- ✓ la loi d'endommagement ductile.

Comme ces lois ne distinguent pas la contrainte maximale en traction de celle en compression, nous avons choisi une valeur moyenne des valeurs bibliographiques en traction :

		3 ^{ème} simulation	4 ^{ème} simulation	unités
densité	ρ	0,002	0,002	g/mm^3
module d'Young	E	5500	5500	MPa
coefficient de Poisson	ν	0,22	0,22	
contrainte limite d'élasticité	σ_y	50	50	MPa
contrainte à la rupture	σ_{\max}	75	75	MPa
déformation limite d'endommagement	ϵ_{dam}	/	0,02	
déformation à la rupture	ϵ_{\max}	0,03	0,03	

Tableau 25 : Propriétés mécaniques utilisées avec la loi de Johnson-Cook et la loi d'endommagement ductile

Courbes effort-déplacement

Nous observons que, pour la loi de Johnson-Cook, la courbe se confond au début avec la loi d'endommagement puis continue d'augmenter. En terme d'effort à la rupture, les simulations 3 et 4 restent dans le corridor expérimental. Par contre, elles présentent un déplacement maximal 1,4 fois supérieur à celui observé.

Nous avons pris une contrainte maximale de 75 N, nous pourrions donc nous attendre à ce que l'effort à la rupture soit compris entre ceux des deux premières simulations. Pourtant, ces deux simulations présentent un effort à la rupture compris entre 125 et 130 N ce qui est plus proche de la première simulation que de la seconde : cela peut s'expliquer par la phase plastique des lois de Johnson-Cook et d'endommagement ductile.

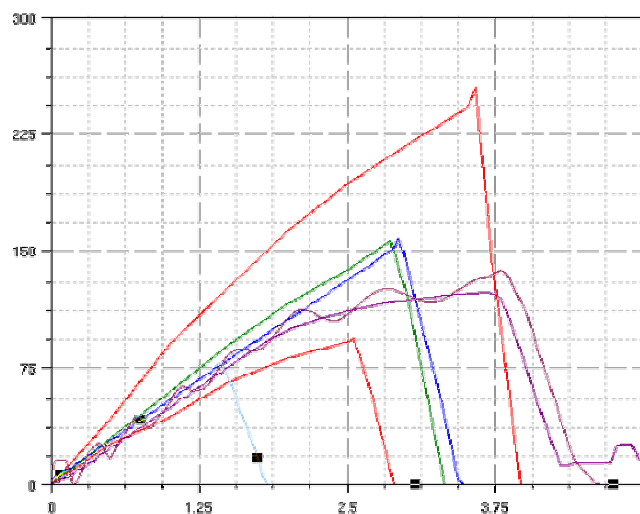


Figure 97 : Courbes effort – déplacement

Corridor expérimental (rouge), simulations 1 et 2 lissées (bleu), simulations 3 et 4 lissées (violet), courbe type (bleu)

Cinématique de la fracture

Pour la loi de Johnson-Cook, la rupture n'est pas modélisée. L'énergie de Hourglass de certains éléments devient alors prépondérante. Cela se traduit visuellement par des déformations caractéristiques des modes en sablier qui ne sont pas cohérentes avec le phénomène physique observé :

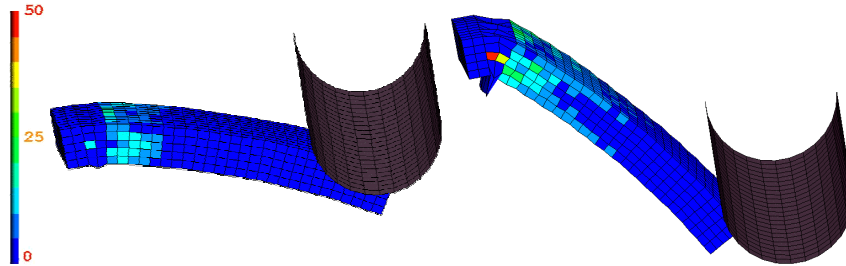


Figure 98 : Répartition des contraintes de Von Mises pour la simulation 3 ($t = 10$ et 20 ms)

Bien que nous ayons adapté les valeurs des paramètres mécaniques, nous constatons que l'écrouissage plastique reste très important pour ce type de simulation. Cet écrouissage n'est d'ailleurs pas forcément représentatif du comportement mécanique de l'os.

I.2.4 SYNTHÈSE

La loi d'endommagement pour les os donne des résultats tout à fait satisfaisant pour un essai de flexion d'éprouvette d'os du crâne : les courbes de simulation se situent dans le corridor expérimental et ont une allure similaire. La cinématique et le profil de rupture sont cohérents avec l'expérimentation.

La mise en données du modèle a une influence non négligeable sur les résultats. Selon le problème modélisé, la géométrie, le maillage et le choix des éléments conditionnent aussi bien la raideur du matériau que l'effort et le déplacement à la rupture.

Pour les lois élastoplastiques habituellement utilisées, nous avons calé les paramètres mécaniques sur les données bibliographiques. Le comportement global est relativement proche de la réalité. Cependant, ces lois donnent une moins bonne estimation du déplacement maximal et de la raideur du matériau que la loi d'endommagement.

Nous allons compléter cette évaluation par un essai de traction.

I.3 ESSAI DE TRACTION

Pendant sa thèse, Pithioux (2000) a travaillé sur la caractérisation de la rupture des os en traction. Pour ce faire, elle a réalisé des essais de traction quasi-statique sur des éprouvettes d'os compact issus de fémurs bovins. Dans un article (2004), elle reprend cette étude en faisant des essais quasi-statiques avec des déplacements imposés de 0,5, 5, 10 et 500 mm/min et des essais dynamiques à une vitesse de 1 m/s.

I.3.1 L'ESSAI EXPERIMENTAL

Les éprouvettes utilisées pour les essais sont droites avec un très grand rayon de courbure pour casser au niveau de la partie utile. Les talons des éprouvettes sont collés aux mors. La partie inférieure est fixe alors que la partie supérieure est tractée.

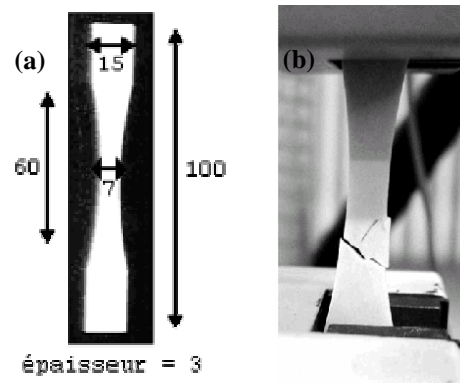


Figure 99 : (a) Epreuve de traction et (b) profil de rupture (mesures données en mm)(Pithioux et al, 2004)

I.3.2 LA MODELISATION NUMERIQUE

I.3.2.1 GEOMETRIE ET MAILLAGE

Nous avons créé une éprouvette aux dimensions voulues ainsi que 2 mors en corps rigides. Le premier est fixe alors que le second se déplace avec une vitesse imposée. L'éprouvette est maillée par une rangée d'environ 50 éléments quadrangles en longueur, 10 en largeur (5 dans la partie utile) et 3 en épaisseur ; soit 1185 éléments volumiques au total. Chaque mors a été maillé avec 570 éléments coques. Le modèle EF est ainsi constitué d'environ 2400 nœuds.

I.3.2.2 MISE EN DONNEES

Conditions aux limites

Pour reproduire les conditions expérimentales, nous avons défini le contact entre les mors et les extrémités de l'éprouvette à l'aide d'interface dite « collée ».

Les données expérimentales ne donnant pas la progression de la vitesse, nous avons pris la courbe de vitesse d'un vérin identique à celui cité dans la publication : la vitesse imposée progresse de façon exponentielle jusqu'à atteindre une asymptote de 1 m/s.

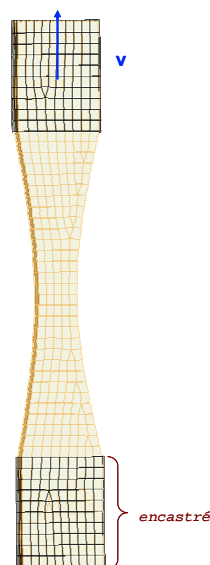


Figure 100 : Modélisation de la traction d'une éprouvette d'os compact

Propriétés des matériaux

Comme pour l'impacteur, les mors sont définis en corps rigide avec les paramètres mécaniques de l'acier.

D'après les données bibliographiques (Pithioux, 2000 et 2004), les propriétés mécaniques de l'os compact de fémurs bovins qui nous ont servi, sont :

		bibliographie	modélisation	unités
Densité (moyenne)	ρ	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	g/mm^3
Coefficient de Poisson	ν	0,3	0,3	
Module d'Young	E	11,3-17,5	varient selon	GPa
Contrainte à la rupture en traction	σ_{\max}	105-193	la loi	MPa
Déformation à la rupture en traction	ε_{\max}	0,93-1,8	considérée	%

Tableau 26 : Propriétés mécaniques de l'éprouvette d'os compact

Comme la compression n'intervient pas ici, nous avons « symétrisé » les valeurs :

$$\sigma_{-}^D = \sigma_{+}^D = \sigma_{\max}$$

Les courbes donnent la contrainte en fonction de la déformation. Ces deux grandeurs sont calculées en considérant le rapport entre la force et la section pour la contrainte et celui entre le déplacement et la longueur pour la déformation.

I.3.3 RESULTATS

Pour évaluer la loi, nous avons choisi de comparer les résultats obtenus avec :

- ✓ le corridor comme l'enveloppe de l'ensemble des réponses expérimentales,
- ✓ les résultats des lois habituellement utilisées pour modéliser le comportement des os.

Nous avons également étudié l'influence de la mise en données du modèle numérique.

I.3.3.1 COMPARAISON AVEC LES DONNEES EXPERIMENTALES

Pour comparer avec les courbes expérimentales, nous avons testé quatre jeux de données :

n°	simulations									unités
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
E	12	12	12	15	15	15	17	17	17	GPa
σ_{\max}	100	145	190	100	145	190	100	145	190	MPa

Tableau 27 : Propriétés mécaniques utilisées avec la loi d'endommagement

Courbes contrainte-déformation

Les simulations de module d'Young égal à 12 GPa sont représentées en bleu, celles pour 15 GPa en vert et pour 17 GPa en violet. La raideur des courbes de simulations est semblable à celle des courbes expérimentales. Pour un module d'Young de 17 GPa, les courbes sont en dehors du corridor expérimental. La déformation maximale est au maximum 50% inférieure à celle observée expérimentalement.

On peut également remarquer que la contrainte maximale est plus importante pour un module d'Young de 15 GPa.

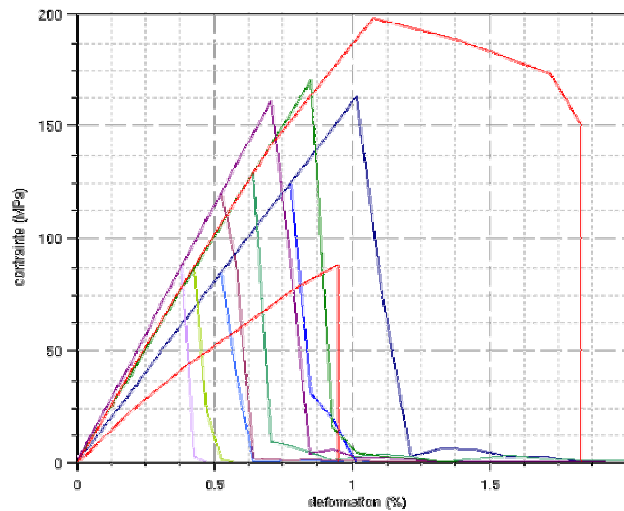


Figure 101 : Courbes contrainte-déformation

Corridor expérimental (rouge), simulations avec $E=12$ GPa (bleu), $E=15$ GPa (vert) et $E=17$ GPa (violet)

Cinématique de la fracture

On observe l'apparition de contraintes plus importantes au centre de l'éprouvette, ce qui conduit à la fracture entre 1,8 et 1,85 ms. Malgré un profil de rupture différent de l'expérimentation (voir Figure 99b), la propagation de la contrainte de Von Mises se fait le long des lignes de rupture expérimentales. Ceci peut sans doute s'expliquer par la répartition des éléments tétraédriques.

Ce calcul est à prendre avec précaution car le résultat dépend non seulement de la taille du maillage mais aussi de la façon dont il est obtenu (type d'éléments, transition...).

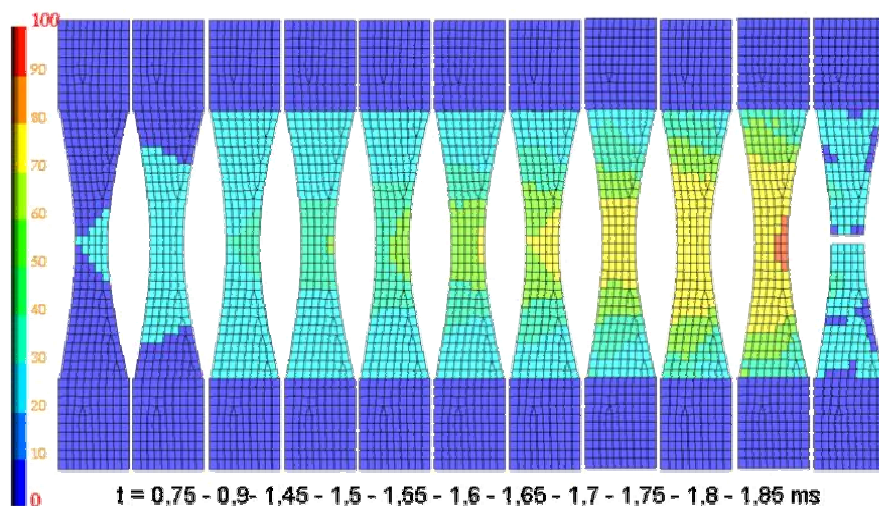


Figure 102 : Exemple de répartition des contraintes de Von Mises pour la 1^{ère} simulation

I.3.3.2 INFLUENCE DE LA MISE EN DONNEES DU MODELE

Les choix de modélisation ont une influence parfois non négligeable sur la résolution explicite d'une simulation. Nous avons ainsi testé l'influence :

- ✓ des conditions aux limites,
- ✓ du raffinement de maillage,
- ✓ de la définition des éléments.

Influence des conditions aux limites

Pour être le plus proche possible des conditions expérimentales, nous avons choisi de représenter les mors. Il est également possible de ne pas les représenter mais d'appliquer aux éléments situés à chaque extrémité les mêmes conditions aux limites.

Pour des propriétés mécaniques identiques, les deux configurations donnent des résultats différents : il y a une diminution de 35% de la pente, une augmentation de 40% de la déformation maximale pour une contrainte maximale identique.

Les interfaces avec les mors influent localement sur les champs de contrainte, ce qui se répercute sur la réponse de la structure.

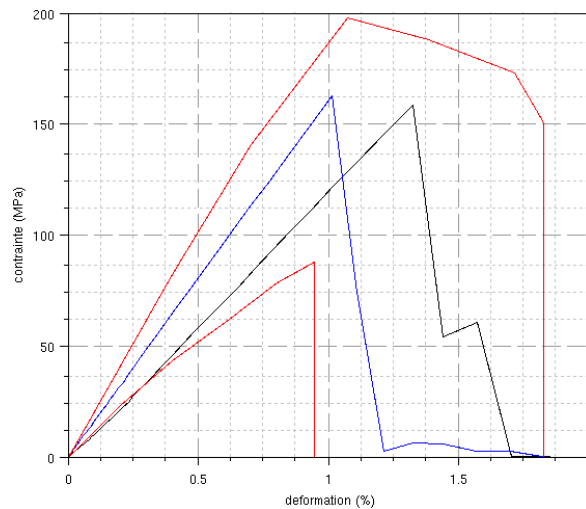


Figure 103 : Influence des mors sur les résultats
Corridor expérimental (rouge), configuration avec mors (bleu) et sans mors (noir)

Influence du maillage

Pour juger de l'influence du maillage sur les résultats, nous avons donc raffiné le maillage en triplant le nombre d'éléments : l'éprouvette raffinée présente 3680 quadrangles.

Les deux courbes sont quasiment confondues. Il y a deux explications possibles :

- ✓ le maillage initial était déjà suffisamment précis ;
- ✓ le raffinement du maillage n'apporte rien dans cette configuration de simulation.

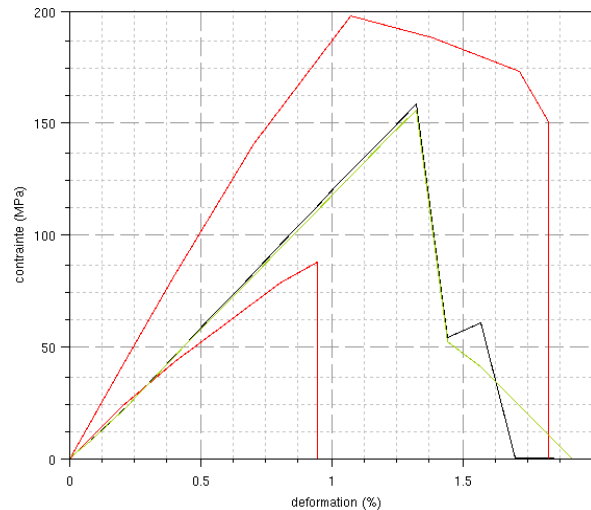


Figure 104 : Influence du maillage
Corridor expérimental (rouge), configuration sans mors (noir) et raffiné (vert)

Influence de la définition des éléments

Dans ce cas, nous avons également testé l'influence de la méthode de calcul de Hourglass (voir les deux méthodes au paragraphe I.2.3.2).

En traction, les deux méthodes de calcul de Hourglass donnent des résultats similaires, contrairement au cas de la flexion d'éprouvette : La flexion favorise l'apparition de déformation « Hourglass » contrairement à la traction.

I.3.3.3 COMPARAISON AVEC LES LOIS HABITUELLEMENT UTILISEES POUR LES OS

Nous avons testé la première simulation avec deux autres utilisant :

- ✓ la loi de Johnson-Cook,
- ✓ la loi d'endommagement ductile.

Nous avons pris les propriétés mécaniques suivantes :

		10 ^{ème} simulation	11 ^{ème} simulation	unités
module d'Young	E	12	12	GPa
contrainte limite d'élasticité	σ_y	150	150	MPa
contrainte à la rupture	σ_{max}	190	190	MPa
déformation limite d'endommagement	ϵ_{dam}	/	0,04	
déformation à la rupture	ϵ_{max}	0,05	0,05	

Tableau 28 : Propriétés mécaniques utilisées avec la loi de Johnson-Cook et la loi d'endommagement ductile

La contrainte limite d'élasticité est à 80 % de la valeur de la contrainte maximale à la rupture. D'après *l'annexe 1*, la contrainte limite d'élasticité correspond généralement à 75 - 85% de la contrainte maximale.

Aucune étude bibliographique ne traite de la déformation limite d'endommagement pour l'os compact fémoral. Par analogie avec les contraintes, nous avons donc pris 4% (soit 80% de la déformation à la rupture).

Courbes contrainte-déformation

Les lois de Johnson-Cook et d'endommagement ductile se confondent avec la loi d'endommagement pour l'os. Après la rupture, cette dernière est à nouveau élastique : les

deux morceaux d'éprouvette sont « déchargés » de toute contrainte. Au contraire, les deux autres lois restent dans le domaine plastique, une contrainte résiduelle plus ou moins importante continue de se propager dans les deux parties cassées.

En réalité, lorsqu'un os casse, il y a une forte dissipation d'énergie (cf. *chapitre 1 – II.7*). Après rupture, la zone de fracture est certes endommagée mais le reste de l'os « récupère » ses caractéristiques mécaniques.

La loi d'endommagement pour l'os donne donc une meilleure description du comportement de l'os après la rupture.

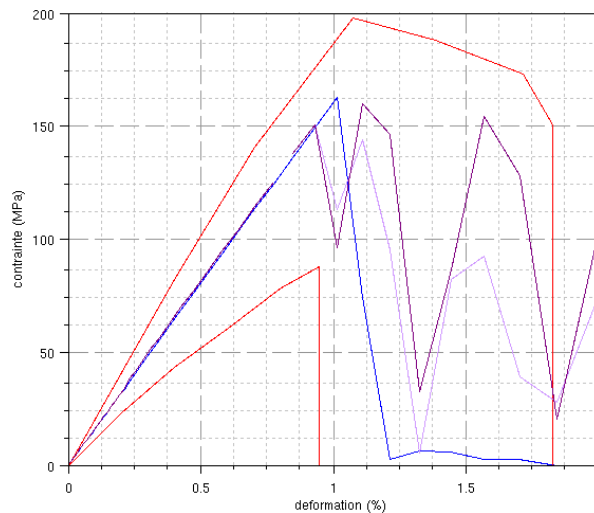


Figure 105 : Courbes effort – déplacement

Corridor expérimental (rouge), loi d'endommagement pour l'os (bleu), de Johnson-Cook (mauve), d'endommagement ductile (violet)

Cinématique de la fracture

La répartition des contraintes de Von Mises est identique entre les lois de Johnson-Cook et d'endommagement ductile avant la rupture. La rupture a lieu entre 2,05 et 2,1 ms et correspond au deuxième pic de contrainte sur les courbes. Pour la loi élastoplastique, cela se traduit par une contrainte nulle (en bleu sur la Figure 106) au centre de l'éprouvette et par la suppression des éléments pour la dernière. La répartition de la contrainte de Von Mises est identique jusqu'au moment de la rupture mais change après.

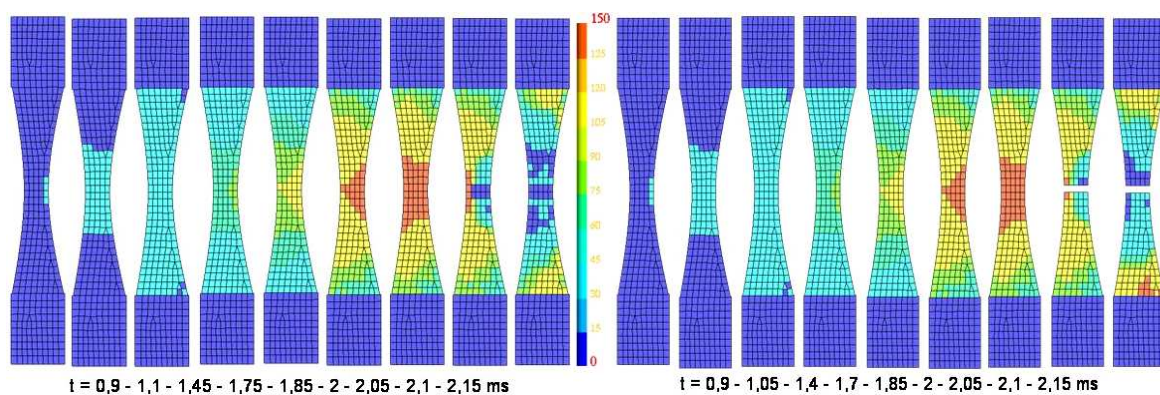


Figure 106 : Répartition des contraintes de Von Mises pour les simulations 10 et 11

I.3.4 SYNTHÈSE

Dans le cas de traction d'éprouvettes, nous constatons que la loi d'endommagement pour les os semble plus fragile : la pente des courbes est similaire, la contrainte à la rupture se situe dans le corridor expérimental mais la rupture a lieu pour une déformation plus faible (entre 0,5 et 1,25 % au lieu de 0,95 à 1,8%). Seules les courbes de module d'Young égal à 17 GPa sont légèrement en dehors du corridor. Bien que le profil de rupture ne soit pas identique, la répartition des contraintes suit les lignes de rupture.

La mise en données du modèle influence les résultats. Toutefois, la précision du maillage et la définition des éléments ne sont pas dans ce cas précis des facteurs déterminants.

Pour les lois élastoplastiques habituellement utilisées, le comportement global est tout à fait tangible avant la rupture. Après, la description du comportement ne semble plus très réaliste.

Les profils de rupture sont tous identiques : la mise en données telle que la répartition homogène des paramètres et le maillage paraissent le conditionner.

I.4 FLEXION DE FEMUR

Nous allons utiliser les résultats collectés lors des différentes campagnes d'essais de flexion de fémurs pour évaluer la loi d'endommagement sur un os complet.

I.4.1 L'ESSAI EXPERIMENTAL

Nous rappelons que l'impacteur est un cylindre de diamètre 35 mm et que sa vitesse est de $1,267 \cdot 10^{-3}$ m/s. Les fémurs ont été impactés selon deux directions : postéro-antérieur et médial-latéral. Les extrémités des fémurs étaient scellées dans des tubes avec du ciment prompt (voir *chapitre 7* pour plus de détails).

I.4.2 LA MODELISATION NUMERIQUE

I.4.2.1 GEOMETRIE ET MAILLAGE

Nous avons utilisé le fémur du modèle LLMS que nous avons remaillé avec plus de 17 600 éléments quadrangles en deux couches de 1,5 mm d'épaisseur environ. Les socles, les tubes de coffrage et l'impacteur ont été créés à l'aide de 3500 coques.

Le modèle EF est ainsi constitué de 35 268 nœuds.

I.4.2.2 MISE EN DONNEES

Conditions aux limites

Nous avons choisi de placer le fémur dans la direction postéro-antérieur.

Pour reproduire les conditions expérimentales, les socles sont fixes et les tubes de coffrage sont en appui sur les socles avec possibilité de rotation autour de l'axe des socles. De plus, nous avons défini une interface « collée » (Mecalog, 2005) entre chaque tube et chaque épiphyse correspondante.

Pour des raisons de temps des calculs et en définissant les lois de comportement pour qu'elles soient indépendantes du taux de déformation, nous avons choisi une vitesse imposée à l'impacteur de forme exponentielle avec une asymptote de pente 0,126 m/s (ce qui correspond à cent fois la vitesse expérimentale).

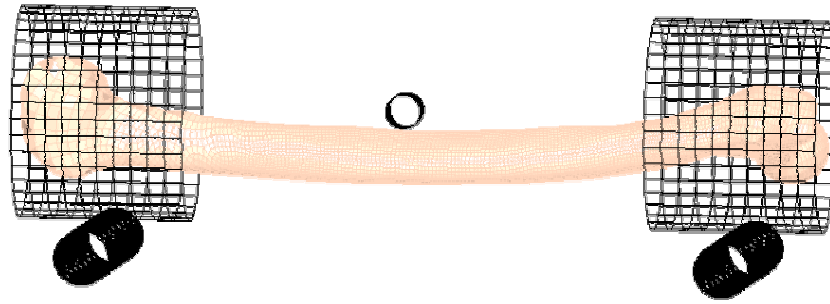


Figure 107 : Modélisation de la flexion de fémur en direction postéro-antérieure

Propriétés des matériaux

Les socles, l'impacteur et les tubes de coffrage ont été définis en corps rigide avec les paramètres mécaniques de l'acier et du PVC respectivement pour que l'effort au niveau de l'interface soit concordant avec la physique du comportement.

Les paramètres mécaniques ont été définis à partir des données bibliographiques des deux premiers tableaux de l'annexe 1 :

		bibliographie	1 ^{ère} simulation	unités
Densité	ρ	0,02-0,06	0,02	g/mm^3
Coefficient de Poisson	ν	0,3	0,3	
Module d'Young	E	12-20	15	GPa
Contrainte à la rupture en traction	σ_{\max}	75-125	100	MPa
Contrainte à la rupture en compression	σ_{\max}	150-200	180	MPa

Tableau 29 : Propriétés mécaniques du fémur

I.4.3 RESULTATS

Pour évaluer la loi, nous avons choisi de comparer les résultats obtenus avec :

- ✓ le corridor comme l'enveloppe de l'ensemble des réponses expérimentales,
- ✓ les résultats des lois habituellement utilisées pour modéliser le comportement des os.

Nous avons également étudié l'influence de l'homogénéité des paramètres mécaniques du modèle numérique.

I.4.3.1 COMPARAISON AVEC LES DONNEES EXPERIMENTALES

Courbes contrainte-déformation

Nous remarquons que la courbe de simulation est dans le corridor. La pente est cohérente avec celles observées expérimentalement. Néanmoins, nous pouvons remarquer qu'il y a deux pics d'effort : le premier à 1300 N puis un second à 1250 N. Cette succession de pics pourrait correspondre à la rupture successive des deux couches d'éléments qui modélisent la diaphyse du fémur. Puis l'effort chute et ne s'annule qu'à 60 ms : la rupture n'est donc pas brutale. Nous allons donc voir comment cela se traduit visuellement avec la répartition des contraintes de Von Mises.

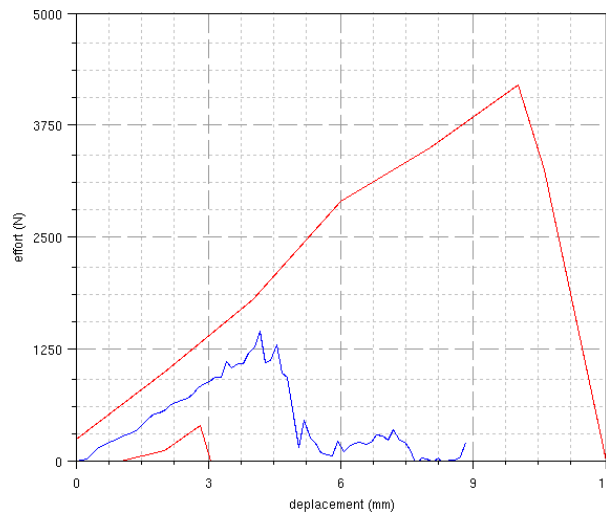


Figure 108 : Courbes effort-déplacement
Corridor expérimental (rouge), simulation (bleu)

Cinématique de la fracture

L'évolution de la contrainte de Von Mises montre que l'impacteur s'enfonce dans la partie corticale de l'os. Ceci semble illustrer le problème soulevé par Chen (1994) concernant des difficultés dans les transferts de forces et de moments entre les surfaces de contact (voir *chapitre 5 – II.2.1.3*).

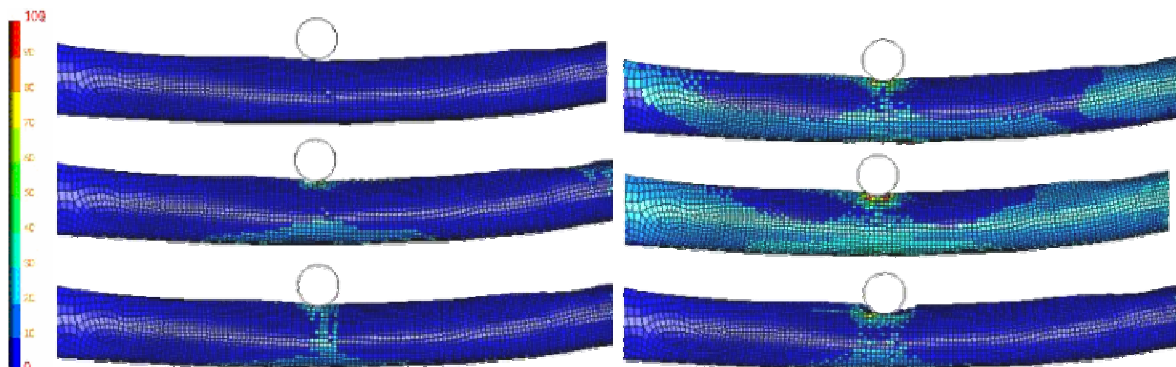


Figure 109 : Répartition des contraintes de Von Mises
Pour $t = 0 - 12 - 18 - 24 - 30 - 36$ ms

I.4.3.2 INFLUENCE DE L'HOMOGENEITE DES PARAMETRES MECANQUES DU MODELE

Nous avons fait varier aléatoirement la densité et le module d'Young de chaque élément de 20% autour des valeurs moyennes. Pour cela, nous avons réalisé un module sous Matlab qui utilise la fonction « rand » pour obtenir un tirage aléatoire de nombre uniformément distribué : nous avons ainsi un fémur aléatoirement hétérogène pour notre deuxième simulation.

Courbes contrainte-déformation

La phase de charge est confondue : la différence entre un matériau homogène et un matériau aléatoirement hétérogène se fait au niveau de la rupture. Ce dernier ne présente pas de pic marqué et l'effort maximal est environ 40% plus petit. Le problème de rupture reste identique.

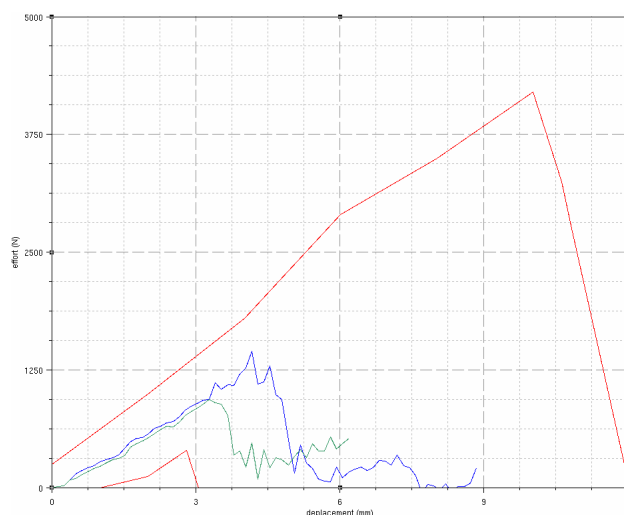


Figure 110 : Courbes effort-déplacement

Corridor expérimental (rouge), simulations du matériau homogène (bleu), du matériau hétérogène (violet)

Cinématique de la fracture

D'un point de vue cinématique, la répartition des contraintes est très proche de celle observée pour le matériau homogène. La suppression du premier élément se fait plus tôt entre 39 et 40 ms (entre 44 et 45 ms pour le matériau homogène).

I.4.3.3 COMPARAISON AVEC LES LOIS HABITUELLEMENT UTILISEES POUR LES OS

Nous avons comparé la première simulation avec la loi de Johnson-Cook et la loi d'endommagement ductile. Nous avons pris les propriétés mécaniques suivantes :

		3 ^{ème} simulation	4 ^{ème} simulation	unités
densité	ρ	0,021	0,021	g/mm^3
module d'Young	E	18	18	GPa
coefficient de Poisson	ν	0,3	0,3	
contrainte limite d'élasticité	σ_y	110	110	MPa
contrainte à la rupture	σ_{\max}	155	155	MPa
déformation limite d'endommagement	ε_{dam}	/	0,02	
déformation à la rupture	ε_{\max}	0,03	0,03	

Tableau 30 : Propriétés mécaniques utilisées avec la loi de Johnson-Cook et la loi d'endommagement ductile

Courbes de contrainte-déformation

La phase élastique est presque confondue entre les trois lois. La loi de Johnson-Cook présente un pic d'effort deux fois plus grand que la loi d'endommagement pour l'os. Le pic de la loi d'endommagement ductile est au milieu : $1600 \leq \sigma_{\text{pic}} = 2200 \leq 2800 \text{ N}$.

La rupture est plus ou moins marquée selon les lois de comportement. Les éléments ayant atteint la déformation maximale ne sont pas supprimés, ce qui pourrait expliquer que la diminution de l'effort est presque inexistante pour la loi de Johnson-Cook.

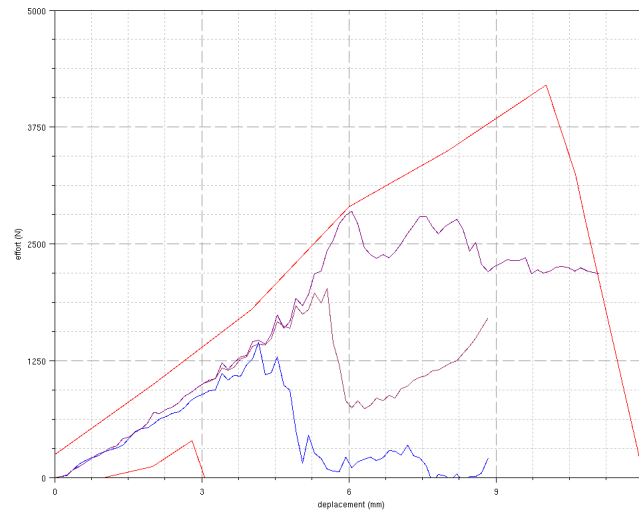


Figure 111 : Courbes effort-déplacement

Corridor expérimental (rouge), simulations 1(bleu), 3 (violet) et 4 (vert)

Cinématique de la fracture

Comme nous le montre les figures suivantes, nous retrouvons le même problème pour les trois simulations. Ceci semble souligner les limites de la modélisation de la diaphyse par des éléments volumiques.

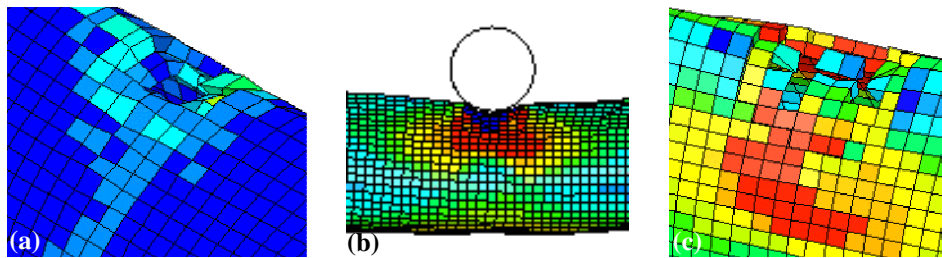


Figure 112 : Répartition des contraintes de Von Mises

Pour les lois (a) d'endommagement de l'os, (b) de Johnson-Cook et (c) d'endommagement ductile

I.4.4 CONCLUSION

Malgré différents tests au niveau de la définition des interfaces entre l'impacteur et la partie corticale impactée, nous n'avons pu résoudre le problème d'enfoncement de l'impacteur. Ceci montre les limites de la modélisation de la partie corticale de l'os par des éléments volumiques. Dans le cas de l'os cortical, nous préférons une modélisation par des éléments « coques ».

Nous reprendrons plus loin la même configuration avec un fémur maillé par des éléments surfaciques pour la corticale et par des éléments volumiques pour les épiphyses spongieuses.

II EVALUATION DE LA LOI SUR DES ELEMENTS 2D

II.1 SOLLICITATIONS SIMPLES SUR UNE COQUE UNIQUE

Comme le cas tridimensionnel, la validation de l'adaptation de la loi au cas 2D se fait sur une coque unique (de longueur caractéristique unitaire) dans quatre configurations types : la traction, la compression, le cisaillement et la flexion (voir figure suivante). Nous étudions le bilan d'énergie et la cohérence cinématique.

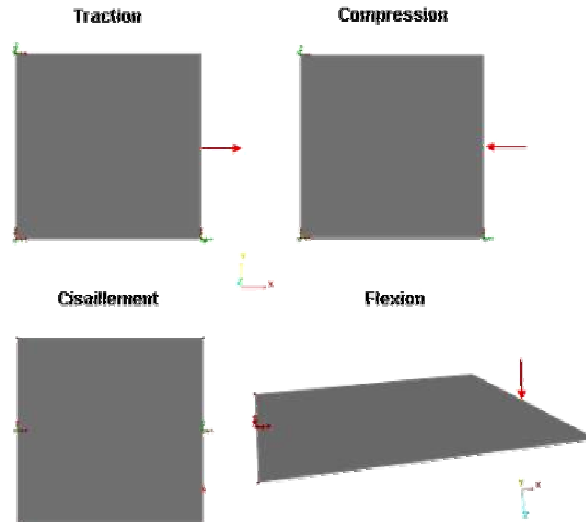


Figure 113 : Configuration des coques pour les sollicitations simples

II.1.1 COMPARAISON AVEC DES ELEMENTS DE REFERENCE

Dans les cas de traction, compression et cisaillement, nous comparerons la composante principale de la force à la composante principale de la contrainte d'une brique. Nous observons que les courbes sont confondues.

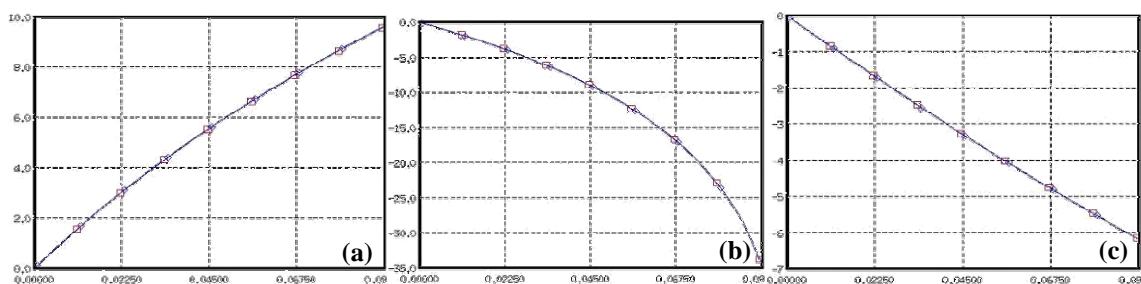


Figure 114 : Evolution de la contrainte (MPa) et de la force (N) en fonction du temps (ms) pour une coque (a) en traction, (b) en compression et (c) en cisaillement

Pour la flexion, nous comparons les résultats obtenus avec la loi d'endommagement pour l'os avec ceux d'une loi élastique linéaire. Là aussi, les deux réponses élastiques sont confondues comme le montre la figure suivante :

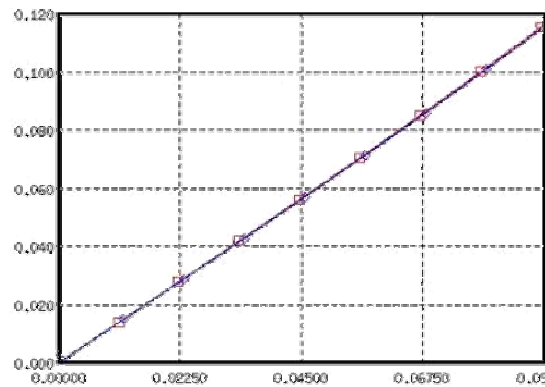


Figure 115 : Evolution de la contrainte (MPa) et de la force (N) en fonction du temps (ms)

II.1.2 LE BILAN D'ENERGIE

Nous considérons le bilan d'énergie avant la suppression de l'élément. Or, quelque soit la sollicitation, la coque est très vite supprimée : en cisaillement entre 0,26 et 0,27 ms, en compression entre 0,57 et 0,58 ms, en traction entre 0,34 et 0,35 ms et en flexion entre 0,36 et 0,37 ms.

Avant la suppression de l'élément, nous vérifions que l'énergie de Hourglass reste inférieure à l'énergie interne et que les énergies restent relativement stables comme nous le voyons sur la courbe suivante qui représente les différentes énergies d'une coque en traction :

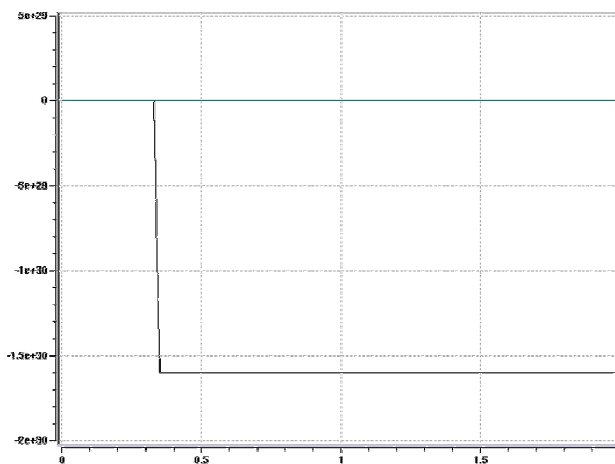


Figure 116 : Evolution des énergies (mJ) en fonction du temps (ms) pour un brique en cisaillement pur
Energies interne (noir), cinétique (mauve) et de Hourglass (indigo)

II.1.3 LA CINEMATIQUE

Pour des sollicitations simples, nous connaissons les déplacements des nœuds et la déformation de l'élément. Nous pouvons donc vérifier la cohérence de la réponse du modèle comme dans le cas de la flexion présenté ci-dessous :

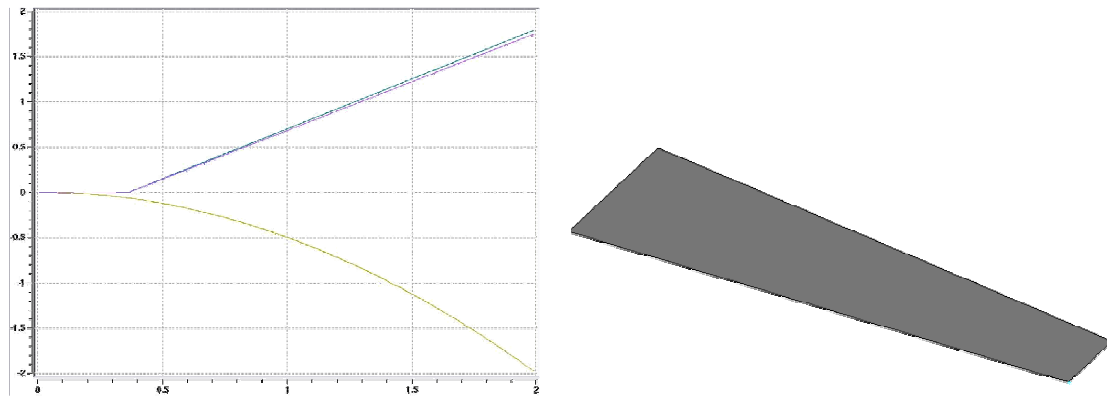


Figure 117 : Déplacement (mm) des nœuds en fonction temps (ms) et déformation de l'élément

II.2 FLEXION DE FEMUR

Nous reproduisons le même essai expérimental de flexion de fémur dans la direction postéro-antérieure que dans le paragraphe I.4.

II.2.1 LA MODELISATION NUMERIQUE

II.2.1.1 GEOMETRIE ET MAILLAGE

Nous avons utilisé le fémur du modèle LLMS. La partie corticale est maillée avec des éléments « coques » d'épaisseur variable (entre 1 et 6 mm). Seule la partie spongieuse de la partie distale a été représentée par des quadrangles. Le fémur est donc constitué de 2486 coques et 2394 briques.

Les socles, les tubes de coffrage et l'impacteur ont été créés à l'aide de 3500 coques.

Le modèle EF est ainsi constitué de 14 222 nœuds.

II.2.1.2 MISE EN DONNEES

Conditions aux limites

Nous avons repris les mêmes conditions aux limites que celles définies en I.4.1.2.

Propriétés des matériaux

Pour la partie corticale, les paramètres mécaniques sont identiques à ceux définis en I.4.2.2. La partie spongieuse ne concerne que les épiphyses du fémur LLMS qui ne sont pas sollicitées lors de l'impact, nous n'avons donc pas changé les paramètres :

		compact	spongieux	unités
Densité	ρ	0,02	0,016	g/mm^3
Coefficient de Poisson	ν	0,3	0,3	
Module d'Young	E	15	0,45	GPa
Contrainte à la rupture en traction	σ_{\max}	100	15	MPa
Contrainte à la rupture en compression	σ_{\max}	180	15	MPa

Tableau 31 : Propriétés mécaniques du fémur

II.2.2 RESULTATS

Pour évaluer la loi, nous avons choisi de comparer les résultats obtenus avec :

- ✓ le corridor comme l'enveloppe de l'ensemble des réponses expérimentales,
- ✓ les résultats des lois habituellement utilisées pour modéliser le comportement des os.

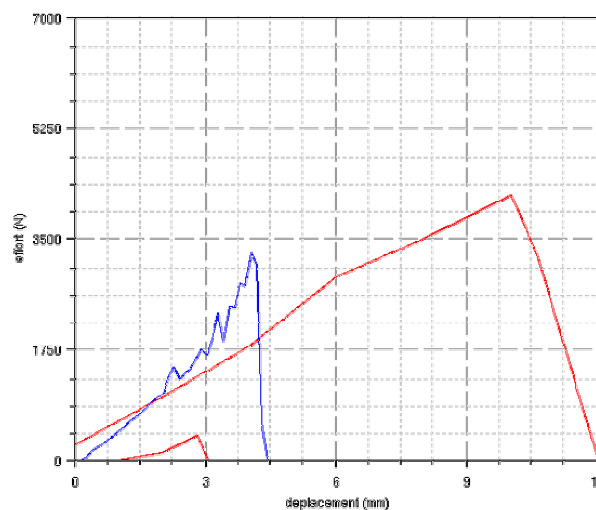
Nous avons également étudié l'influence de l'homogénéité des paramètres mécaniques du modèle numérique.

II.2.2.1 COMPARAISON AVEC LES DONNEES EXPERIMENTALES

Courbes de contrainte-déformation

Nous remarquons que la pente est plus importante que celles du corridor expérimental. Cependant, les valeurs de l'effort à la rupture et du déplacement maximal restent cohérentes avec les essais. Sachant que le module d'Young est une valeur moyenne issue de la bibliographie : quel autre paramètre pourrait expliquer cette « rigidité » ?

Le modèle LLMS a été créé à partir d'images médicales d'un sujet représentant le 50^{ème} percentile Européen (Arnoux et al, 2001). Nous avons vu que la géométrie du fémur pouvait varier, notamment la ligne âpre et la courbure de l'os (voir *chapitre 7 – III.3.1.1*) : ces effets de structure pourraient-ils expliquer la raideur du modèle ?



*Figure 118 : Courbes effort-déplacement
Corridor expérimental (rouge), simulation (bleu)*

Cinématique de la fracture

La répartition des contraintes de Von Mises montre que la fracture débute sur la partie en contact avec l'impacteur, ce qui est cohérent avec des fractures de type A2 que nous avons observés sur certains fémurs (voir *chapitre 7 – III.4.1*). En effet, nous avons pu remarquer cette évolution de la fracture pour les fémurs dont la ligne âpre semblait plus marquée.

La modélisation géométrique pourrait donc avoir une influence sur la réponse du fémur en flexion.

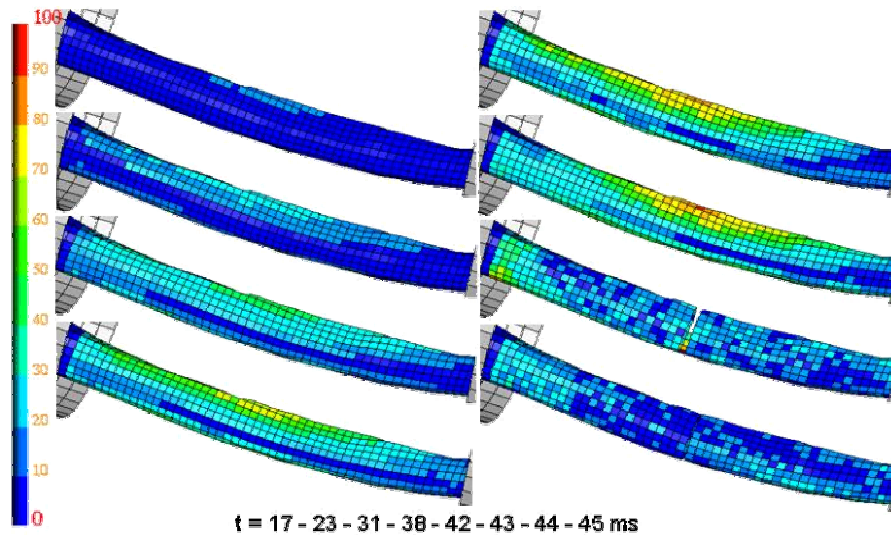


Figure 119 : Répartition des contraintes de Von Mises

II.2.2.2 INFLUENCE DE L'HOMOGENEITE DES PARAMETRES MECANQUES DU MODELE

Nous avons fait varier aléatoirement la densité et le module d'Young de chaque élément de 20% autour des valeurs moyennes. Pour cela, nous avons réalisé un module sous Matlab qui utilise la fonction « rand » pour obtenir un tirage aléatoire de nombre uniformément distribué : nous avons ainsi un fémur aléatoirement hétérogène pour notre deuxième simulation.

Courbes de contrainte-déformation

Lors de la phase de charge, les deux courbes sont confondues. Là aussi, la différence se fait au niveau de la rupture : le matériau aléatoirement hétérogène rompt pour un effort un peu plus grand.

L'hétérogénéité définie aléatoirement ne modifie donc pas significativement la réponse du fémur en flexion. Les conclusions de Garo (2006) sont identiques pour une compression de vertèbre lombaire.

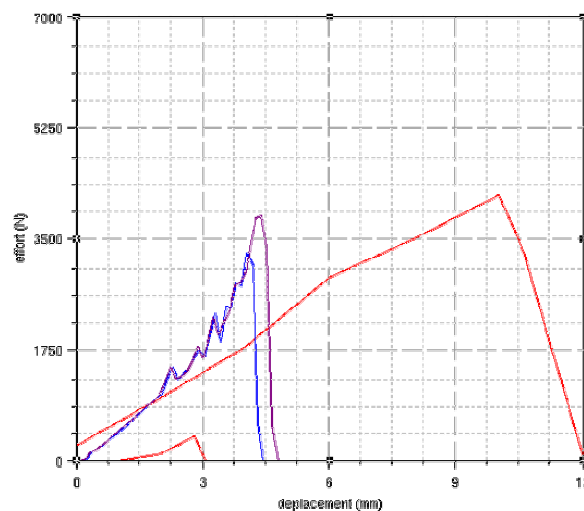


Figure 120 : Courbes effort-déplacement

Corridor expérimental (rouge), simulations du matériau homogène (bleu), du matériau hétérogène (violet)

Cinématique de la fracture

D'un point de vue cinématique, la répartition des contraintes est très proche de celle observée pour le matériau homogène. La suppression du premier élément se fait plus tard entre 47,5 et 48 ms (entre 43,5 et 44 ms pour le matériau homogène).

II.2.2.3 COMPARAISON AVEC LES LOIS HABITUELLEMENT UTILISEES POUR LES OS

Nous avons comparé la loi d'endommagement pour l'os avec :

- ✓ la loi de Johnson-Cook,
- ✓ la loi d'endommagement ductile.

Les propriétés mécaniques de la partie spongieuse restent identiques tandis que celles de la partie corticale sont :

		3 ^{ème} simulation	4 ^{ème} simulation	unités
densité	ρ	0,021	0,021	g/mm^3
module d'Young	E	18	18	GPa
coefficient de Poisson	ν	0,3	0,3	
contrainte limite d'élasticité	σ_y	110	110	MPa
contrainte à la rupture	σ_{\max}	155	155	MPa
déformation limite d'endommagement	ε_{dam}	/	0,02	
déformation à la rupture	ε_{\max}	0,03	0,03	

Tableau 32 : Propriétés mécaniques utilisées avec la loi de Johnson-Cook et la loi d'endommagement ductile

Courbes de contrainte-déformation

Les pentes des différentes courbes sont presque confondues. Néanmoins, l'effort maximal pour les lois de Johnson-Cook et d'endommagement ductile est deux fois plus important que pour la loi d'endommagement de l'os.

Malgré des valeurs cohérentes avec la bibliographie, les paramètres de ces deux lois nécessitent d'être ajustés pour décrire le comportement de l'os.

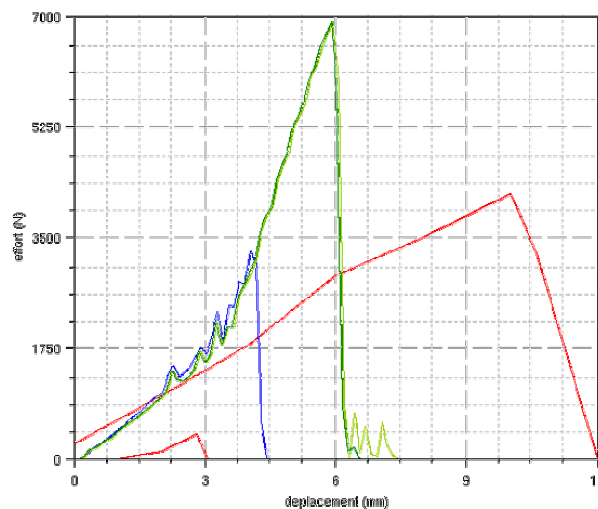


Figure 121 : Courbes effort-déplacement

Corridor expérimental (rouge), simulations 1 (bleu), 3 (vert clair) et 4 (vert foncé)

Cinématique de la fracture

La répartition des contraintes de Von Mises est très proche de la loi d'endommagement pour l'os, même si la valeur maximale est plus grande. La rupture a lieu plus tard entre 58 et 59 ms avec le même profil. Ceci tend à confirmer l'importance de la géométrie de la structure sur la répartition des efforts.

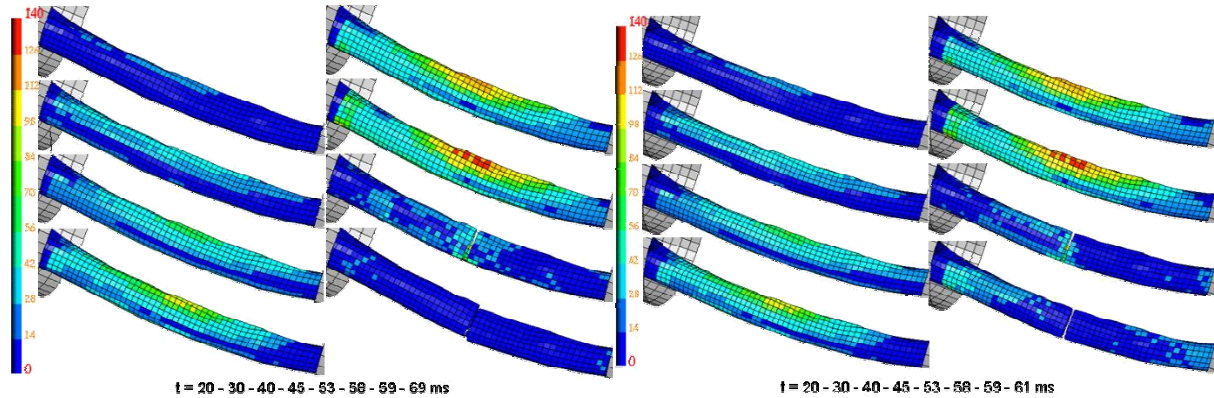


Figure 122 : Répartition des contraintes de Von Mises des simulations 3 et 4

II.2.3 CONCLUSION

Pour l'évaluation de la loi d'endommagement pour l'os pour des éléments surfaciques, nous ne présenterons que les résultats de la flexion de fémur. Néanmoins d'autres tests sont encore en cours, notamment de flexion de clavicule (comparaison avec les résultats de Astier, 2006). Les conclusions sont identiques. La loi est cohérente avec les résultats expérimentaux même si elle reste plus rigide. Pour les lois habituellement utilisées, les paramètres doivent être ajustés.

Bien que plus rigide, la loi donne une bonne estimation de l'effort et du déplacement maximaux. De plus, les données bibliographiques peuvent être directement utilisées pour définir les paramètres mécaniques, contrairement aux lois de Johnson-Cook et d'endommagement ductile.

III INFLUENCE DE L'ÂGE SUR LA MODELISATION DE FLEXION DE FEMUR

Dans le cas de la flexion de fémur, nous avons utilisé une valeur moyenne des données bibliographiques. Nous avons comparé ces résultats avec des données expérimentales. Nous les avons obtenues pour une population âgée de 63 à 97 ans majoritairement. Or l'âge influence les propriétés mécaniques de l'os (voir *chapitre 6*).

Nous allons donc tester cela en utilisant les valeurs proposées par Burstein et al (1976) et les relations établies par Zioupos (2001).

III.1 LES DONNEES DE BURSTEIN ET AL

Il s'agit des données les plus complètes en regard de notre loi puisqu'ils proposent la contrainte maximale et le module d'Young aussi bien pour la traction que pour la compression.

Nous avons donc utilisé les valeurs suivantes :

	<i>classes d'âge (ans)</i>						
	<i>20-29</i>	<i>30-39</i>	<i>40-49</i>	<i>50-59</i>	<i>60-69</i>	<i>70-79</i>	<i>80-89</i>
<i>E</i>	17±2,24	17,6±0,28	17,7±4,45	16,6±1,74	17,1±2,21	16,3±1,78	15,6±0,71
<i>σ_{ult} (traction)</i>	140±10	136±3,6	139±10,7	131±12,6	129±6,4	129±5,5	120±7,1
<i>σ_{ult} (compression)</i>	209±3,5	209±8,5	200±17	192±16,8	179±14,9	190±19,6	180

Tableau 33 : Paramètres mécaniques testés selon l'âge – *E* en GPa et *σ_{ult}* en MPa

D'après le Tableau 32, le module d'Young oscille autour de 16,85 GPa, la contrainte maximale en traction diminue progressivement tandis que la contrainte en compression varie plus aléatoirement. Globalement, le module d'Young diminue de 8% et les contraintes de 16%.

Sur la Figure 123, nous constatons que le seul groupe d'âge qui se distingue des autres est les 20-29 ans (orange). La pente des courbes est identique, l'effort et le déplacement maximaux sont plus grands. Pour les 30-39 ans (indigo) et les 40-49 ans (marron), l'effort maximal est identique.

Ces résultats s'expliquent vraisemblablement par les variations très faibles des paramètres mécaniques en fonction des groupes d'âge.

D'autre part, il est important de noter que ces valeurs ont été établies à partir d'essais réalisés sur 8 fémurs au maximum pour chaque groupe. Nous allons tester d'autres données établies sur un plus grand nombre de spécimens.

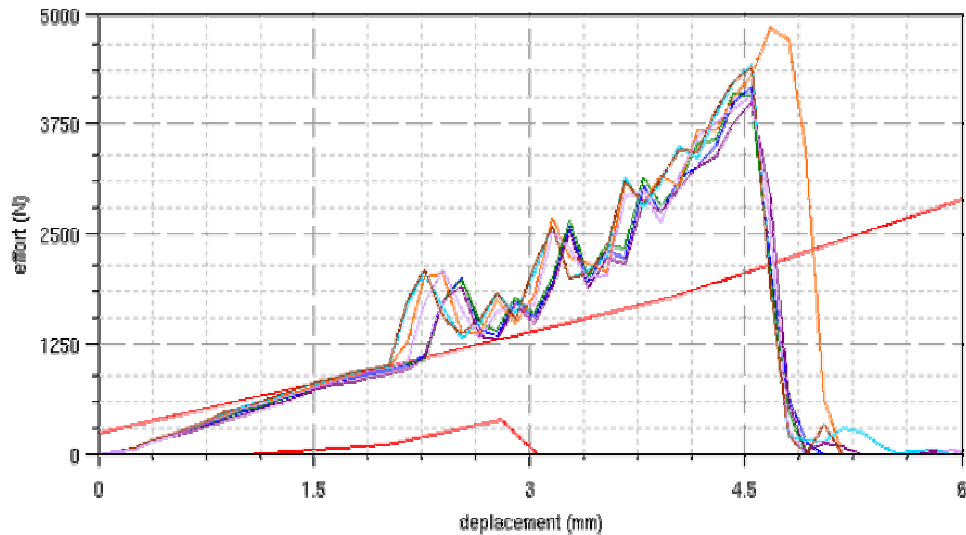


Figure 123 : Influence de l'âge sur la réponse du fémur – Paramètres mécaniques de Burstein et al (1976)
Corridor expérimental (rouge), 20-29 ans (orange)

III.2 LES DONNEES DE ZIOUPOS

Les relations établies par Zioupos (cf. *chapitre 6 – III.1.2*) nous permettent de déterminer les valeurs suivantes :

	classes d'âge (ans)							
	20	30	40	50	60	70	80	90
E	16,54	15,59	14,94	14,46	14,08	13,76	13,49	13,26
σ_{ult}	198	179	166	158	151	145	140	136

Tableau 34 : Paramètres mécaniques testés selon l'âge – E en GPa et σ_{ult} en MPa

La diminution est plus marquée que pour les valeurs proposées par Burstein et al : 19,8% pour le module d'Young et 31% pour la contrainte maximale.

Cela se voit sur les résultats avec l'apparition de groupe de comportement. Si la pente varie faiblement, nous remarquons une diminution de l'effort et du déplacement maximaux avec l'âge : les 20-30 ans présentent l'effort et le déplacement les plus grands. Ils diminuent de 20% environ pour les 40-70 ans et de 30% pour les 80-90 ans.

Avant la rupture, les variations semblent plus homogènes. Après, les groupes sont plus marqués.

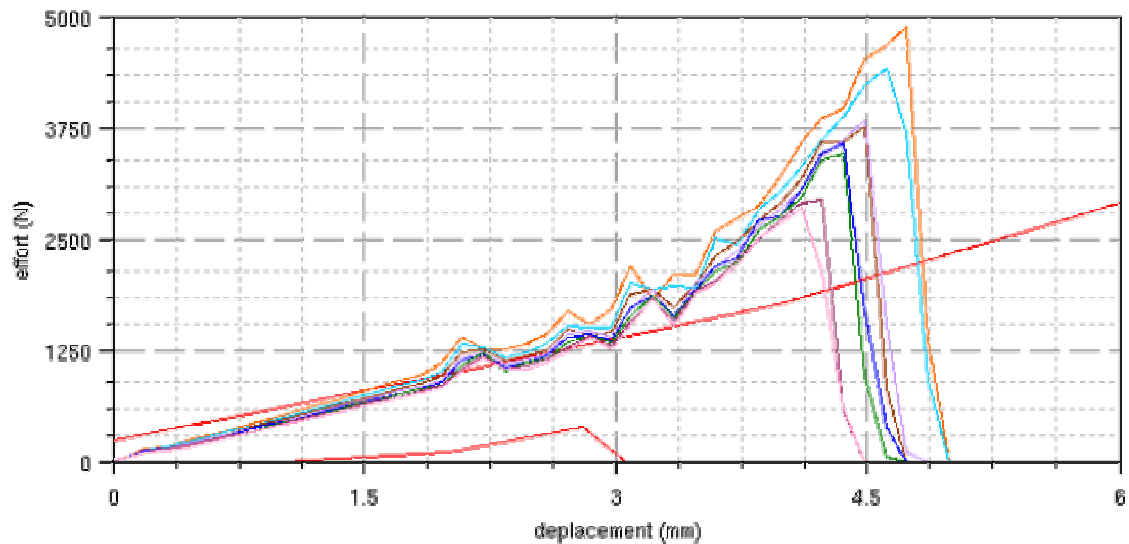


Figure 124 : Influence de l'âge sur la réponse du fémur – Paramètres mécaniques de Zioupos (2001)
Corridor expérimental (rouge), 20 ans (orange), 30 ans (indigo), 40 ans (marron), 50 ans (mauve),
60 ans (bleu), 70 ans (vert), 80 ans (violet), 90 ans (rose)

Nous retrouvons ici les observations faites par différents auteurs (cf. *chapitre 6 – III.1*) :

- ✓ un os « vieux » est plus fragile qu'un os « jeune » ;
- ✓ la déformation maximale et l'énergie absorbée à la rupture diminuent ;
- ✓ l'énergie nécessaire à l'amorce d'une fissure diminue avec l'âge.

IV CONCLUSION ET PERSPECTIVES D'EVOLUTION DE LA LOI

Comme nous venons de le voir à travers différentes modélisations d'essais expérimentaux, la loi d'endommagement pour les os donne des résultats prometteurs. L'allure des courbes est similaire à l'expérimental et l'effort maximal (ou contrainte) se situe dans le corridor. Le déplacement (ou déformation) est quelquefois en deçà du corridor. Le profil de rupture est cohérent avec celui observé expérimentalement. De plus, la description du comportement de l'os après la fracture semble plus réaliste qu'en utilisant les lois élastoplastiques habituelles.

Pour compléter cette évaluation, il faudrait envisager toutes les combinaisons de données bibliographiques possibles pour chaque simulation. Pour optimiser les calculs, nous pourrions envisager de définir un plan d'expérience notamment pour les simulations de flexion d'éprouvette du crâne et de fémur, pour lesquels nous disposons d'informations conséquentes.

La prochaine étape de validation de la loi d'endommagement pour l'os est de réaliser des tests supplémentaires avec d'autres types d'os et d'autres sollicitations, comme par exemple, une compression de vertèbres (Garo, 2006) ou un impact de pelvis (Labé et al, 2006).

D'autre part, selon les études bibliographiques utilisées, nous pouvons constater que des classes de comportement se dessinent en fonction de l'âge. Il s'agira par la suite de le vérifier à l'aide d'autres éléments bibliographiques comme Yamada (1970) et McCalden (1993).

La dernière étape serait d'évaluer la contribution de la loi dans la description des mécanismes lésionnels d'un modèle EF du corps humain en accidentologie (impact piéton – automobile), en traumatologie (tacle d'un footballeur)...

CONCLUSION

Ce travail de recherche avait pour objectifs de mieux comprendre et d'analyser le comportement mécanique des os, afin d'améliorer la description des mécanismes lésionnels des os et d'étudier des possibilités de personnalisation des propriétés mécaniques des modèles éléments finis (EF) du corps humain.

Nous avons abordé cette problématique en trois étapes :

- ❶ L'étude des spécificités du matériau osseux,
 - ❷ L'étude et la conception d'une loi d'endommagement pour les os,
 - ❸ L'étude bibliographique et expérimentale de l'influence des paramètres biologiques,
- pour aboutir à l'évaluation de cette loi, notamment par la simulation des essais expérimentaux et en y intégrant l'influence de l'âge.

Nous proposons ici de résumer les principaux résultats obtenus pour chaque étape.

Les spécificités du matériau osseux

L'os est un matériau vivant et complexe. En biomécanique des chocs, les os subissent principalement des chargements en flexion et en compression.

L'os compact exhibe clairement un comportement élastique linéaire suivi d'une phase d'endommagement plastique avec un mode de rupture fragile dans le domaine des petites déformations.

L'os spongieux a un comportement ductile en compression dans le domaine des grandes déformations et fragile en traction dans le domaine des petites déformations.

La réponse de l'os à un type de sollicitation dépend du protocole expérimental mis en oeuvre. Les résultats dépendront ainsi de l'origine, la conservation et les dimensions du tissu osseux testé mais aussi de la vitesse de déformation et du type de chargement.

La loi d'endommagement pour les os

Beaucoup d'études ont pour but de caractériser les spécificités et le comportement des matériaux à l'endommagement. Leur principal inconvénient est le nombre important de paramètres à définir. En outre, les expériences nécessaires pour identifier ces paramètres ne sont pas reproductibles pour les os et parfois même irréalisables.

Les lois actuellement utilisées dans les modèles EF ont été conçues pour des matériaux standard et ne permettent pas de décrire tous les aspects du comportement de l'os, les deux plus importants étant l'endommagement et la dissymétrie.

Pour l'élaboration de la loi de comportement pour l'os, nous nous sommes basés sur un modèle rhéologique 1D. Le modèle décrit le comportement dissymétrique de l'os en traction et en compression pour des chargements simples et cycliques.

La loi de comportement a été adaptée à une formulation EF explicite pour être intégrée dans une plate-forme numérique conçue pour des sollicitations quasi-statique à dynamique.

Les principales limites de ce travail concernent la conception de la loi :

- ✓ l'os est considéré comme un matériau homogène, isotrope et travaillant en grandes déformations ;
- ✓ les critères de plasticité et de rupture ont été généralisés;
- ✓ nous avons modélisé la fracture par la méthode de suppression de l'élément.

L'influence des paramètres biologiques

- D'un point de vue bibliographique

De nombreux paramètres influencent le comportement de l'os.

Pour la porosité et les différentes densités (minérale, apparente, réelle et de cendres), les relations les lient généralement au module d'Young et parfois à la contrainte à la rupture.

Le poids et la taille ne semblent pas conditionner le comportement osseux mais sont indirectement corrélés à la BMD et aux maladies.

Les différences ethniques et raciales sont contradictoires et sujets à la polémique : généralement les différences de mode de vie et de régime alimentaire seront privilégiées.

Malgré leur impact sur le comportement de l'os, il existe peu de relations liant âge et/ou sexe, et paramètres mécaniques. Ils sont plutôt associés à la porosité et aux densités.

Notre étude montre également l'influence non négligeable de paramètres comme l'hygiène de vie, l'activité physique et les maladies sur la minéralisation et la porosité. Ces aspects sont cependant difficilement quantifiables.

- D'un point de vue expérimental

Les essais expérimentaux ont permis de mettre en évidence l'importance des effets de structure sur la réponse d'un os long à une sollicitation en flexion.

Par contre, la durée de conservation dans le liquide de Winckler ne semble pas modifier significativement les propriétés mécaniques.

L'étude de l'âge et du sexe des donneurs aboutit aux mêmes conclusions que la bibliographie : la diminution de la masse osseuse avec l'âge est différente selon le sexe et a une influence directe sur les propriétés mécaniques. Nous avons également pu en dégager des corridors expérimentaux.

La fracture est un phénomène très rapide (< 1 ms) dont le type ne semble pas dépendre d'autres paramètres expérimentaux.

L'évaluation de la loi d'endommagement pour les os

L'évaluation de notre loi donne des résultats prometteurs : l'allure, l'effort maximal et la rupture sont cohérents avec les données expérimentales, même si le déplacement maximal est parfois inférieur.

L'amélioration des critères permettrait peut-être de corriger ce dernier aspect.

L'étude de l'influence de l'âge sur la réponse d'un fémur à une sollicitation en flexion montre que des classes de comportement se dessinent.

PERSPECTIVES

L'originalité de cette thèse est de proposer une loi d'endommagement pour l'os adaptée à une formulation éléments finis pour les codes de calcul dynamique utilisé à la fois dans la recherche fondamentale et appliquée pour l'accidentologie comme pour la traumatologie, et avec la possibilité de personnaliser les paramètres mécaniques en fonction d'un ou plusieurs paramètres biologiques.

Les perspectives à court terme sont de compléter la validation de la loi par des tests supplémentaires avec d'autres types d'os et d'autres sollicitations en optimisant les calculs avec des plans d'expérience.

Nous pourrions ainsi cibler les améliorations à apporter à notre loi parmi lesquelles :

- ✓ le découplage de l'évolution des seuils de contrainte,
- ✓ la définition des critères de plasticité et d'endommagement,
- ✓ la définition de la rupture avec la possibilité de créer un nouvel élément.

Pour aboutir à l'étape la plus complexe : considérer l'anisotropie de l'os.

A long terme, ces travaux pourront être complétés :

Pour les essais expérimentaux

Il s'agit d'envisager une étude statistique complète afin de quantifier l'influence de l'âge et du sexe. Mais cela permettrait aussi de trancher sur l'influence anthropométrique et d'étudier la pertinence du pourcentage d'os.

Des essais supplémentaires sont à envisager pour évaluer l'influence réelle de la congélation et de la conservation dans du liquide de Winckler.

Pour la loi de comportement

Lorsque la loi sera validée et éventuellement améliorée, il sera intéressant de définir un ensemble de simulations significatives en accidentologie et en traumatologie. Nous pourrions ainsi estimer la contribution de la loi dans la description et l'enchaînement des mécanismes lésionnels d'un modèle EF du corps humain.

Le canevas de cette loi pourra également être utilisée pour adapter d'autres lois spécifiques aux tissus biologiques à une plate-forme numérique de calcul dynamique explicite.

LISTE DES NOTATIONS ET ABREVIATIONS

Dans de nombreux chapitres, nous utilisons l'abréviation EF pour parler des Eléments Finis. Dans le *chapitre 5*, nous définissons les modes de déformation en sablier comme mode « hourglass » et nous parlons du Cisaillement Transversal en utilisant l'abréviation CT. Dans le *chapitre 6*, BMD fait référence à Bone Mineral Density, c'est-à-dire, densité minérale osseuse.

Notations vectorielle et tensorielle : Dans le chapitre 2, les notations vectorielles et tensorielles ont été utilisées pour plus de clarté. Dans les chapitres 3 à 5, elles ne sont pas reprises car elles ne concernent que les tenseurs des contraintes et des déformations ainsi que leurs expressions. Dans le cas particulier des modèles rhéologiques (chapitres 3 et 4), la contrainte et la déformation sont unidimensionnelles.

Dans l'ensemble du travail présenté ici, les symboles les plus couramment utilisés sont référencés dans les deux tableaux suivants. Le 1^{er} tableau liste les symboles par ordre alphabétique tandis que le 2nd donne les significations par ordre alphabétique :

Symbole	Signification
\tilde{A}^e	Tenseur d'élasticité
\tilde{A}	Tenseur de rigidité
A_k	Variables thermodynamiques associées
c	Vitesse de propagation du son dans un matériau
$C(X,t)$	Tenseur des déformations de Green - Cauchy
D	Endommagement
D_0	Endommagement initial
D_c	Endommagement maximal ou critique
\hat{D}	Tenseur des taux de déformation
$e(x,t)$	Densité volumique d'énergie interne
E_c	Energie cinétique
E	Module d'Young
E_r	Module d'Young relatif
$\hat{E}(X,t)$	Tenseur des déformations de Green - Lagrange
F	Densité surfacique de forces exercées sur $\partial\Omega$
f	Densité volumique de forces appliquées au solide Ω
\tilde{f}	Fonction critère / Surface seuil
\tilde{f}^D	Fonction critère d'endommagement
f^{cont}	Force de contact d'un système
f^{ext}	Force extérieure d'un système
f^{hgr}	Force anti-hourglass d'un système
\hat{f}^{inert}	Force inertielle d'un système
\hat{f}^{int}	Force interne d'un système
F_N	Force normale à une surface
F_T	Force tangentielle à une surface

$F(X,t)$	Gradient de la transformation en X à l'instant t
G	Module de cisaillement
$H(.)$	Fonction de Heaviside : $H(x) = 1$ si $x \geq 0$ $H(x) = 0$ si $x < 0$
h	Epaisseur d'un élément de plaque
$h(D)$	Rayon du domaine de non-endommagement
I_i^λ	$i^{\text{ème}}$ invariant des variables d'état
k	Raideur ou facteur de correction de cisaillement transversal
K_{IC}	Facteur d'intensité de contrainte
m	Masse
N	Vecteur normal à la surface de référence dS_0
n	Vecteur normal à la surface dS
p	Déformation plastique accumulée
P_a	Puissance virtuelle des quantités d'accélération
P_{ext}	Puissance virtuelle des efforts extérieurs
P_{int}	Puissance virtuelle des efforts intérieurs
\hat{P}	Tenseur de Piola – Kirschoff 1
Q	Taux de chaleur apporté au système
$q(x,t)$	Flux de chaleur
$r(x,t)$	Densité volumique de sources de chaleur
S	Entropie
s	Entropie spécifique
\hat{S}	Tenseur de Piola – Kirschoff 2
T	Température
t	Temps
t_0	Temps de référence
$u(X,t)$	Vecteur déplacement
u_N	Déplacement normal à une surface
u_T	Déplacement tangentiel à une surface
$v(X,t)$	Vitesse de la particule X
V_k	Variables internes
X	Position d'une particule du solide à l'instant t_0
$\ddot{x}(X,t)$	Accélération de la particule se trouvant en X à l'instant $t=0$
$x(X,t)$	Position de la particule à l'instant t et qui était en X à t_0
Y	Taux de restitution d'énergie élastique
Y_c	Taux de restitution d'énergie élastique à la rupture
$\dot{\alpha}$	Dérivée de α par rapport au temps t
$\gamma(t)$	Paramètre scalaire
δv_i	Fonction de pondération
Δt	Pas de temps
ε	Déformation totale
ε^e	Déformation élastique
ε^p	Déformation plastique
ε^{vp}	Déformation viscoplastique
$\dot{\varepsilon}$	Taux / Vitesse de déformation
$\dot{\varepsilon}^p$	Taux / Vitesse de déformation plastique
η	Viscosité
λ et μ	Coefficients de Lamé

λ	Multiplicateur de non-linéarité (ou multiplicateur de Lagrange)
ν	Coefficient de Poisson
ρ	Masse volumique
ρ^*	Densité de la structure cellulaire
ρ_0	Masse volumique de référence (à $t = 0$)
ρ_r	Densité relative
ρ_s	Densité du matériau constituant les parois d'une mousse
σ	Contrainte de Cauchy
σ_c ou σ_{ult}	Contrainte à la rupture
σ^D	Contrainte associée au ressort endommageable
σ_{\pm}^D	Seuil de contrainte pour l'endommagement
σ_d	Contrainte déviatorique
σ_{eq}	Contrainte équivalente de Von Mises
\mathcal{P}	Contrainte associée au patin
σ_{\pm}^p	Seuil de contrainte plastique
σ_s	Contrainte sphérique
σ_y	Contrainte limite d'élasticité (contrainte yield)
σ^*	Contrainte équivalente d'endommagement
$\tilde{\sigma}$	Contrainte effective
φ	Pseudo-potentiel de dissipation
φ^*	Potentiel dual du pseudo-potentiel de dissipation
Φ	Dissipation
Φ_i	Fonction d'interpolation
χ	Coefficient d'écrouissage
ψ	Energie libre
ω_e	Densité d'énergie de déformation élastique
Ω	Volume étudié
<hr/>	
$\langle . \rangle$	Partie positive : $\langle x \rangle = x$ si $x > 0$ $\langle x \rangle = 0$ si $x \leq 0$
$\partial / \partial t$	Dérivée particulaire
$\partial \Omega$	Frontière du solide Ω
I	Tenseur identité d'ordre 3

Symbole	Signification
$\ddot{x}(X, t)$	Accélération de la particule se trouvant en X à l'instant t=0
χ	Coefficient d'écrouissage
λ et μ	Coefficients de Lamé
ν	Coefficient de Poisson
σ_c ou σ_{ult}	Contrainte à la rupture
σ^p	Contrainte associée au patin
σ^D	Contrainte associée au ressort endommageable
σ	Contrainte de Cauchy
σ_d	Contrainte déviatorique
$\tilde{\sigma}$	Contrainte effective
σ^*	Contrainte équivalente d'endommagement
σ_{eq}	Contrainte équivalente de Von Mises
σ_y	Contrainte limite d'élasticité (contrainte yield)
σ_s	Contrainte sphérique
ε^e	Déformation élastique
ε^p	Déformation plastique
p	Déformation plastique accumulée
ε	Déformation totale
ε^{vp}	Déformation viscoplastique
ω_e	Densité d'énergie de déformation élastique
ρ^*	Densité de la structure cellulaire
ρ_s	Densité du matériau constituant les parois d'une mousse
ρ_r	Densité relative
F	Densité surfacique de forces exercées sur $\partial\Omega$
$e(x, t)$	Densité volumique d'énergie interne
f	Densité volumique de forces appliquées au solide Ω
$r(x, t)$	Densité volumique de sources de chaleur
u_N	Déplacement normal à une surface
u_T	Déplacement tangentiel à une surface
$\dot{\alpha}$	Dérivée de α par rapport au temps t
$\partial / \partial t$	Dérivée particulaire
Φ	Dissipation
D	Endommagement
D_0	Endommagement initial
D_c	Endommagement maximal ou critique
E_c	Energie cinétique
ψ	Energie libre
S	Entropie
s	Entropie spécifique
h	Épaisseur d'un élément de plaque
K_{IC}	Facteur d'intensité de contrainte
k	Facteur de correction de cisaillement transversal
$q(x, t)$	Flux de chaleur
\tilde{f}	Fonction critère / Surface seuil
\tilde{f}^D	Fonction critère d'endommagement
$H(.)$	Fonction de Heaviside : $H(x) = 1$ si $x \geq 0$ $H(x) = 0$ si $x < 0$

δv_i	Fonction de pondération
Φ_i	Fonction d'interpolation
f^{hgr}	Force anti-hourglass d'un système
f^{cont}	Force de contact d'un système
f^{ext}	Force extérieure d'un système
f^{inert}	Force inertielle d'un système
f^{int}	Force interne d'un système
F_N	Force normale à une surface
F_T	Force tangentielle à une surface
$\partial\Omega$	Frontière du solide Ω
$F(X,t)$	Gradient de la transformation en X à l'instant t
I_i^λ	i ^{ème} invariant des variables d'état
m	Masse
ρ	Masse volumique
ρ_0	Masse volumique de référence (à t = 0)
E	Module d'Young
E_r	Module d'Young relatif
G	Module de cisaillement
$\dot{\lambda}$	Multiplicateur de non-linéarité (ou multiplicateur de Lagrange)
$\gamma(t)$	Paramètre scalaire
$\langle . \rangle$	Partie positive : $\langle x \rangle = x$ si $x > 0$ $\langle x \rangle = 0$ si $x \leq 0$
Δt	Pas de temps
X	Position d'une particule du solide à l'instant t_0
$x(X,t)$	Position de la particule à l'instant t et qui était en X à t_0
φ^*	Potentiel dual du pseudo-potentiel de dissipation
φ	Pseudo-potentiel de dissipation
P_{ext}	Puissance virtuelle des efforts extérieurs
P_{int}	Puissance virtuelle des efforts intérieurs
P_a	Puissance virtuelle des quantités d'accélération
k	Raideur
$h(D)$	Rayon du domaine de non-endommagement
σ_\pm^p	Seuil de contrainte plastique
σ_\pm^D	Seuil de contrainte pour l'endommagement
\tilde{f}	Surface seuil / Fonction critère
$\dot{\epsilon}$	Taux / Vitesse de déformation
$\dot{\epsilon}^p$	Taux / Vitesse de déformation plastique
Q	Taux de chaleur apporté au système
Y	Taux de restitution d'énergie élastique
Y_c	Taux de restitution d'énergie élastique à la rupture
T	Température
t	Temps
t_0	Temps de référence
\tilde{A}^e	Tenseur d'élasticité
\hat{P}	Tenseur de Piola – Kirschhoff 1
\hat{S}	Tenseur de Piola – Kirschhoff 2
\tilde{A}	Tenseur de rigidité

σ	Tenseur des contraintes de Cauchy
$C(X,t)$	Tenseur des déformations de Green - Cauchy
$\hat{E}(X,t)$	Tenseur des déformations de Green - Lagrange
\hat{D}	Tenseur des taux de déformation
I	Tenseur identité d'ordre 3
V_k	Variables internes
A_k	Variables thermodynamiques associées
$u(X,t)$	Vecteur déplacement
N	Vecteur normal à la surface de référence dS_0
n	Vecteur normal à la surface dS
η	Viscosité
$v(X,t)$	Vitesse de la particule X
c	Vitesse de propagation du son dans un matériau
Ω	Volume étudié

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Abdullah E., Ferrero J.F., Barrau J.J. and Mouillet J.B. (2005), Composite delamination modelling using a new multilayered finite element. Proceeding of the 6th IRUC, Nice, paper 4.

Alsos H.S. (2004), A comparative study on shell element deletion and element splitting. MIT Thesis, Boston.
folk.ntnu.no/hagbarts/report.pdf last accessed 10/23/2006.

Andrieux F. (1996), Sur les milieux visco-hyperélastiques endommageables. Thèse de Mécanique, Université Technologique de Compiègne, 52, 70-75, 125-131.

Arnoux P.J. (2000), Modélisation des ligaments des membres porteurs, A propos des ligaments du genou. Thèse en Mécanique des solides et présentée à l'université d'Aix Marseille II.

Arnoux P.J., Thollon L. and Kayvantash K. (2001), Model presentation and guideline, LLMS Model Version LL50R0.

Arnoux P.J., Bonnoit J., Chabrand P., Jean M., Pithieux M. (2002), Numerical damage models using a structural approach: application in bones and ligaments. Applied Physics, 17(1): 65-73.

Ashman R.B. and Rho J.Y. (1988), Elastic modulus of trabecular bone material. Journal of Biomechanics, 21(3): 177-181.

Astier V. (2006), Modélisation du complexe articulaire de l'épaule dans le cadre de sollicitations dynamiques. Rapport de Master MEGA de Biomécanique, INSA Lyon.

Avila-Díaz M., Flores-Huerta S., Martínez-Muñoz I. and Amato D. (2001), Increments in Whole Body Bone Mineral Content Associated With Weight and Length in Pre-Term and Full-Term Infants During the First 6 Months of Life. Archives of Medical Research, 32(4): 288-292.

Bailey A.J., Sims T.J., Ebbesen E.N., Mansell J.P., Thomsen J.S. and Mosekilde L. (1999), Age-related changes in the biochemical properties of human cancellous bone collagen: relationship to bone strength. Calcified Tissue International, 65: 203-210.

Baqué P. (2005), Chirurgie viscérale et oncologie digestive et Anatomie et urgences chirurgicales - Recherche en Anatomie Clinique : « modélisation anatomique des traumatismes du tronc en accidentologie ». HDR de Médecine, Faculté de Médecine de Nice.

Batoz J.L. et Dhatt G. (1990), Modélisation des structures par éléments finis - volume 1 : Solides élastiques. Edition Hermes, 153-331.

- Batoz J.L. et Dhatt G. (1990), Modélisation des structures par éléments finis - volume 2 : poutres et plaques. Edition Hermes, 221-251.
- Batra R.C. (1998), Senior level undergraduate course on Computer Simulation of Material Behavior, Virginia Combined Research Curriculum Development.
<http://www.jwave.vt.edu/crcd/batra/lectures/esmmse4984/node6.html>
last accessed 04/11/2006.
- Bayraktar H.H., Morgan E.F., Niebur G.L., Morris G.E., Wong E.K. and Keaveny T.M. (2004), Comparison of the elastic and yield properties of human femoral trabecular and cortical bone tissue. *Journal of Biomechanics*, 37: 27-35.
- Beck T.J., Ruff C.B., Shaffer R.A., Betsinger K., Trone D.W. and Brodine S.K. (2000), Stress fracture in military recruits: gender differences in muscle and bone susceptibility factors. *Bone*, 27(3): 437-444.
- Beillas, P. (1999), Modélisation des membres inférieurs en situation de choc automobile. Thèse en Mécanique et présentée à l'ENSAM de Paris.
- Bensusan J.S., Davy D.T., Heiple K.G., Verdin P.J. (1983), Tensile, compressive and torsional testing of cancellous bone. *Transactions of the Orthopaedic Research Society*, 8.
- Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.L. and Forest S. (2001), Mécanique non linéaire des matériaux. Edition Hermès Science (1^{ère} édition): 39-48, 155, 167-193.
- Bidal S. (2003), Reconstruction tridimensionnelle d'éléments anatomiques et génération automatique de maillage éléments finis optimisés. Thèse d'informatique à l'Université de la Méditerranée.
- Bonjour J.P. (2006), Investissez dans vos os. International Osteoporosis Foundation.
http://www.osteofound.org/publications/pdf/invest_in_your_bones_fr.pdf
last accessed 06/12/2006.
- Brunet C. (2003), Cours d'anatomie générale. Faculté de Médecine de Marseille Nord.
- Bruyère K. (2000), Caractérisation et modélisation mécanique de l'os spongieux humain en relation avec ses propriétés structurales et architecturales. Thèse de Mécanique de l'INSA de Lyon.
- Burr D.B. (2002), Bone material properties and mineral matrix contributions to fracture risk or age in women and men. *Journal of musculoskeletal neuron interaction*, 2(3): 201-204.
- Burr D.B., Schaffler M.B. and Frederickson R.G. (1988), Composition of the cement line and its possible mechanical role as a local interface in human compact bone. *Journal of Biomechanics*, 21(11): 939-945.
- Burstein A.H., Zika J.M. and Heiple, K.G. (1975), Contribution to the elastic-plastic properties of bone. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 57(7): 956-961.

- Burstein A.H., Reilly D.T. and Martens M. (1976), Aging of bone tissue: Mechanical properties. *Journal of bone and joint surgery*, 58A(1): 82-86.
- Cafiero A.C. and Maritz C.A. (2003), The impact of exercise on age-related physiological changes and pathological manifestations. *Journal of Pharmacy practice*, 16(1): 5-14.
- Carroll J.A. and Hynd D. (2006), APROSYS Project Draft Report: Material Property Scaling for Human Body Modelling.
- Carter D.R. and Hayes W.C. (1976), Fatigue life of compact bone. *Journal of Biomechanics*, 9: 27-34, 211-218.
- Carter D.R. and Hayes W.C. (1977), The compressive behaviour of bone as a two-phase porous structure. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 59(7): 954-962.
- Carter D.R. and Spengler D.M. (1978), Mechanical properties and composition of cortical bone. *Clinical orthopaedica and related research*, 9(135- III):192-217.
- Carter D.R., Schwab G.H. and Spengler D.M. (1980), Tensile fracture of cancellous bone. *Acta Orthopaedica Scandinavica*, 51: 733-741.
- Cezayirlioglu H., Bahniuk E., Davy D.T. and Heiple K.G. (1985), Anisotropic yield behaviour of bone under combined axial force and torque. *Journal of Biomechanics*, 18(1): 61-69.
- Chateauneuf A. (2005), Structures – Comprendre les elements finis : Principes, formulations et exercices corrigés. Edition Ellipses, 173-192.
- Chen E.P. (1994), Numerical Simulation of Dynamic Fracture and Failure in Solids. Office of Scientific et Technical Information.
www.osti.gov/bridge/servlets/purl/10144193-VI4Ip4/native/10144193.pdf
last accessed 10/23/2006.
- Coirier J. (2001), Mécanique des milieux continues. Edition Dunond (2^{ème} édition).
- Couteau B. (1997), Modélisation 3D par la méthode des éléments finis du fémur humain – Application à l'Etude des prothèses sur-mesure. Thèse de Mécanique de l'université Paul Sabatier de Toulouse.
- Crabtree N., Lunt M., Holt G., Kroger H., Burger H., Grazio S., Khaw K.T., Lorenc R.S., Nijs J., Stepan J. and al. (2000), Hip geometry, bone mineral distribution, and bone strength in European men and women: the EPOS study. *Bone*, 27(1): 151-159.
- Crandall J. (1994), The preservation of human surrogates for biomechanical studies. PhD thesis of the University of Virginia, 59-101.
- Cristofolini L., Viceconti M., Cappello A. and Toni A. (1996), Mechanical validation of whole bone composite femur models, *Journal of Biomechanics*, 29(4): 525-535.

Currey J. (1988), Handbook of biomaterial properties – chapter: cortical bone. Edited by J. Black and G. Hastings, Ed. Chapman and Hall: 3-14.

Currey J.D. (1990), Physical characteristics affecting the tensile failure properties of compact bone. *Journal of Biomechanics*, 23: 837–847.

Daridon L. (2003), Note de cours sur les éléments finis.
<http://www.librecours.org/cgi-bin/course?callback=infoetelt=456> last accessed 10/15/2004.

Dejeans C., Vautrin A. and Corso S. (2003), Micro-projet : « Comprendre les propriétés des matériaux de structure à travers le chocolat », ENSEEG.
<http://www.presentation.enseeg.inpg.fr/PresChoc/indexgeneral.html> last accessed 08/26/06.

Delille C. (2002), Contribution à l'identification de lois matérielles de l'os du crâne humain en quasi-statique à partir d'expérimentations et de simulations numériques. Thèse de Mécanique à l'Université de Valenciennes.

Desmorat R. (2004), Modèles phénoménologiques d'endommagement, Ecole d'été MEALOR, Roscoff 12-24/07/2004.
http://www.mat.ensmp.fr/Personnel/Besson/MEALOR/MEALOR_Desmorat.pdf
last accessed 08/16/06.

Désoyer T. (2005), Plasticité, endommagement, rupture, Cours de master de Mécanique, Physique et Modélisation 2^{ème} année spécialité Mécanique des Matériaux et Structures, Marseille.

Doblaré M., Garcia J.M. and Gomez M.J. (2004), Modelling bone tissue fracture and healing: a review. *Engineering Fracture Mechanics*, 71 (13-14): 1809-1840.

Dragon A. and Mroz Z. (1979), A continuum model for plastic-brittle behaviour of rock and concrete, *International Journal of Engineering Science*, 17: 121–137.

Erhel J. (2003), cours MAP : Mathématiques Appliquées, cours de 1^{ère} année à l'INRIA de Rennes.
<http://www.irisa.fr/sage/jocelyne/pdf/rennes-map-0104.pdf> last accessed 10/15/2004.

Evans F.G. and Riolo M.L. (1970), Relation between the fatigue life and histology of adult human cortical bone. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 52A: 1579-1586.

Feik S.A., Thomas C.D.L. and Clement J.G. (1996), Age trends in remodelling of the femoral midshaft differ between sexes. *Journal of Orthopaedic research*, 14: 590-597.

Follet H. (2002), Caractérisation biomécanique et modélisation 3D par imagerie X et IRM haute résolution de l'os spongieux humain : Evaluation du risque fracturaire. Thèse de Mécanique de l'INSA de Lyon.

Fondrk M.T., Bahnuik E.H. and Davy D.T. (1999), A damage model for nonlinear tensile behavior of cortical bone. *Journal of Biomechanical Engineering*, 121: 533-541.

- Fondrk M.T., Bahnuk E.H. and Davy, D.T. (1999b), Inelastic strain accumulation in cortical bone during rapid transient tensile loading. *Journal of Biomechanical Engineering*, 121: 616-621.
- Forwood M.R. and Burr D.B. (1993), Physical activity and bone mass: exercises in futility? *Bone and Mineral*, 21: 89-112.
- Gabrielli F. (2006), L'apport des méthodes temps-fréquence de traitement des signaux non stationnaires à l'analyse du comportement humain au choc. Thèse de théorie du signal à l'Université d'Aix-Marseille II, thèse en cours.
- Garcia D., Curnier A. and Zysset P.K. (2003), A constitutive law for bone tissue damage under tensile and compressive loading. XIXth Congress of the International Society of Biomechanics: The Human Body in Motion. Dunedin, New Zealand.
- Garcia D. (2006), Elastic plastic damage laws for cortical bone. Thèse de Mécanique, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.
- Garo A. (2006), Variabilité biologique et caractéristiques mécaniques des tissus osseux : application dans les modèles éléments finis du corps humain. Rapport de Master IRM, ULP Strasbourg et thèse de mécanique en cours.
- Garrigues J. (2002), La méthode des éléments finis. Cours de Mécanique de l'EGIM. <http://jgarrigues.perso.egim-mrs.fr/> accessed 10/15/2004.
- Gibson L.J. and Ashby M.F. (1997), Cellular solids: structures and properties, Cambridge University Press, Second Edition (1st edition, 1988): 93–174, 175–234, 429-452.
- Gomez M.A. and Nahum A.M. (2002), Accidental Injury – Biomechanics and Prevention. Edited by Nahum A. M. and Melvin J. W., Edition Springer: 206-227.
- Gottesman T. and Hashin Z. (1980), Analysis of viscoelastic behaviour of bones on the basis of microstructure. *Journal of Biomechanics*, 13: 89-96.
- Grimm M.J. (1999), Introduction to biomaterials, Cours de la Wayne State University. <http://ttb.eng.wayne.edu/~grimm/BME5210/Lecture5.pdf> last accessed 07/17/06.
- Hamer A.J., Strachan J.R., Black M.M., Ibbotson C.J., Stockley I. and Elson R.A. (1996), Biomechanical Properties of Cortical Allograft Bone Using a New Method of Bone Strength Measurement—A Comparison of Fresh, Fresh-Frozen and Irradiated Bone. *Journal of Bone et Joint Surgery (British Volume)*, 78B: 363–368.
- Hanson K. (2002), Material model inference from experimental data. CCS-2, Methods for Advanced Scientific Simulations, Los Alamos National Laboratory. <http://www.lanl.gov/home/kmh/> last accessed 08/23/2006.
- Hodgekinson R. and Currey J.D. (1992), Young's modulus, density and material properties in cancellous bone over a large density range. *Journal of materials science*, 3: 377-381.

- Hordon L.D., Raisi M., Aaron J.E., Paxton S.K., Beneton M. and Kanis J.A. (2000), Trabecular architecture in women and men of similar bone mass with and without vertebral fracture: I. two-dimensional histology. *Bone*, 27(2): 271-276.
- Jaffrin M.Y. et Goubel F. (1998), *Biomécanique des fluides et des tissus*. Edition Masson, 400.
- Jepsen K.J. and Davy D.T. (1997), Comparison of damage accumulation measures in human cortical bone. *Journal of Biomechanics*, 30(9): 891-894.
- Jessup J.V., Horne C., Vishen R.K. and Wheeler D. (2003), Effects of exercise on Bone density, Balance, and self-efficacy in older women. *Biological Research for nursing*, 4(3): 171-180.
- Johnson G.R. and Cook W.H. (1983), A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. *Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics*, The Hague, Netherlands: 541-547.
- Johnson M. and Katz J.L. (1984), Some new developments in the rheology of bone. *Biorheology (supplement)*, 1: 169-174.
- Kang Q., An Y. and Friedman R.J. (1997), Effects of Multiple Freezing-Thawing Cycles on Ultimate Indentation Load and Stiffness of Bovine Cancellous Bone. *American Journal of Veterinary Research*, 58: 1171-1173.
- Kapandji I.A. (1968), *Physiologie articulaire*, Fascicule 1. Librairie Maloine, 3^{ème} édition: 25, 29, 75.
- Kaptoge S., Dalzell N., Loveridge N., Beck T.J., Khaw K.T. and Reeve J. (2003), Effects of gender, anthropometric variables, and aging on the evolution of hip strength in men and women aged over 65. *Bone*, 32(5): 561-570.
- Karasik D., Cupples L.A., Hannan M.T. and Kiel D.P. (2003), Age, gender, and body mass effects on quantitative trait loci for bone mineral density: the Framingham study. *Bone*, 33(3): 308-316.
- Karlsson M.K., Duan Y., Ahlborg H., Obrant K.J., Johnell O. and Seeman E. (2001), Age, gender, and fragility fractures are associated with differences in quantitative ultrasound independent of bone mineral density. *Bone*, 28(1): 118-122.
- Kayvantash K. (2004), *Communications personnelles*.
- Keaveny T.M., Wachtel E.F. and Kopperdahl D.L. (1999), Mechanical behavior of human trabecular bone after overloading. *Journal of Orthopaedic Research*, 17: 346-353.
- Kotha, S.P. and Guzelsu, N. (2003), Tensile damage and its effects on cortical bone. *Journal of Biomechanics*, 36: 1683-1689.
- Kudlacek S., Schneider B., Resch H., Freudenthaler O. and Willvonseder R. (2000), Gender differences in fracture risk and bone mineral density. *Maturitas*, 36(3): 173-180.

- Labe A., Arnoux P.J., Behr M., Kayvantash K. and Brunet C. (2006), Advanced finite element model to simulate pelvic failure process, Proceeding of the 7th international symposium on Computer Methods in Biomechanics, Nice.
- Laugier P. (2000), Osteoporosis and quantitative ultrasound assessment of bone strength. ITBM-RBM, 21:341-350.
- Lemaître J. (1985), A continuous damage mechanics model for ductile fracture, Journal of Engineering Materials and Technology, 107: 83-89.
- Lemaitre J. (1996), A course on damage mechanics. 2nd édition, Editions Springer: 16, 98, 103, 108.
- Lemaitre J. et Chaboche J.L. (2001), Mécanique des matériaux solides. 2nd édition, Editions Dunod, (1^{ère} édition: 1985): 397-398.
- Liang R. and Khan A.S. (1999), A critical review of experimental results and constitutive models for BCC and FCC metals over a wide range of strain rates and temperatures. International Journal of Plasticity, 15(9): 963-980.
- Manias E. (2006), Materials Science Plenary Session, Materials Science et Engineering Department of the Penn State University.
<http://zeus.plmsec.psu.edu/~manias/PlmSe406/chapter11-5.pdf> last accessed 09/06/06.
- Marigo J.-J. (1981), Formulation of a damage law for an elastic material. Comptes Rendus, Série II-Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'Univers, Sciences de la Terre. 292(19): 1309-1312.
- Martin R.B., Burr D.B., and Sharkey N.A. (1998), Skeletal Tissue Mechanics, Springer-Verlag, New York: 31-40, 60-66, 156-165, 181-191.
- Martin R.B. (2003), Technical note: fatigue damage, remodeling, and the minimization of skeletal weight. Journal of Theoretical Biology, 220: 271-276.
- McCalden, R.W., McGeough J.A., Barker M.B. and C.M. Court-Brown (1993), Age-related in the tensile properties of cortical bone, Journal of Bone and Joint Surgery, 75A: 1193-1205.
- McElhaney J.H. (1966), Dynamic response of bone and muscle tissue. Journal of Applied Physiology, 21(4): 1231-1236.
- Mecalog (2003), Radioss user's code interface manual.
- Mecalog (2005), Radioss Theory Manual: 251-256, 265-266.
- Moreau J.P., Analyse Numérique, http://perso.orange.fr/jean-pierre.moreau/f_matrices.html last accessed 07/20/2006.
- Morgan E.F. and Keaveny T.M. (2001), Dependence of yield strain of human trabecular bone on anatomic site. Journal of Biomechanics, 34(10): 569-577.

- Mosekilde L. (2004), Blue Histology - Skeletal Tissues – Bone: more about Bone Dynamics. <http://www.lab.anhb.uwa.edu.au/mb140/MoreAbout/bonedynamics.html> last accessed 2004/23/06.
- Müller M.E., Nazarian S., Koch P. (1987), Classification AO des fractures : 1. les os longs, Editions Springer-Verlag.
- National Heart, Lung and Blood Institute (1998), Clinical Guidelines on the Identification - Evaluation, and Treatment of Overweight and Obesity in Adults. http://www.nhlbi.nih.gov/guidelines/obesity/ob_gdlns.htm last accessed 05/05/2006.
- Neu C.M., Manz F., Rauch F., Merkel A. and Schoenau E. (2001), Bone densities and bone size at the distal radius in healthy children and adolescents: a study using peripheral quantitative computed tomography. *Bone*, 28(2): 227-232.
- Nigg B.M., Herzog W. (1999), Biomechanics of the Musculo-skeletal System, Wiley et Sons, Second Edition (1st edition 1994): 58.
- Ogam E., Fellah Z., Groby J.P. and Wirgin A. (2005), Eigenmode analysis of the cortical osseous tissue-marrow coupled system. Proceeding of the 5th international ISAAC Congress.
- Pechnik N. (2005), Towards advanced modelling techniques for dynamic analyses of Airbus composite structures. Proceeding of the 6th IRUC, Nice, paper 9.
- Piekarski K. (1973), Analysis of bone as a composite material. *Int. Journal Engineering Sciences*, 11: 557-565.
- Pithioux M. (1997), Analyse de lois de comportement des os sous sollicitations dynamiques. DEA de Mécanique des solides, Université d'Aix Marseille II.
- Pithioux M. (2000), Lois de comportement et modèles de rupture des os longs. Thèse en Mécanique des solides et présentée à l'université d'Aix Marseille II.
- Pithioux M., Subit D. and Chabrand P. (2004), Comparison of compact bone failure under two different loading rates: experimental and modelling approaches. *Medical Engineering et Physics*, 26(8): 647-653.
- Pouilles J.M., Tremolliers F. and Ribot C. (1994), Effet de la ménopause sur la masse osseuse vertébrale: Etude longitudinale. *Presse Médicale*, 23: 1069-1073.
- Rajapatse C.S., Thomsen J.S., Espinoza Ortiz J.S., Wimalawana S.J., Ebbesen E.N., Mosekilde L. and Gunaratne G.H. (2003), An expression relating breaking stress and density of trabecular bone. *Journal of Biomechanics*, 36: 1241-1249.
- Rice J.C., Cowin S.C. and Bowman J.A. (1988), On the dependence of the elasticity and strength of cancellous bone on apparent density. *Journal of Biomechanics*, 21(2): 155-168.

Rico H., Conzalez-Riola J., Revilla M., Villa L.F., Gomez-Castresana F. and Escribano J. (1994), Cortical versus trabecular bone mass: Influence of activity on both bone components. *Calcified Tissue International*, 54: 470-472.

Robin S. (2001), HUMOS : Human Model For Safety – A Joint Effort Towards the Development of Refined Human-Like Car Occupant Models, *Proceeding of the 17th International Technical Conference on the ESV (Enhanced Safety of Vehicles)*, Washington, D.C.: 297.

Roschger P., Gupta H.S., Berzlanovich A., Ittner G., Dempster D.W., Fratzl P., Cosman F., Parisien M., Lindsay R., Nieves J.W. and Klaushofer K. (2003), Constant mineralization density distribution in cancellous human bone. *Bone*, 32(3): 316-323.

Roux. C. (2003), Méthodes non invasives de mesure de la densité minérale osseuse. Technical report, *Medecine Sciences*, 19: 231-8.

Rule W.K. and Jones S.E. (1998), A revised form for the Johnson-Cook strength mode. *International Journal of Impact Engineering*, 21(8): 609-624.

Schaffler M.B. and Burr D.B. (1988), Stiffness of compact bone. *Journal of Biomechanics*, 21:13.

Schuit S.C.E., van der Klift M., Weel A.E.A.M, de Laet C. E.D.H., Burger H., Seeman E., Hofman A., Uitterlinden A.G., van Leeuwen J.P.T.M. and Pols H.A.P. (2004), Fracture incidence and association with bone mineral density in elderly men and women: the Rotterdam Study. *Bone*, 34(1): 195-202.

Schoenau E., Neu C.M., Rauch F. and Manz F. (2002), Gender-specific pubertal changes in volumetric cortical bone mineral density at the proximal radius. *Bone*, 31(1): 110-113.

Sedlin E. and Hirsch C. (1966) Factors affecting the determination of the physical properties of femoral cortical bone. *Acta Orthopaedica Scandinavia*, 37(29): 29-48.

Seeman E. (1999), The structural basis of bone fragility in men. *Bone*, 25(1): 143-147.

Stromberg L., and Dalen N. (1976), The influence of freezing on the maximum torque capacity of long bones, an experimental study on dogs. *Acta Orthopaedica Scandinavia*, 47(3): 254–256.

Suffis A. and Combescure A. (2002), Un modèle d'endommagement a effet retard : étude numérique et analytique de l'évolution de la longueur caractéristique. *Simulation numérique et dynamique rapide, Revue européenne des éléments finis*, 11(5): 593-619.

Swanpalmer J., Kullenberg R. and Hansson T. (1998), Determination of bone mineral density in the third lumbar vertebral body using photon absorptiometry techniques. *Applied Radiation and Isotopes*, 49(12): 1511-1518.

Thollon L. (2001), Modélisation du membre thoracique dans le cadre d'un choc latéral. Approche expérimentale et numérique. Thèse de biomécanique, Université de la Méditerranée.

Tuominen J.T., Impivaara O., Puukka P., and Ronnema T. (1999), Bone mineral density in patients with type 1 and type 2 diabetes. *Diabetes Care* 22: 1196-1200.
<http://care.diabetesjournals.org/cgi/reprint/22/7/1196.pdf> last accessed 05/10/2006.

Vashishth D., Koontz J., Qiu S.J., Lundin-Cannon D., Yeni Y.N., Schaffler M.B. and Fyhrie D.P. (2000), In vivo diffuse damage in human vertebral trabecular bone. *Bone*, 26(2): 147-152.

Viano D.C. (1986), *Biomechanics of Bone and Tissue: A review of material properties and failure characteristics*, SAE.

Viot P. (2003), *Méthodes d'analyse numérique, Cours du DEA Modélisation Dynamique et Statistique des Systèmes Complexes, Laboratoire de Physique Théorique des Liquides*.
<http://cel.ccsd.cnrs.fr/cours/cel-19/numeri.pdf> last accessed 10/15/2004.

Viot P. (2006), Description phénoménologique du comportement des matériaux cellulaires sous sollicitations dynamiques, Séminaire « Matériaux », GDR 2610 de Biomécanique, Marseille du 16/05/06.

WHO (1997), Preventing and Managing the Global Epidemic of Obesity. Report of the World Health Organization Consultation of Obesity, Geneva.
http://whqlibdoc.who.int/trs/WHO_TRS_894_fre.pdf last accessed 05/05/2006.

Wielgosz C. (1999), *Cours et exercices de résistance des matériaux – élasticité, plasticité, éléments finis*. Editions Ellipses – Universités: 244.

Williams J.L., Do P.D., Eick J.D. and Schmidt T.L. (2001), Tensile properties of the physis vary with anatomic location, thickness, strain rate and age. *Journal of Orthopaedic Research*, 19(6): 1043-1048.

Winkelmuller G. (2006), Non homogeneous material and material failure, Conférence “Materials modelling with RADIOSS”(Mecalog), Massy, 16/05/2006.

Woo S.L.Y. and Levine R.E. (1988), *Handbook of biomaterial properties – chapter: ligament, tendon and fascia*. Edited by J Black and G Hastings, Ed. Chapman and Hall: 59-65.

Wright T.M. and Hayes W.C. (1976), Tensile testing of bone over a wide range of strain rates: effects of strain rate, microstructure and density. *Medical and biological Engineering*: 671-679.

Wronski M. (1994), *Couplage du contact et du frottement avec la mécanique non linéaire des solides en grandes déformations – Application à l'étude des blocs de mousse en polyuréthane*. Thèse de Mécanique, Université de Technologie de Compiègne, 25-26.

www.passeportsante.net/fr/Maux/Tests/Fiche.aspx?doc=massecorpo_ts
last accessed 05/05/2006.

http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Body_mass_index_chart.svg last accessed 05/05/2006.

www.halls.md/body-mass-index/mens.htm last accessed 05/05/2006.

[www.betterhealth.vic.gov.au/bhcv2/bhcarticles.nsf/pages/Body_Mass_Index_\(BMI\)?OpenDocument](http://www.betterhealth.vic.gov.au/bhcv2/bhcarticles.nsf/pages/Body_Mass_Index_(BMI)?OpenDocument) last accessed 05/05/2006.

Yamada H. (1970), *Strength of biological materials*, Ed. The Williams and Wilkins Company Baltimore: 19-49.

Yan L., Prentice A., Zhou B., Zhang H., Wang X., Stirling D.M., Laidlaw A., Han Y. and Laskey A. (2002), Age-and gender-related differences in bone mineral status and biochemical markers of bone metabolism in Northern Chinese men and women. *Bone*, 30(2): 412-415.

Yang, J. (1998), HUMOS Bibliographic study – Biomaterials, version B: 10-28.

Yeni Y.N. and Fyhrie D.P. (2003), A rate-dependent microcrack-bridging model that can explain the strain rate dependency of cortical bone apparent yield strength. *Journal of Biomechanics*, 36(9): 1343-1353.

Young Y., Myers A.H. and Provenzano G. (2001), Factors Associated with time to first hip fracture. *Journal of aging and health*, 13(4): 511-526.

Zerilli F.J. and Armstrong R.W. (1987), Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations. *Journal of Applied Physics*, 61(5): 1816-1825.

Zimmermann Th., Truty A., Urbanski A., Commend S. and Podles K. (2006), Zsoil.pc: a unified approach to stability, bearing capacity, consolidation, creep and flow for two and three-dimensional simulations in geotechnical practice. Zace Services Ltd.
http://www.zace.com/white_p/zswp30.html last accessed 10/04/2006

Zioupou P., Wang X.T. and Currey J.D. (1996a), The accumulation of fatigue microdamage in human cortical bone of two ages in vitro. *Clinical Biomechanics*, 11 (7): 365-375.

Zioupou P., Wang X.T. and Currey J.D. (1996b), Experimental and theoretical quantification of the development of damage in fatigue tests of bone and antler. *Journal of Biomechanics*, 29(8): 989-1002.

Zioupou P. (2001), Ageing of human bone: factors affecting its biomechanical properties and the role of collagen. *Journal of Biomaterials Applications*, 15: 187-229.

ANNEXES

ANNEXE 1 : PARAMETRES MECANIQUES DES OS

I PARAMETRES MECANIQUES DU FEMUR

auteurs	source	site anatomique	type os	orientation	sollicitation	densité apparente	E (MPa)	σ_y (MPa)	ϵ_y (%)	σ_{ult} (MPa)	ϵ_{ult} (%)	âge (ans)	nb spécimen	
Ashman, Cowin & al (84)	Handbook of biomaterial properties	fémur	compact		tract		E ₁ =12800 E ₂ =13400 E ₃ =20000							
Bayraktar & al (2004)		fémur	compact		tract		19900(1800)	107,9(12,3)	0,73(0,05)			51-85	74	
Burstein (1972)	HUMOS bibliographic study	fémur	compact		tract		14100							
Burstein (1973)	Accidental Injury	fémur	compact	longitudinal transverse	tract		17425 12700			151 (18)				
Evans & Lebow(1951)	Accidental Injury	fémur proximal milieu distal antérieur postérieur médial latéral fémur proximal milieu distal antérieur postérieur médial latéral	compact	humide sec	tract		13507 14540 14265 14609 14334 13581 13989 17159 19020 17986 17193 17228 18055 18579			77 83 81 78 80 80 84 104 111 104 99 108 110 111	1,246 1,274 1,154 1,198 1,056 1,353 1,335 0,67 0,666 0,67 0,545 0,687 0,722 0,691			
Courtney & al (1996)	Yeni & Fyhrie (2003)	fémur	compact		tract		14780 15690	49,3 55,3	0,356 0,378			72(6) 26(5)		
Ko (1953)	HUMOS bibliographic study	fémur	compact		tract		17300			122 (1,1)				
Reilly & Burstein (1975)	Yeni & Fyhrie (2003)	fémur	compact		tract		15600-18300	108-117				21-71		
Sedlin & Hirsch (66)	Accidental Injury	fémur	compact	long.	tract		6260			86,5				
Yamada (1970)		fémur	compact	humide sec	tract		17259 20201			122 151	1,41 1,24			
Yamada (70)		fémur	compact	humide sec	tract		17600 20600			124(1,1) 154(1)	1,41 1,24	20-39		
Bayraktar & al (2004)		fémur	compact		tract comp		20300 18900 20900 19800 21100 22200 19300 17800	111,4 106,8 114,3 104,9 95,6 93,6 77,4	0,74 0,76 0,75 0,71 0,64 0,62 0,6			63 62 72 66 63 62 72 66	1M 2 F 2M 2M 1M 2 F 2M 2M	
Beillas (1999)		fémur	compact	stat dyn stat dyn stat stat dyn stat dyn stat modèle moyen stat (litt.) dyn (av corr.) stat dyn stat stat dyn stat stat modèle moyen stat (litt.) dyn (av corr.)	tract comp		15600 15600 17000 20000 15000 15600 15600 19000 10000 13500 17000 14500 17400 180 180 200 200 160 180 170 200 125 150 250 205 232	90 100 107 150 75 100 75 100 57 80 130 92 126 126 180 180 200 200 160 180 170 200 125 150 250 205 232		100 110 120 180 100 130 120 57 80 140 104 126 126 205 232	2,7 1 3,1 2,9 3,4 1,8 1,8 3,4 2,26 2,2 2,26 2,2		62 62 65 65 73 73 77 77 82 82 89 62 62 65 65 73 73 77 77 82 82 89	

Tableau 35 : Paramètres mécaniques du fémur en fonction du type d'os et de sollicitations

Tableau 36 : Paramètres mécaniques du fémur en fonction du type d'os et de sollicitations

Burstein & Reilly (1976)		fémur	compact		tract		17000(2240) 17600(280) 17700(4450) 16600(1740) 17100(2210) 16300(1780) 15600(710) 18100(280) 18600(140) 18700(1480) 18200(610) 15900(680) 18000(1860) 15400	120(6,4) 120(9,9) 121(8,4) 111(11,9) 112(5,9) 129(5,5) 111(6,5) 104(5,0)		140(10,0) 136(3,5) 139(10,7) 131(12,6) 129(6,4) 129(5,5) 120(7,1) 209(3,5) 209(8,5) 200(17,0) 192(16,8) 179(14,9) 190(19,6) 180	3,4(0,67) 3,2(0,92) 3(0,40) 2,8(0,59) 2,5(0,55) 2,5(0,60) 2,4(0,21)	20-29 30-39 40-49 50-59 60-69 70-79 80-89	36 11 14 37 42 28 10 11 9 12 18 27 14 4	Elastic=754(106,9) 637(0,7) 1000(294,2) 894(187,3) 980(145,4) 1006(201,0) 1078(328,8)
Cezayirlioglu (85)	Beillas (99)	fémur	compact	long.	tract comp			116(10,6) 181(13,1)		136(8,7) 205(12,6)	3,9(0,8) 3,1(0,8)			
Reilly & Burstein (1975)	Accidental Injury	fémur	compact	longitudinal transverse	tract comp tract comp		17400 18200 1270 1170	114(3,1) 37,8(9,3)		135(15,6) 205(17,3) 53(2,7) 131(20,7)	0,031(0,0072) 0,019(0,007) 0,007(0,0014)			
Reilly & Burstein (75)	Handbook of biomaterial properties	fémur	compact		tract comp		E ₁ =12800 E ₂ =12800 E ₃ =17700 E ₄ =11700 E ₅ =11700 E ₆ =18200							
Yamada (70)		fémur	compact	humide	tract comp					116(1,5) 125(1) 122(1,9) 114(2,5) 95(1,4) 88(2,4) 88(2,4) 109 170(4,4) 170(4,2) 164(3,7) 158(4,4) 148(2,3)	1,48 1,44(0,007) 1,38(0,014) 1,31(0,027) 1,28(0,015) 1,26(0,005) 1,26(0,005) 1,35 moy adulte 1,9(0,07) 1,8(0,02) 1,8(0,02) 1,8(0,02) 1,8(0,02)	10-19 20-29 30-39 40-49 50-59 60-69 70-79 10-19 20-29 30-39 40-49 50-59 60-69 70-79		
Cezayirlioglu (85)	Beillas (99)	fémur	compact	long.	torsion			54(5,5)		71(2,9)	19,6(5,6)			
Reilly & Burstein (75)	Accidental Injury	fémur	compact	long.	torsion		3280	68(2,7)						shear modulus
Yamada (1970)	HUMOS bibliographic study	fémur	compact		torsion		3430 3430 3140 3140 2940 2940			57 57 52,7 52,7 48,6 48,6	2,8 2,8 2,5 2,5 2,7 2,7	20-29 30-39 40-49 50-59 60-69 70-79 80-89		ultimate distortion
Sedin (1965)	HUMOS bibliographic study	fémur	compact		flexion		15800			164				module de rupture=181 Mpa
Sedin & Hirsch(1966)	HUMOS bibliographic study	fémur	compact		flexion		15500			181				module de rupture=176 Mpa
Yamada (1970)	HUMOS bibliographic study	fémur	compact		flexion					151 174 174 162 154 139 139	8,6 7,5 6,6 6,2 6,2 5,3 5,3	20-29 30-39 40-49 50-59 60-69 70-79 80-89		ultimate specific deflection
Yamada (1970)	Accidental Injury	fémur	compact		cisaillement					82,37	0,6			
Pithioux (2000)		diaphyse fémorale					15-26 GPa			100-190	0,4-1			
Banse & al (96)	Bruyère (2000)	tête fémorale	poreux	comp. in situ	comp		1137			15,8		45-72	10 paires	comparaison d/g
Bayraktar & al (2004)		col fémur	poreux		tract comp		18000(2800) 18000(2800)	84,9(11,2) 135,3(34,3)	0,62(0,04) 1,04(0,15)			51-85		6 6 800
Brown & Ferguson (80)	Bruyère (2000)	tête fémorale	poreux	dir inf-sup	comp		4800-69000			310				
Brown & Ferguson (80)	Accidental Injury	fémur proximal	poreux	5mm cubes 9,5mm length	comp		344,7			120-310				
Ciarielli (1986, 1991)	HUMOS bibliographic study	fémur proximal	poreux	9,5 mm length 8 mm cubes	comp		58-2248 49-572			2,1-16,2				
		distal	poreux	8 mm length 8 mm cubes	comp		58,8-2942 7,6-800			19				
Delianni & al (91)	Bruyère (2000)	tête fémorale	poreux	zone porteuse	comp	0,52	105			8,3		50-60	55	différentes zones testées
Destresse (98)	Bruyère (2000)	tête fémorale	poreux		comp		1751(938)						26	ultrasons
Lotz & al (90)	Follet (2002)	fémur	poreux		comp		441(271)		6,76(4,84)			25-82	49	
Martens & al (83)	Bruyère (2000)	tête fémorale	poreux	dir coxale centre-tête	comp		900(710)		9,3(4,5)			27-77	6	diff zones et dir testées
Martens & al (83)	Accidental Injury	fémur proximal	poreux	0,25inch length 8mm diameter	comp		1000-9800		0,45-15,6					
Morgan & Keaveny (2001)		fémur gd trochanter	poreux		tract comp	0,22(0,04) 0,22(0,05)	597(330) 622(302)	2,44(1,26) 3,21(1,83)	0,61(0,05) 0,7(0,05)					
		fémur col	poreux		tract comp	0,54(0,12) 0,58(0,11)	2700(772) 3230(936)	10,93(3,08) 17,45(6,15)	0,61(0,03) 0,85(0,1)					
Rohlmann & al (80)	Follet (2002)	fémur	poreux		comp	0,5(0,16)	389(270)			7,36(4)		58-83	299	10 cadavres

II PARAMETRES MECANIQUES DU TIBIA

Vincentelli (1985)	Accidental Injury	tibia	compact	os primaire os haversien >75% os primaire <25% os primaire	tract		19726 18014 19411 17595			162 133 161,23 129,53	2,58 2,17 2,66 2,18		
Yamada (70)		tibia	compact	humide sec	tract		18044 20593			143(1,2) 174(1,2)	1,5 1,29		
Burstein & Reilly (1976)		tibia	compact		tract comp		18900(3990) 27000 28800(9190) 23100(4270) 19900(2440) 19900(2100) 29200 35300 30600(11050) 24500(1050) 25100(1120) 26700 25900	126(8,5) 129 140(4,2) 133(7,9) 124(8,7) 120(6,8) 131		161(3,7) 154 170(6,5) 164(9,4) 147(9,2) 145(17,3) 156 213 204(7,6) 192(0,5) 183(6,0) 183 197	4(1,07) 3,9 2,9(0,44) 3,1(0,16) 2,7(0,37) 2,7(0,84) 2,3	20-29 30-39 40-49 50-59 60-69 70-79 80-89 30-39 40-49 50-59 60-69 70-79 80-89	19 Elastic=1170(305) 6 910 12 1390(218) 23 1210(169) 44 1200(127) 16 1180(76) 3 1430 3 6 8 14 4 3
Yamada (1970)	Accidental Injury	tibia	compact		cisaillement					80,41	0,66		
Ashman& al (89)	Bruyère (2000)	proximal tibiale	poreux	ultrasons direction inf-sup	comp	0,26(0,113)	1107(634)						échantillons de 3 tibias
Carter & Hayes (77)	Bruyère (2000)	tibia proximal	poreux	taux déf.=10/s	comp	0,3(0,09)	211(78)			27(9,8)			10
Carter & Hayes (77)	Accidental Injury	tibia proximal	poreux	10,3mm diameter 5mm length	comp		1,4-79			1,5-45			
Ciarelli (1986, 1991)	HUMOS bibliographic study	tibia proximal	poreux	8 mm cubes	comp					0,52-11	5-552		
Goldstein (1983)	HUMOS bibliographic study	tibia proximal	poreux	10 mm length 7 mm diamètre	comp		8-457			1-13			
Hvid (1985)	HUMOS bibliographic study	proximal tibiale	poreux	10 mm length 5 mm slabs	comp		4-430			13,8-116,4			
Lindahl (76)	Bruyère (2000)	proximal tibiale	poreux	os sec dégraissé	comp		23,1(0,4) 34,6(0,4)			2,2(0,2) 3,9(0,3)		14-89	F=32 H=32
Linde & al (89)	Follet (2002)	proximal tibiale	poreux		comp	0,29(0,1)	445(257)			5,33(2,93)		59-82	121 9 cadavres
Morgan & Keaveny (2001)		tibia proximal	poreux		tract comp	0,23(0,1) 0,23(0,06)	1068(840) 1091(634)	4,5(3,14) 5,83(3,42)	0,65(0,05) 0,73(0,06)				
Schoenfeld & al (74)	Bruyère (2000)	proximal tibiale	poreux	dir coxale	comp	0,745-0,885	345(28)			0,15-13,54			30 différentes zones testées
Williams & Lewis (82)	Accidental Injury	tibia proximal	poreux	5-6mm cubes	comp		10-500			1,5-6,7			

Tableau 37 : Paramètres mécaniques du tibia en fonction du type d'os et de sollicitations

III PARAMETRES MECANIQUES DES VERTEBRES

Ashman & al (86)	Accidental Injury	vertèbres	poreux	5mm diameter 10-15mm length	comp		158-378													shear modulus=58-89 Mpa
Galante & al (70)	Accidental Injury	vertèbres	poreux	7, 10mm diameter	comp						0,39-5,98									
McElhaney (1970)	HUMOS bibliographic study	vertèbres	poreux	10 mm length	comp		151,7				4,13									
Morgan & Keaveny (2001)		vertèbres	poreux		tract comp	0,19(0,04) 0,18(0,05)	349(133) 344(148)	1,72(0,64) 2,02(0,92)	0,7(0,05) 0,77(0,05)											
Struhl (1987)	HUMOS bibliographic study	vertèbres	poreux	8 & 6 mm cubes	comp		10-428				0,06-15									
Weaver & al (66)	Accidental Injury	vertèbres	poreux	1cm cubes	comp						0,34-7,72									
Yamada (1970)	HUMOS bibliographic study	vertèbres	poreux		comp		88,2 68,6				1,86 1,37			40-49 60-69						
Hansson & al (87)	Handbook of biomaterial properties	lominaire	poreux		comp	0,19(0,08)	23(15)	1,55(1,11)						71-84				231		3 cadavres
Kopperdahl (98)	Follet (2002)	Lominaire	poreux		comp	0,17(0,04)	291(113)				2,23(0,95)			32-65				22		
Mosekilde (86)	Follet (2002)	Lominaire	poreux		comp	0,24(0,07)	67(44)				2,45(1,52)			15-87				40		
Mosekilde & al (87)	Handbook of biomaterial properties	lominaire	poreux		comp	0,24(0,07)	67(44)				2,45(1,52)			15-87				40		42 cadavres
Yamada (70)		lominaire	poreux	humide	tract comp		x 1,2 ou 1,3=sec 90 70				1,2(0,1) 1,9 1,4	0,58(0,03) 2,5 2,4		30-39 40-49 60-69						
Lindahl (76)	Bruyère (2000)	L2-L4	poreux	os sec dégraissé	comp		35,1(0,6) 55,6(0,7)				2,7(0,2) 4,6(0,3)			14-89				F=32 H=32		
Galante & al (70)	Bruyère (2000)	L3, L4	poreux		comp	0,19(0,01)					2,06(0,25)							17		
Milton (97)	Bruyère (2000)	L2	poreux		comp	0,22(0,05)	135(81)				1,6(0,9)			47-95				22		
Mosekilde (1989)	Bruyère (2000)	L3	poreux		comp	7,75(1,41)** 7,82(1,64)**					0,93(0,4) 0,93(0,55)			75-91				F=14 H=14		**BV/TV %
Weaver & al (66)	Bruyère (2000)	L3-L5	poreux		comp						3,1			10-90				137		
Yamada		vertèbres cervicales		humides	tract						3,5 3,1	0,85 0,7		20-39 40-59 60-79						
											3,2	0,75		moy.						
		thora. sup.									3,7(0,1) 3,3(0,2)	0,86(0,11) 0,73(0,08)		20-39 40-59 60-79						
											3,4	0,77		moy.						
		thora. mil.												20-39 40-59 60-79						
														moy.						
		thora. inf.									3,8(0,3) 3,5(0,2)	0,87(0,07) 0,73(0,09)		20-39 40-59 60-79						
											3,6 4(0,3) 3,7(0,2)	0,78 0,91(0,13) 0,75(0,08)		moy. 20-39 40-59 60-79						
		lominaire									3,8 3,8 3,4	0,8 0,87 0,73		moy. 20-39 40-59 60-79						
		moy									3,5	0,78		moy.						
		cervical			comp						12,7(0,2) 10,8(0,2) 7,4(0,2)	8,1(0,08) 6,7(0,15) 5,1(0,15)		20-39 40-59 60-79						
											10,3 8,8(0,2) 7,3(0,2) 5,5(0,2) 7,2	6,6 7,4(0,15) 5,3(0,12) 3,8(0,12) 5,5		moy. 20-39 40-59 60-79 moy.						
		thora. sup.									8,8(0,2) 7,3(0,2) 5,5(0,2) 7,2	7,4(0,15) 5,3(0,12) 3,8(0,12) 5,5		20-39 40-59 60-79 moy.						
											7,8(0,1) 6,2(0,2) 4,4(0,1)	6,6(0,11) 5,3(0,18) 9,6(0,11)		20-39 40-59 60-79						
		thora. mil.									6,1 7,3(0,1) 6,2(0,2) 4,4(0,1)	5,2 5,6(0,09) 4,5(0,11) 3,5(0,09)		moy. 20-39 40-59 60-79						
		thora. inf.									5,4 6,4(0,1) 4,5(0,2) 3,1(0,1)	4,5 5,6(0,08) 4,2(0,09) 3,2(0,11)		moy. 20-39 40-59 60-79						
		lominaire									4,7	4,3		moy.						

Tableau 38 : Paramètres mécaniques des vertèbres en fonction du type d'os et de sollicitations

IV PARAMETRES MECANIQUES DU CRANE

Barber & al (70)	Delille (2002)	os crânial	sandwich	frontal pariétal occipital sut. Lambdoïde sut. Coronale moy	comp		545,5 718,1 737,7 1344,9 481,7 715,1			50,7 75,6 80,3 85,6 54,3 71,5				42 140 29 16 16
Evans & al (48)	Delille (2002)	os crânial pariétal	compact-diploe-compact long, transv compact-diploe-compact	tract comp comp comp						70,5 (41,6-108,9) 152,2 (85,4- 167,3 (31-323,3) 25,1 (11,7-39,8)				15 69 56 23
McElhaney & al (1970)	Delille (2002)	os crânial	compact-diploe-compact radiale tangentielle tangentielle diploe diploe	comp comp tract cisaillement torsion			2413,95 5586,57 5379,66 (2896,74) 1380 (970)			73,7 (35,1) 96,5 (35,8) 43,4 (18,6) 21,4 (3,45) 22,1 (5,52)	9,7 (8) 5,1 (3,2)	56-73		17 Poisson = 0,19 (0,08) Poisson = 0,22 (0,11)
Nishimoto & al (95)	Delille (2002)	os crânial	sandwich diploe	10 frontaux 13 pariétaux comp cisaillement ? comp cisaillement			8750 (5250) 7120 (6670) 3470 (2190) 4660 (350) 1850 (1460) 3470 (2710)		0,63 (0,35) 0,38 (0,23)		1,61 (1,26) 0,95 (0,84)			Poisson=0,25 (0,09) Poisson=0,25 (0,09)
Schueler & al (94)	Delille (2002)	os crânial	sandwich	pariétal	comp tract cisaillement	1,67 (1,3-	313,8 (55,6-			130,1 (54,1- 4,9 (1-11,6) 15 (4,2-33,9)		18-85		204

Tableau 39 : Paramètres mécaniques du crâne en fonction du type d'os et de sollicitations

V PARAMETRES MECANIQUES D'OS

Jensen & al (91)	Bruyère (2000)	calcaneum	poreux	axe oblique	comp	0,37(0,04)	114(45)			2,3(1)		20	42-93
Lespessailles & al (98)	Bruyère (2000)	calcaneum	poreux	axe vertical	comp	0,3(0,1)	89,3(48,3)			1,84(1,17)		22	50-94
Milton (97)	Bruyère (2000)	calcaneum	poreux	axe oblique	comp	0,31(0,08)	314(228)			3,9(2,4)		20	52-95
Weaver & al (66)	Bruyère (2000)	calcaneum	poreux	axe vertical	comp					3,7		137	10-90
Ko (53)	Accidental Injury	fibula	compact	long,	tract					146			
Yamada (70)	Accidental Injury	fibula	compact	humide sec	tract		18534 21084			146,11 175,53			
Yamada (70)		fibula	compact	humide sec	tract		18900 21500			149(1,5) 179(1,4)	1,59 1,38		
Yamada (1970)	Accidental Injury	fibula	compact		cisaillement					80,41	0,69		
Yamada (1970)	HUMOS bibliographic study	humérus	compact	humide sec	tract		17161 20005			122,58 154,94	1,43 1,28		
Yamada (70)		humérus	compact	humide sec	tract		17500 20400			125(0,8) 158(2,2)	1,43 1,28		
Yamada (1970)	Accidental Injury	humérus	compact		cisaillement					73,55	0,64		
Yamada (1970)	HUMOS bibliographic study	radius	compact	humide sec	tract		18534 21378			149,06 176,52	1,5 1,31		
Yamada (70)		radius	compact	humide sec	tract		18900 21800			152(1,4) 183(1,6)	1,5 1,31		
Yamada (1970)	Accidental Injury	radius	compact		cisaillement					70,61	0,68		
Yamada (1970)	HUMOS bibliographic study	ulna	compact	humide sec	tract		18436 21182			148,08 177,5	1,45 1,3		
Yamada (70)		ulna	compact	humide sec	tract		18800 21600			151(1,5) 181(1,2)	1,49 1,3		
Yamada (1970)	Accidental Injury	ulna	compact		cisaillement					81,39	0,71		
Guhan & Goldstein (1989)	HUMOS bibliographic study	crête iliaque	poreux compact poreux compact		tract		4160 (2,02) 5260 (2,09) 3030 (1,63) 3760 (1,78) 4590 (1,83)					63 63 23 23 23	29 36 13 12 10

Tableau 40 : Paramètres mécaniques du calcaneum, de la fibula, de l'humérus, du radius, de l'ulna et de la crête iliaque en fonction du type d'os et de sollicitations

ANNEXE 2 : FORMULATION EF

Il existe une famille de logiciels de calcul dynamique qui utilise un schéma d'intégration explicite en temps : Pam Crash, LS-Dyna, Radioss, Abaqus Explicite.

La méthode des éléments finis (EF) est utilisée pour trouver une solution approchée de la solution exacte d'un problème. Pour cela, le problème est formulé d'un point de vue énergétique. En y ajoutant la loi de comportement, on obtient une formulation variationnelle que l'on résout par E.F. une fois le problème discrétisé :

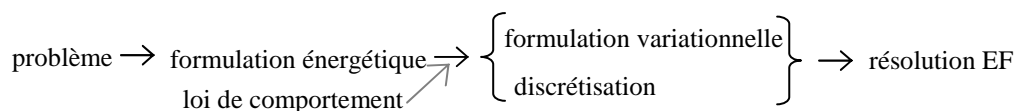


Figure 125 : Démarche pour la résolution par éléments finis

Selon le problème considéré, les descriptions du maillage, de la cinématique et de la cinétique peuvent changer. Les choix concernant ces différentes descriptions se font lors du choix de la loi de comportement qui sera attribué aux différents composants du problème considéré.

I DESCRIPTION DU MAILLAGE

Le choix de la description du maillage est très important pour des problèmes à grande déformation ou d'interactions fluide-structure. Il y a trois descriptions de maillage différentes :

- ✓ Le maillage Lagrangien : Les points du maillage sont confondus avec les points du matériau. Les éléments se déforment donc avec le matériau. La précision de l'élément et le pas de temps dépendent de la distorsion de l'élément et limitent l'amplitude de déformation que peut décrire ce type de maillage. Cette description est généralement plus utilisée pour un problème de structure.
- ✓ Le maillage Eulérien : Les coordonnées des nœuds de l'élément sont fixes, les nœuds restent coïncident avec les points spatiaux. Il n'y a donc pas de problème de précision lié à la déformation du matériau. Cependant, les nœuds aux limites ne restent pas toujours confondus avec les limites du domaine. Les conditions aux limites doivent donc être appliquées à des points qui ne sont pas des nœuds, ce qui peut entraîner des complications pour des modèles multi-dimensionnels. Dans le cas d'un problème de fluide, un maillage Eulérien avec une formulation Corotationnelle conviendra mieux.
- ✓ Le maillage Lagrangien Eulérien arbitraire (ALE) : Les nœuds sont programmés pour bouger arbitrairement. Habituellement, les nœuds aux limites bougent pour rester aux limites tandis que les nœuds intérieurs bougent pour minimiser la distorsion de l'élément. La description ALE avec une formulation Corotationnelle sera plutôt utilisée pour un problème couplant fluide et structure.

ANNEXE 3 : CRITERES DE PLASTICITE

D'un point de vue mécanique, il existe différents critères de plasticité. Il existe quatre critères principaux indépendants de la pression hydrostatique et deux autres dépendant de cette pression (Besson et al, 2001 ; Garcia, 2006) :

- ✓ Le critère de von Mises est isotrope et permet de prédire l'écrouissage des matériaux ductiles comme les métaux. D'un point de vue physique, le critère signifie que la plastification est possible lorsque l'énergie élastique de distorsion a atteint une valeur critique. De part sa simplicité et sa régularité, le critère de von Mises est le plus utilisé numériquement. La majorité des lois de comportement du logiciel Radioss utilise ce critère.
- ✓ Le critère de Tresca est aussi isotrope et sert également pour prédire l'écrouissage des matériaux ductiles. La principale différence entre les critères de von Mises et Tresca est que le premier utilise les cisaillements maximaux dans chaque plan principal alors que le second ne prend que le plus grand d'entre eux. Le critère de Tresca présente des discontinuités de normale à la surface, il est donc moins utilisé numériquement que le critère de von Mises.
- ✓ Le critère de Hill est quadratique anisotrope (généralisation de celui de von Mises). En réalité, il s'agit d'une symétrie orthotrope pour des tôles minces laminées. Cependant les seuils sont identiques en traction et en compression.
- ✓ Le critère de Tsai est une généralisation du critère de Hill qui permet justement de prendre en compte les différences d'état d'écrouissage en traction et en compression. En fait, on rajoute une forme linéaire à la forme quadratique de Hill. Le critère de von Mises est un cas particulier de celui Tsai pour un matériau isotrope. Sous sa forme la plus générale, il nécessite 27 coefficients caractéristiques du matériau. Les critères de Tsai-Hill et Tsai-Wu servent à définir un critère plastique pour les composites.

Les critères faisant intervenir la pression hydrostatique sont nécessaires pour représenter la déformation plastique des matériaux pulvérulents, des sols ou présence d'endommagement du matériau. Ils expriment le fait qu'une contrainte hydrostatique rend plus difficile la déformation plastique. Une des conséquences de leur formulation est qu'ils introduisent une dissymétrie traction – compression. Parmi ces modèles, les deux plus connus sont :

- ✓ Le critère de Drucker-Prager qui est une extension du critère de von Mises. Il introduit un coefficient dépendant du matériau supplémentaire par rapport à von Mises. D'après Zimmermann et al (2006), il est plus pratique que le critère de Mohr-Coulomb, d'un point de vue numérique.
- ✓ Le critère de Mohr-Coulomb est un critère d'endommagement isotrope conique. Il est usuellement utilisé pour des matériaux ayant un comportement différent en traction et en compression (terre, roche, béton...). Il est apparenté au critère de Tresca et est sous-tendu par la notion de frottement.

Ces deux modèles prévoient que le matériau devient infiniment résistant en compression triaxiale, ce qui n'est pas généralement pas le cas des matériaux réels sensibles à la pression hydrostatique. On a alors recours à des critères « fermés » tels que le « cap model » ou le modèle de Cam-clay.

ANNEXE 4 : ESSAIS EXPERIMENTAUX

I DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Les différentes mesures faites dans la perspective de pouvoir personnaliser les modèles numériques :

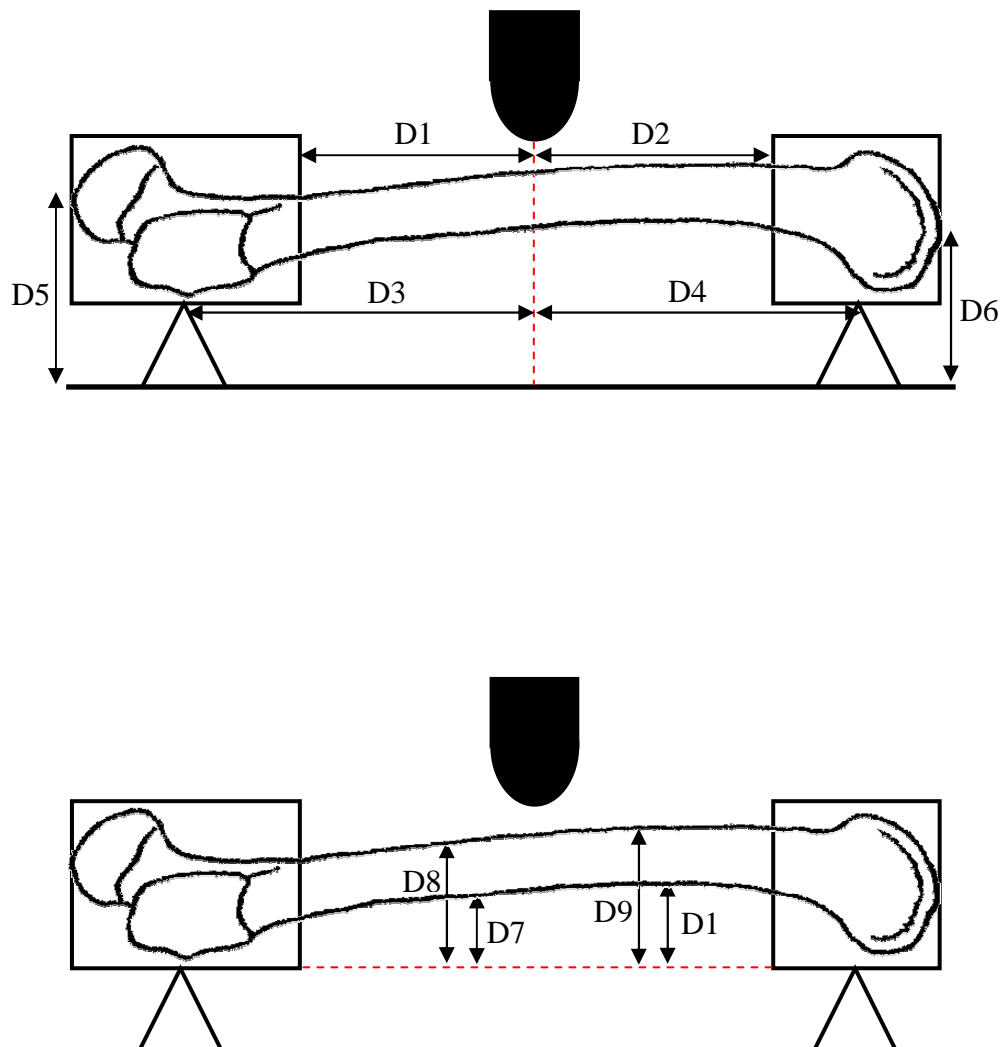


Figure 126 : Mesures faites avant l'essai

II TABLEAUX ET GRAPHIQUES RECAPITULATIFS DES ESSAIS

II.1 TABLEAU RECAPITULATIF DES ESSAIS SUR LES FEMURS

Référence	sexe	âge	poids (kg)	taille (cm)	Essais	direction impact	F _{max} (N)	d _{max} (mm)
R33	M	89	73	172	pre-femur01	post-ant	2749,02	11,79
R29	M	84	63	171	pre-femur02	post-ant	3271,20	10,61
152-03	M	75	72	179	pre-femur03	post-ant	1723,80	8,61
R35	M	75	75	178	pre-femur04	post-ant	2158,20	6,55
162-03	F	95	53	153	pre-femur05	med-lat	2367,90	9,88
155-03	M	86	61	171	pre-femur06	med-lat	1028,90	10,07
140-02	M	63	67	164	pre-femur07	post-ant	4228,60	10,22
151-04	F	79	**	**	pre-femur08	med-lat	1933,70	10,63
73-05	F	97	**	**	pre-femur09	med-lat	2422,70	10,14
151-04 (congelé)	F	79	**	**	pre-femur10	med-lat	1963,00	10,00
R34	M	75	86	176	pre-femur11	med-lat	3979,90	9,78
R43	F	79	55	142	pre-femur12	med-lat	**	**
R31	M	80	67	170	pre-femur13	med-lat	1133,00	5,39
123	M	67	58	172	pre-femur14	med-lat	1743,10	4,80
99-03	F	90	62	158	pre-femur15	post-ant	1645,40	8,80
80-05	M		75	162	pre-femur16	post-ant	717,99	3,02
39-05	M	93	61	162	pre-femur17	post-ant	2738,40	6,83
39-05	M	93	61	162	pre-femur18	post-ant	3349,00	10,41
121	M	59	63	179	pre-femur19	post-ant	**	**
R30	F	94	55	148	pre-femur20	med-lat	2363,00	11,74
122	F	74	/	158	pre-femur21	post-ant	1079,00	4,98
R36	M	93	69	164	pre-femur22	post-ant	3242,40	9,60
163-03	**	**	**	**	pre-femur23	post-ant	2329,20	8,29
moyenne		83,21	66,13	165,88			2293,69	8,67
écart-type		9,80	8,34	8,50			930,96	2,40
moyenne	61,90%	81,08	68,31	169,46	Hommes			
écart-type		9,83	7,53	5,89				
moyenne	33,33%	86,86	56,67	154,25	Femmes			
écart-type		8,61	3,86	4,15				
inconnus	4,76%							

Tableau 41 : Informations relatives à chaque fémurs testés

II.2 TABLEAU RECAPITULATIF DES ESSAIS SUR LES TIBIAS

Référence	sexe	âge	poids (kg)	taille (cm)	Essais	direction impact	F _{max} (N)	d _{max} (mm)
73-05	F	97	**	**	pre-tibia01	lat-med	2445,80	8,07
88-01	M	49	59	170	pre-tibia02	lat-med	1811,50	9,88
151-04 (congelé)	F	79	**	**	pre-tibia03	lat-med	**	**
100-03	F	91	49	155	pre-tibia04	post-ant	3213,00	6,11
99-03	F	90	62	158	pre-tibia05	post-ant	1655,80	6,40
80-05	M		75	162	pre-tibia06	post-ant	1776,80	3,18
109	M	78	57	170	pre-tibia07	lat-med	1279,10	4,86
18-05	F	92	61	154	pre-tibia08	ant-post	1435,70	4,72

39-05	M	93	61	162	pre-tibia09	ant-post	3564,50	7,58
R29	M	84	63	171	pre-tibia10	ant-post	2729,50	8,74
R33	M	89	73	172	pre-tibia11	ant-post	3872,10	6,90
149-03	**	**	**	**	pre-tibia12	ant-post	1821,20	8,49
R34	M	75	86	176			**	**
116	M	74	55	167			**	**
45G	F	86	**	**		ant-post	1838,70	1,40
46G	F	81	55	162		ant-post	2600,00	1,84
46D	F	81	55	162		ant-post	2000,00	2,50
48G	M	58	53	178		ant-post	3500,00	2,30
48D	M	58	53	178		ant-post	3685,50	2,20
49G	M	79	62	168,5		ant-post	3600,00	2,74
49D	M	79	62	168,5		ant-post	3800,00	3,78
50G	M	88	63	163,5		ant-post	4000,00	7,28
50D	M	88	63	163,5		ant-post	3700,00	5,50
51G	M	72	64	162		ant-post	5180,00	10,36
51D	M	72	64	162		ant-post	5180,00	10,05
54G	M	**	63	171			**	**
54D	M	**	63	171			**	**
73G	M	73	61,5	175		ant-post	1320,00	7,78
73D	M	73	61,5	175		ant-post	1250,00	4,86
76G	F	86	61,5	158			**	**
76D	F	86	61,5	158			**	**
77G	M	84	68	188		ant-post	1050,00	3,40
77D	M	84	68	188		ant-post	1560,00	5,71
79G	M	70	78	176			**	**
79D	M	70	78	176		ant-post	1860,00	6,00
80G	M	75	70	170		ant-post	2580,00	11,42
80D	M	75	70	170		ant-post	3180,00	11,58
83G	F	83	53,3	160		ant-post	1160,00	6,88
83D	F	83	53,3	160		ant-post	1100,00	7,63
84G	M	94	57	163		ant-post	1670,00	8,42
85G	M	81	61	161		ant-post	920,00	5,08
85D	M	81	61	161		ant-post	1120,00	7,05
87G	M	84	54	165		ant-post	1380,00	11,38
88G	M	80	57	168		ant-post	1160,00	6,46
89G	M	85	68	174		ant-post	1470,00	8,00
90G	F	78	63	167		ant-post	1060,00	8,83
98G	**	54	64	174		ant-post	Courbes disponibles au format ISO mais données non exploitables car incomplètes : il y a seulement la phase de charge et pas celle de décharge. On ne peut donc être sûr des valeurs	
98D	**	54	64	174		ant-post		
100G	**	64	79	172		ant-post		
101G	**	54	93	183		ant-post		
101D	**	54	93	183		ant-post		
102G	**	78	66	167		ant-post		

102D	**	78	66	167	ant-post	de Fmax et de la flèche, surtout que pour la majorité, elles sont inférieures aux autres.
103G	**	78	60	162	ant-post	
103D	**	78	60	162	ant-post	
104G	**	69	70	178	ant-post	
104D	**	69	70	178	ant-post	
106G	**	86	46	154	ant-post	
106D	**	86	46	154	ant-post	
moyenne		80,22	61,67	167,51		2329,72 6,46
écart-type		10,22	6,60	7,95		1182,98 2,79
moyenne	71,05%	77,92	63,22	169,81	Hommes	
écart-type		10,50	6,28	7,37		
moyenne	26,32%	86,20	56,45	159,75	Femmes	
écart-type		5,95	4,66	3,90		
inconnus	2,63%					

Tableau 42 : Informations relatives à chaque tibias testés

Soit sur l'ensemble des os testés :

	sexe	âge	poids	taille	F _{max} (N)	d _{max} (mm)
moyenne		81,25	63,07	166,98	2316,89	7,24
écart-type		10,11	7,48	8,17	1100,05	2,86
moyenne	67,80%	78,92	64,88	169,70		
écart-type		10,39	7,12	6,93		
moyenne	28,81%	86,47	56,51	157,92		
écart-type		7,07	4,46	4,75		
inconnus	3,39%					

Tableau 43 : Données statistiques sur l'ensemble des os testés

II.3 QUELQUES GRAPHIQUES

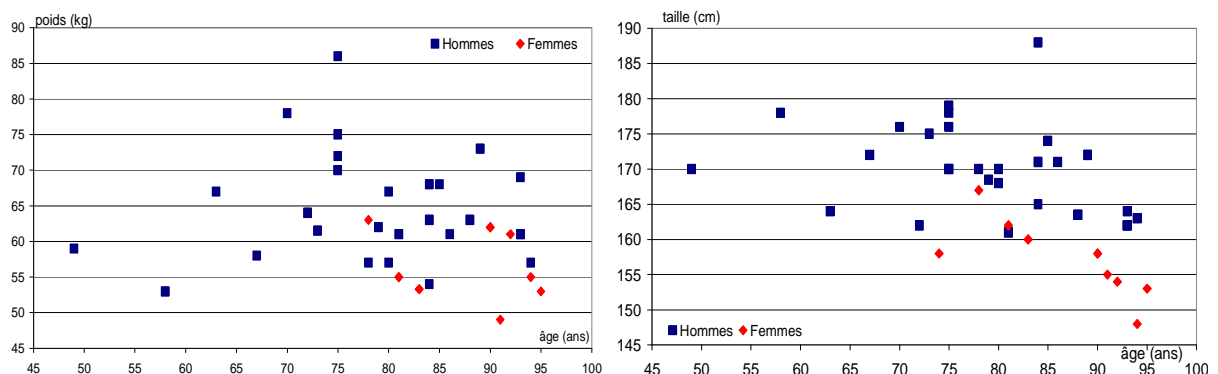


Figure 127 : Répartition du poids (à gauche) et de la taille (à droite) en fonction de l'âge et du sexe

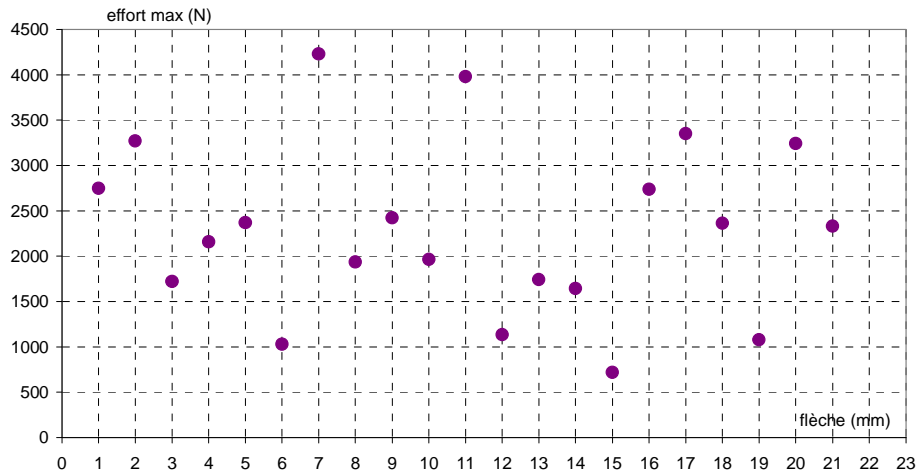


Figure 128 : Effort maximal en fonction de la flèche pour les fémurs

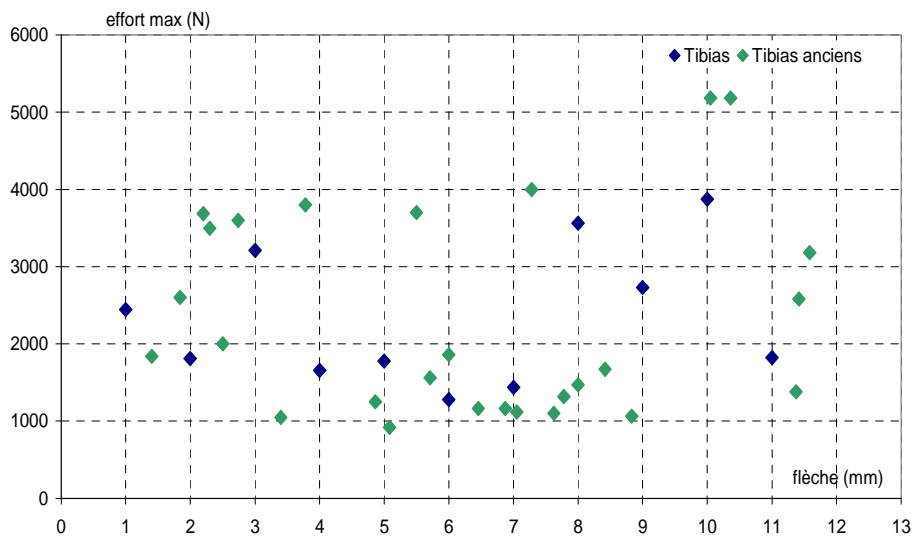


Figure 129 : Effort maximal en fonction de la flèche pour les tibias

III ANALYSE DES COURBES

Avant présenter les courbes, nous définissons l'Indice de Masse Corporelle qui est un des paramètres de comparaison utilisé dans notre analyse des courbes.

III.1 INDICE DE MASSE CORPORELLE (IMC)

III.1.1 DEFINITION DE L'IMC

L'indice de Masse Corporelle ou BMI – Body Mass Index ne peut être utilisé que pour les adultes (20 ans à 65 ans). Les femmes enceintes ou qui allaitent, les personnes gravement malades et les athlètes ne doivent pas s'y fier. S'il constitue un élément essentiel de l'analyse de l'obésité, il reste toutefois insuffisant comme seule mesure de composition corporelle puisqu'il ne tient pas compte de la masse musculaire, de l'ossature et de la répartition des graisses. (www.passeportsante.net, 2006)

Pour l'instant, un test unique est proposé aux hommes et aux femmes, bien que leur constitution soit différente. Aux États-Unis, les méthodes de calcul se raffinent et on propose déjà une formule différente selon le sexe.

III.1.2 CALCUL DE L'IMC

La définition standard utilisée par the Center for Disease Control (National Heart, Lung and Blood Institute, 1998) and World Health Organization (WHO, 1997) mesure l'IMC comme le rapport entre le poids (en kg) et la taille (en m) et du poids (en kg) d'un individu :

$$IMC = \frac{\text{poids}}{(\text{taille})^2}$$

III.1.3 REPARTITION DE L'IMC

A partir de l'IMC, une classification est établie permettant de définir si un individu est en surpoids ou non. Le diagramme suivant donne la répartition de l'IMC en fonction du poids et de la taille :

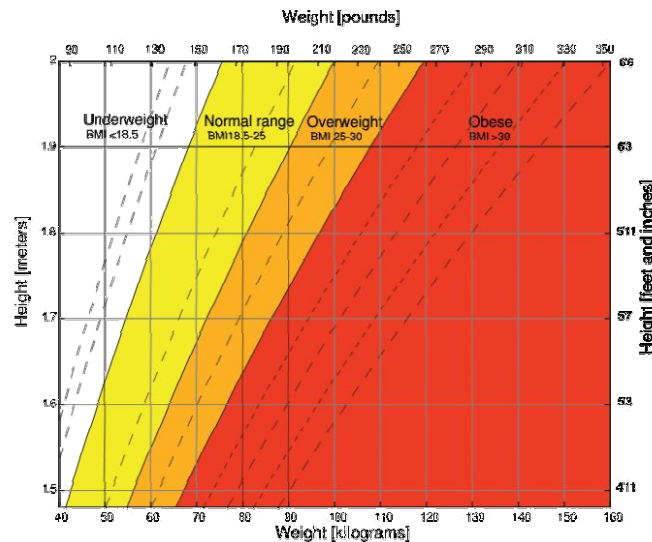


Figure 130 : répartition de l'IMC en fonction du poids et de la taille ([en.wikipedia.org/wiki, 2006](http://en.wikipedia.org/wiki/2006))

Cette classification évolue en fonction de l'âge et du sexe selon les graphiques suivants :

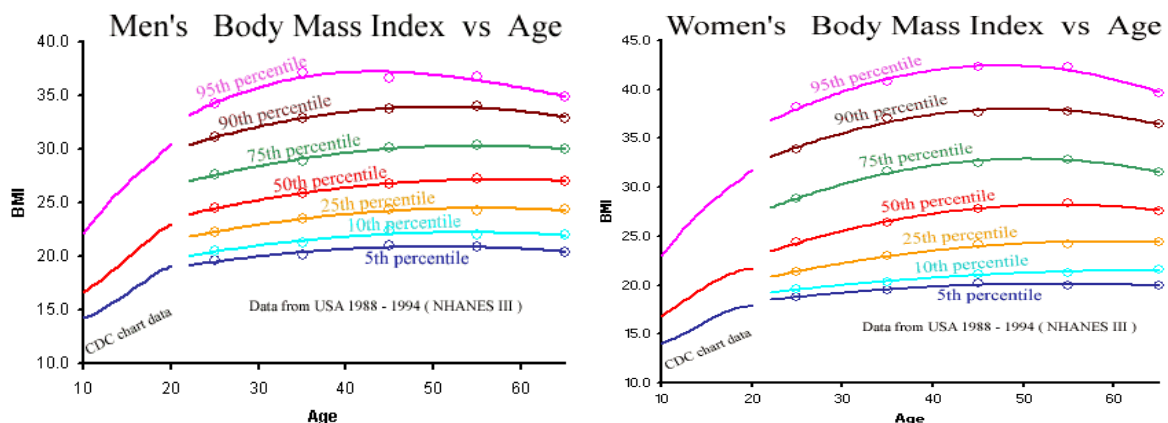


Figure 131 : répartition de l'IMC en fonction de l'âge pour les hommes à gauche et pour les femmes à droite (www.halls.md, 2006)

D'après ces graphiques, l'IMC moyen, correspondant au 50^{ème} percentile, augmente sensiblement avec l'âge. Cette augmentation est d'ailleurs plus prononcée chez la femme que chez l'homme

III.1.4 CORRELATION DE L'IMC AVEC CERTAINES MALADIES

Certaines études (www.betterhealth.vic.gov.au, 2006 et Korpelainen et al, 2006) montrent une corrélation entre l'IMC et certaines maladies. Bien que les liens ne soient pas encore clairement définis, les risques de maladies sont statistiquement plus importants pour les personnes en insuffisance ou surcharge pondérale. Les risques ne sont pas les mêmes, ainsi les personnes en surpoids seraient plus enclin à développer des maladies telles que :

- ✓ Maladies cardiovasculaires,
- ✓ Inflammation de la vésicule biliaire,
- ✓ Hypertension,
- ✓ Diabète,
- ✓ Ostéoarthrite,
- ✓ Certains cancers comme celui du colon ou du sein...

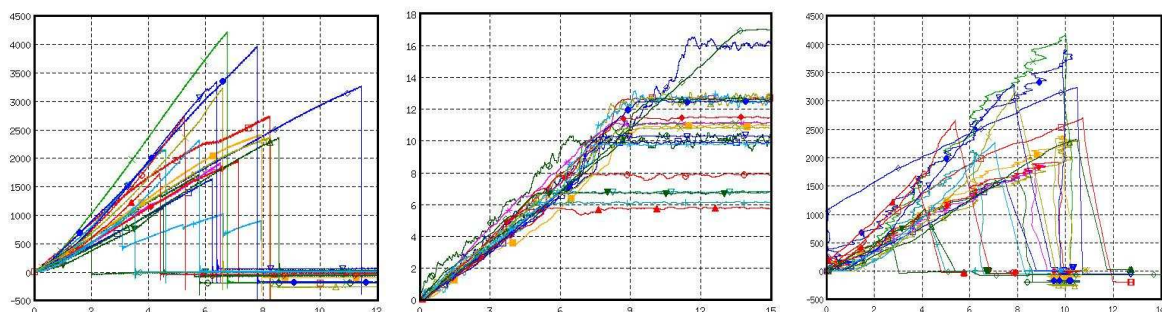
Par contre, les individus, considérés comme en étant en insuffisance pondérale, pourraient développer les pathologies suivantes :

- ✓ Insuffisance immunitaire,
- ✓ Maladie respiratoire,
- ✓ Maladie digestive,
- ✓ Cancers,
- ✓ Ostéoporose,
- ✓ Risques accrus de chutes et de fractures...

En conclusion, il pourrait donc être intéressant de vérifier la possible corrélation entre l'IMC des donneurs et la minéralisation de leurs fémurs et/ou tibias.

III.2 FEMURS : COURBES : $F(T)$, $D(T)$ ET $F(D)$

III.2.1 FEMURS : COURBES GENERALES



III.2.2 FEMURS : MINÉRALISATION

Référence Fémur	R33	R29	152-03	R35	162-03	155-03	140-02	151-04	73-05	151-04	R34	R43	R31	123
sexe	M	M	M	M	F	M	M	F	F	F	M	F	M	M
âge	89	84	75	75	95	86	63	79	97	79	75	79	80	67
poids (kg)	73	63	72	75	53	61	67				86	55	67	58
taille (cm)	172	171	179	178	153	171	164				176	142	170	172
Essais	femur01	femur02	femur03	femur04	femur05	femur06	femur07	femur08	femur09	femur10	femur11	femur12	femur13	femur14
direction impact	post-ant	post-ant	post-ant	post-ant	méd-lat	méd-lat	post-ant	méd-lat	méd-lat	méd-lat	méd-lat	méd-lat	méd-lat	méd-lat
force max (N)	2749,02	3271,2	1723,8	2158,2	2367,9	1028,9	4228,6	1933,7	2422,7	1963	3979,9	/	1133	1743,1
flèche (mm)	11,7852	10,6126	8,607	6,5519	9,8829	10,065	10,216	10,627	10,139	9,9998	9,7784	/	5,3942	4,7995
Minéralisation														
F1 longueur (mm)	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
F1 masse brute (g)	55,38	76,39	72,42	61,91	41,21	51,55	80,55	50,83	58,64	57,26	55,98	33,23	72,78	65,9
F1 diamètre (mm)	35	34	37	34	28	30	35	29	30	29	28	25	35	35
F1 volume (ml)	53	80	80	38	50	44	65	45	58	50	64	48	82	66
F1 masse cendres (g)	27,83	37,48	30,76	34,71	19,23	21,01	26,11	18,07	19,66	18,91	28,26	14,27	26,26	35,59
F1 % os (/)	0,5025	0,4906	0,4247	0,5607	0,4666	0,4076	0,3241	0,3555	0,3353	0,3302	0,5048	0,4294	0,3608	0,5401
F1 densité de cendres (g/cm3)	0,5251	0,4685	0,3845	0,9134	0,3846	0,4775	0,4017	0,4016	0,3390	0,3782	0,4416	0,2973	0,3202	0,5392
F3 longueur	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
F3 masse brute	53,9	52,16	49,46	75,89	33,13	60,24	45,89	42,93	36,41	36,41	56,69	35,96	52,32	55,54
F3 diamètre	31	32	30	34	27	29	31	28	27	27	32	25	31	31
F3 volume	58	44	40	46	32	45	50	26	20	20	41	32	52	46
F3 masse cendres	32,66	32,03	32,54	41,38	20,36	37,95	27,42	23,52	19,72	20,5	34,22	18,4	30,09	34,67
F3 % os	0,6059	0,6141	0,6579	0,5453	0,6145	0,6300	0,5975	0,5479	0,5416	0,5630	0,6036	0,5117	0,5751	0,6242
F3 densité de cendres	0,5631	0,7280	0,8135	0,8996	0,6363	0,8433	0,5484	0,9046	0,9860	1,0250	0,8346	0,5750	0,5787	0,7537

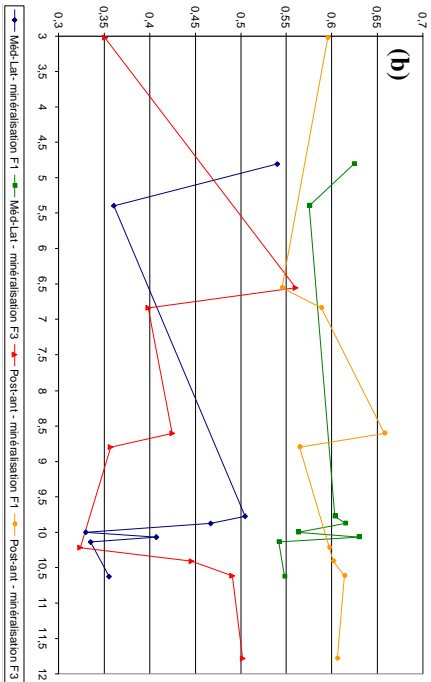
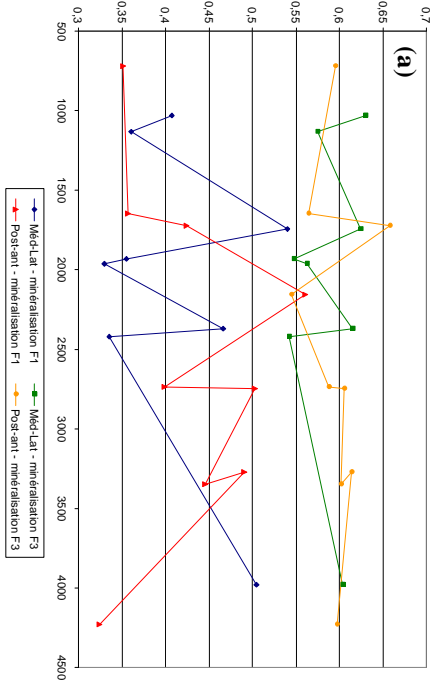
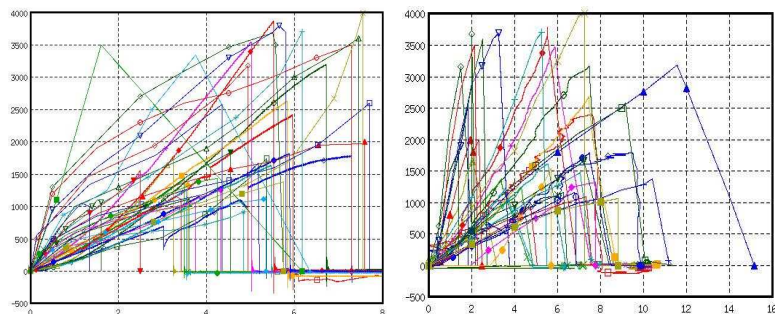


Tableau 44 : Minéralisation des fémurs

Figure 132 : Pourcentage d'os en fonction (a) de l'effort maximal et (b) de la flèche selon les directions d'impact

III.3 TIBIAS : COURBES : $F(T)$, $D(T)$ ET $F(D)$

III.3.1 TIBIAS : COURBES GENERALES



III.3.2 TIBIAS : ÂGE

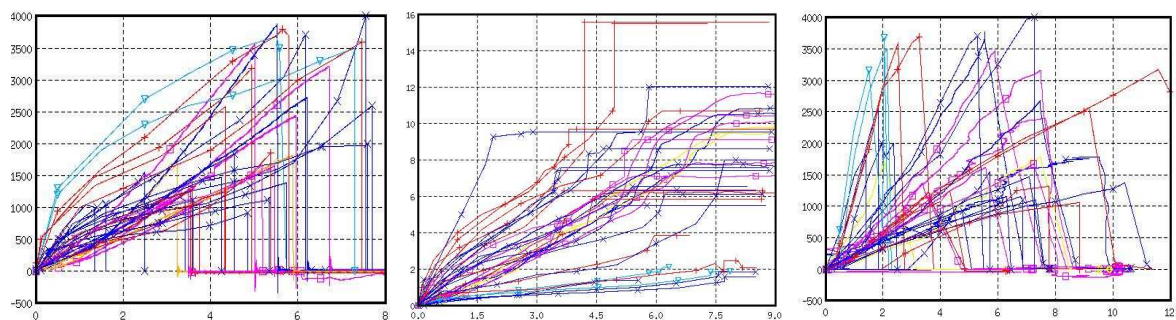


Figure 133 : en jaune âge inconnu, en bleu ciel 50-59 ans, en rouge 70-79 ans, en bleu 80-89 ans et en magenta 90-95 ans

III.3.3 TIBIAS : SEXE

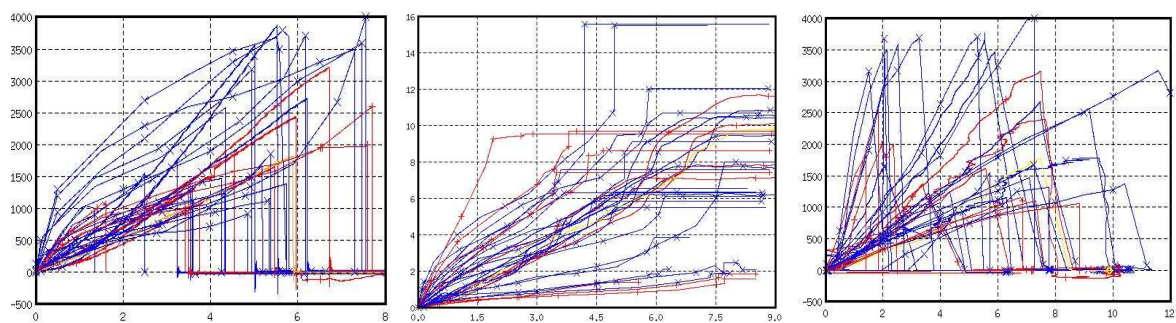


Figure 134 : en bleu les hommes, en rouge les femmes

Référence Tibias	73-05	88-01	151-04	100-03	99-03	80-05	109	18-05	39-05	45G	46G	46D	48G	48D
sexe	F	M	F	F	F	M	M	F	M	F	F	F	M	M
âge	97	49	79	91	90		78	92	93	86	81	81	58	58
poids (kg)	**	59	**	49	62	75	57	61	61	**	55	55	53	53
taille (cm)	**	170	**	155	158	162	170	154	162	**	162	162	178	178
Essais	tibia01	tibia02	tibia03	tibia04	tibia05	tibia06	tibia07	tibia08	tibia09					
direction impact	lat-med	lat-med	lat-med	post-ant	post-ant	post-ant	lat-med	ant-post	ant-post	ant-post	ant-post	ant-post	ant-post	ant-post
force max (N)	2445,8	1811,5	/	3213	1655,8	1776,8	1279,1	1435,7	3564,5	1838,7	2600	2000	3500	3685,5
flèche (mm)	8,0716	9,8792	/	6,1142	6,3985	3,1796	4,8575	4,7239	7,5818	1,4	1,84	2,5	2,3	2,2
Minéralisation														
T1 longueur (mm)	60	60	60	60	60	60	60	60	60	62,9	61,4	61,1	62,7	61,5
T1 diamètre (mm)	22	25	20	24	22	24	23	20	27	23,4	22,5	21,9	27,2	25,5
T1 masse brute (g)	25,97	24,59	26,43	25,89	15,76	36,52	34,42	22,54	33,48	29,68	34,05	30,14	44,79	43,14
T1 volume (ml)	40	28	32	50	19	34	36	23	54	25,5	23	18,5	31,5	27
T1 masse cendres (g)	13,62	9,82	12,97	11,72	11	18,93	10,09	10,09	18,3	13,74	18,47	16,64	19,18	19,99
T1 % os (/)	0,5245	0,3993	0,4907	0,4527	0,6980	0,5183	0,2931	0,4476	0,6778	0,4629	0,5424	0,5521	0,4282	0,4634
T1 densité de cendres (g/cm3)	0,3405	0,3507	0,4053	0,2344	0,5789	0,5568	0,2803	0,4387	0,3389	0,5388	0,8030	0,8995	0,6089	0,7404
T3 longueur	60	60	60	60	60	60	60	60	60	59,5	59,7	58,8	58,3	60,8
T3 diamètre	28	38	24	29	24	33	29	25	32	30,4	32	30,2	31,4	31,1
T3 masse brute	37,27	26,96	37,4	35,15	24,66	44,15	39,04	28,19	42,95	35,45	45,47	40,88	47,28	50,23
T3 volume	42	27	28	32	32	38	42	28	32	26,5	36	23	29	30
T3 masse cendres	21,78	13,49	20,06	14,65	7,45	23,45	24,9	14,07	23,19	18,5	25,31	22,64	26,09	27,53
T3 % os	0,7779	0,3550	0,8358	0,5052	0,3104	0,7106	0,8586	0,5628	0,7247	0,5219	0,5566	0,5538	0,5518	0,5481
T3 densité de cendres	0,5186	0,4996	0,7164	0,4578	0,2328	0,6171	0,5929	0,5025	0,7247	0,6981	0,7031	0,9843	0,8997	0,9177

Référence Tibias	51G	51D	54G	54D	76G	76D	73G	73D	77G	77D	79G	79D	80G	80G	83G	83D	84G
sexe	M	M	M	M	F	F	M	M	M	M	M	M	M	M	F	F	M
âge	72	72	**	**	86	86	73	73	84	84	70	70	75	75	83	83	94
poids (kg)	64	64	63	63	61,5	61,5	61,5	61,5	68	68	78	78	70	70	53,3	53,3	57
taille (cm)	162	162	171	171	158	158	175	175	188	188	176	176	170	170	160	160	163
Essais																	
direction impact	ant-post	ant-					ant-post	ant-post	ant-post	ant-post		ant-post	ant-post	ant-post	ant-post	ant-post	ant-post
force max (N)	5180	5180	**	**	**	**	1320	1250	1050	1560	**	1860	2580	3180	1160	1100	1670
flèche (mm)	10,36	10,05	**	**	**	**	7,78	4,86	3,4	5,71	**	6	11,42	11,583	6,875	7,625	8,416
Minéralisation																	
T1 longueur (mm)	60,1	59,2	59,3	59,4	60	57,5	61	63	59	61	62	64	60	60	61	60,3	60,5
T1 diamètre (mm)	24,2	22,9	24,1	25	21	22,3	24	22	27	26	27	26	25	26,6	19,2	20,3	24,6
T1 masse brute (g)	29,3	29,43	39,06	39,63	23,25	23,48	26,46	29,52	26,46	28,82	27,39	34,57	34,11	34,17	23,99	23,26	32,11
T1 volume (ml)	23	33	28	26	19	18	16	18	17	19	8	28	29	34	21	27	23
T1 masse cendres (g)	15,55	15,46	19,56	19,51	10,57	10,49	15,95	17,82	15,28	15,8	17,82	19	18,48	18,03	12,93	11,7	15,1
T1 % os (/)	0,5307	0,5253	0,5008	0,4923	0,4546	0,4468	0,6028	0,6037	0,5775	0,5482	0,6506	0,5496	0,5418	0,5277	0,5390	0,5030	0,4703
T1 densité de cendres (g/cm3)	0,6761	0,4685	0,6986	0,7504	0,5563	0,5828	0,9969	0,9900	0,8988	0,8316	2,2275	0,6786	0,6372	0,5303	0,6157	0,4333	0,6565
T3 longueur	58,2	60,2	60,9	**	60	52	61	63	59	59	61	59	60	61	62,5	59,8	61,1
T3 diamètre	29,8	31,5	33,4	**	28	24,5	28	28	33	32	36	35	34,5	35,5	28,2	28,8	33,4
T3 masse brute	37,41	40,02	42,8	**	29,7	25,42	33,39	35,71	36,23	35,71	56,91	46,34	45,16	50,67	35,63	33,31	46,26
T3 volume	22,5	46	27	**	25	17	17	22	22	21	48	35	34	38	26	30	34
T3 masse cendres	20,95	20,63	25,27	**	13,64	12,09	19,77	22,14	23,62	25	27,74	26,06	26,63	28,18	19,24	17,72	22,6
T3 % os	0,5600	0,5155	0,5904		0,4593	0,4756	0,5921	0,6200	0,6519	0,7001	0,4874	0,5624	0,5897	0,5561	0,5400	0,5320	0,4885
T3 densité de cendres	0,9311	0,4485	0,9359		0,5456	0,7112	1,1629	1,0064	1,0736	1,1905	0,5779	0,7446	0,7832	0,7416	0,7400	0,5907	0,6647

III.3.4 TIBIAS : MINÉRALISATION

Référence Tibias	85G	85D	87G	88G	89G	90G	98G	98D	100G	101G	101D	102G	102D	103G	103D	104G	104D	106G
sexe	M	M	M	M	M	F	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**
âge	81	81	84	80	85	78	54	54	64	54	54	78	78	78	78	69	69	86
poids (kg)	61	61	54	57	68	63	64	64	79	93	93	66	66	60	60	70	70	46
taille (cm)	161	161	165	168	174	167	174	174	172	183	183	167	167	162	162	178	178	154
Essais																		
direction impact	ant-post	ant-post	ant-post	ant-post	ant-post	ant-	Courbes disponibles au format ISO mais données non exploitables car incomplètes : il y a seulement la de charge et pas celle de décharge. On ne peut donc être sûr des valeurs de Fmax et de la flèche, sur la majorité, elles sont inférieures aux autres.											
force max (N)	920	1120	1380	1160	1470	1060												
flèche (mm)	5,083	7,05	11,375	6,458	8	8,83												
Minéralisation																		
T1 longueur (mm)	60	61	60,5	60	60	60	58,7	61,5	60,3	62	60	60,6	56	62,2	57,6	60,6	60,6	61,2
T1 diamètre (mm)	26	26	23	21,5	29	30	28,8	29,2	27	26,6	26,2	26	26	23	27,8	23	26,5	22,5
T1 masse brute (g)	31,08	31,53	25,68	25,34	24,27	32,09	23,49	30,77	36,96	38,03	37,03	33,29	32,45	22,71	22,7	30,77	28,94	21,22
T1 volume (ml)	29	24	20	18	25	30	30	20	33	33	33	31	27	14	16	22	20	19
T1 masse cendres (g)	12,83	13,77	13,2	13,55	12,24	9,85	11,04	10,61	20,79	16,68	15,46	19,32	14,8	11,85	11,09	15,72	14,82	9,49
T1 % os (/)	0,4128	0,4367	0,5140	0,5347	0,5043	0,3069	0,4700	0,3448	0,5625	0,4386	0,4175	0,5804	0,4561	0,5218	0,4885	0,5109	0,5121	0,4472
T1 densité de cendres (g/cm3)	0,4424	0,5738	0,6600	0,7528	0,4896	0,3283	0,3680	0,5305	0,6300	0,5055	0,4685	0,6232	0,5481	0,8464	0,6931	0,7145	0,7410	0,4995
T3 longueur	61	59,5	61,8	58,5	63	60,5	60,5	60,6	61,5	60,9	58,5	59,1	59,6	57	60,8	69,9	60,8	60
T3 diamètre	33	32	32	29,5	33	30	34,5	34,4	34,5	31,3	32,1	34	35	35,5	28	30,1	30,2	29,8
T3 masse brute	41,46	38,88	37,87	35,69	38,55	32,09	32,22	36,07	49,92	39,73	38,8	44,28	47,43	32,33	34,27	40,73	37,88	32,98
T3 volume	32	35	27	24	**	30	21	24	36	31	32	32	36	22	22	25	24	26
T3 masse cendres	18,74	16,81	20,07	19,83	20,63	14,29	17,42	16,66	28,09	20,95	20,09	21,5	21,1	15,12	16,69	23	21,11	11,85
T3 % os	0,4520	0,4324	0,5300	0,5556	0,5351	0,4453	0,5407	0,4619	0,5627	0,5273	0,5178	0,4855	0,4449	0,4677	0,4870	0,5647	0,5573	0,3593
T3 densité de cendres	0,5856	0,4803	0,7433	0,8263		0,4763	0,8295	0,6942	0,7803	0,6758	0,6278	0,6719	0,5861	0,6873	0,7586	0,9200	0,8796	0,4558

Tableau 45 : Minéralisation des tibias

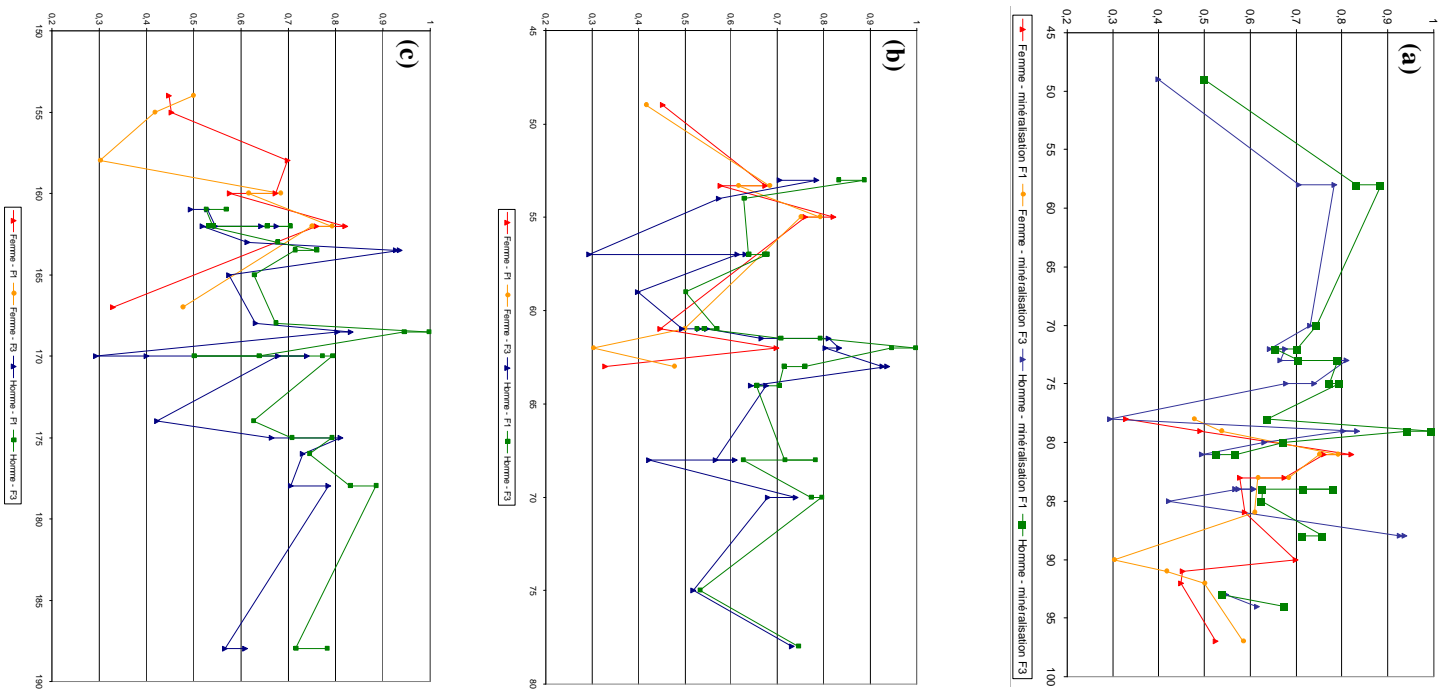
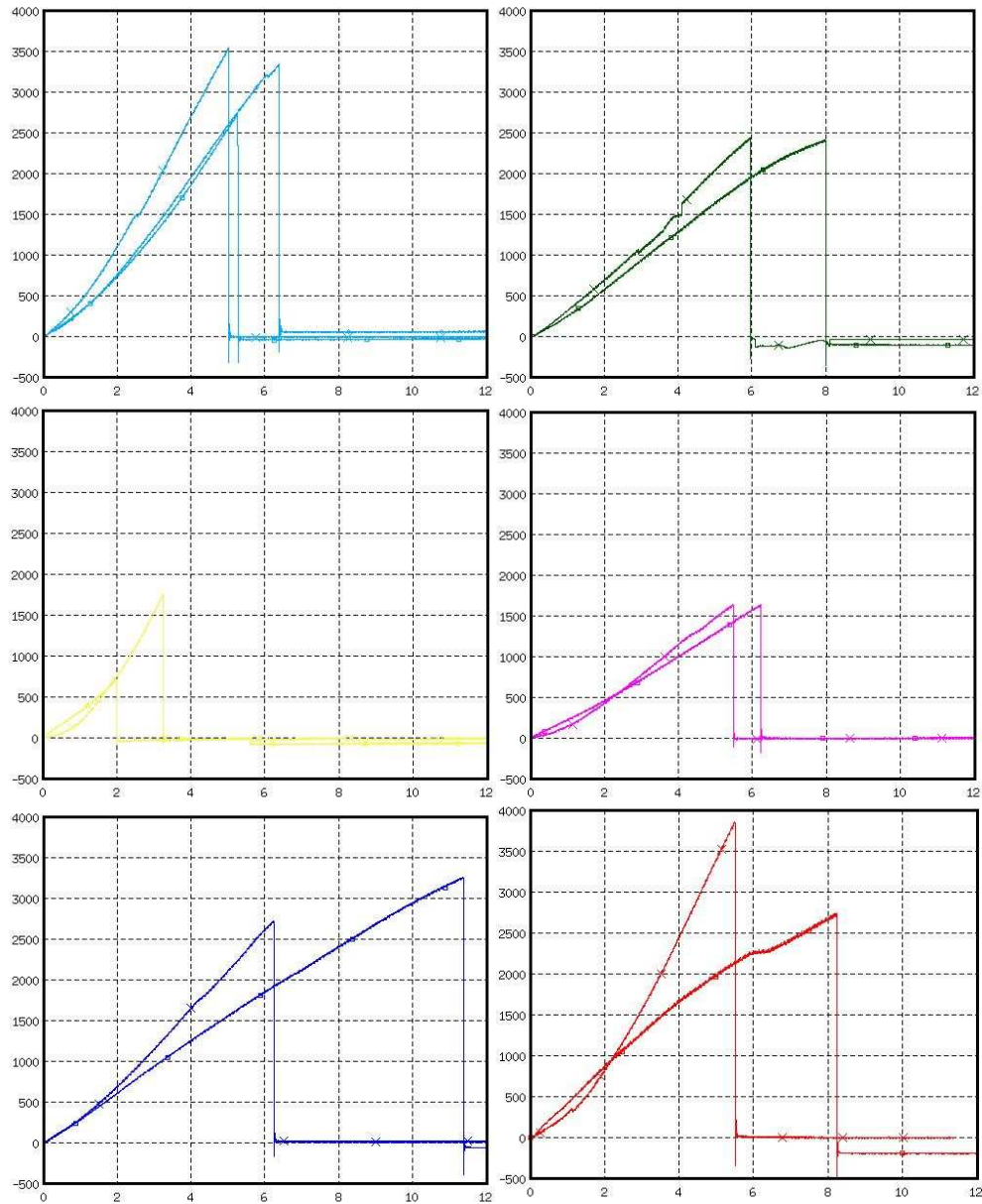


Figure 135 : Pourcentage d'os en fonction (a) de l'âge et du sexe et (b) du poids et (c) de la taille

III.4 ANALYSE DE COURBES : COMPARAISON ENTRE FEMURS ET TIBIAS D'UN MEME INDIVIDU

Les fémurs sont représentés par des courbes avec des carrés.



IV CINEMATIQUE DE LA FRACTURE

IV.1 PRINCIPES DE LA CLASSIFICATION DES FRACTURES D'OS LONGS

La classification se fait par codage alphanumérique et concerne aussi bien la localisation de la fracture que le diagnostic de la fracture. Ceci permet de définir les ensembles lésionnels ainsi que leurs subdivisions.

Pour nos essais, toutes les fractures ont lieu sur la diaphyse des fémurs et des tibias sauf pour le fémur 13 qui présente une fracture au niveau de la partie proximale. Notre but est de pouvoir définir le type de fractures rencontrées lors des essais de flexion : la classification ne nous intéressera que dans la mesure où elle donne une idée de la gravité de la lésion (cf. couleurs sur le graphique).

Voici, les figures (assemblées en une seule) qui nous ont permis de déterminer les types de fractures rencontrées :

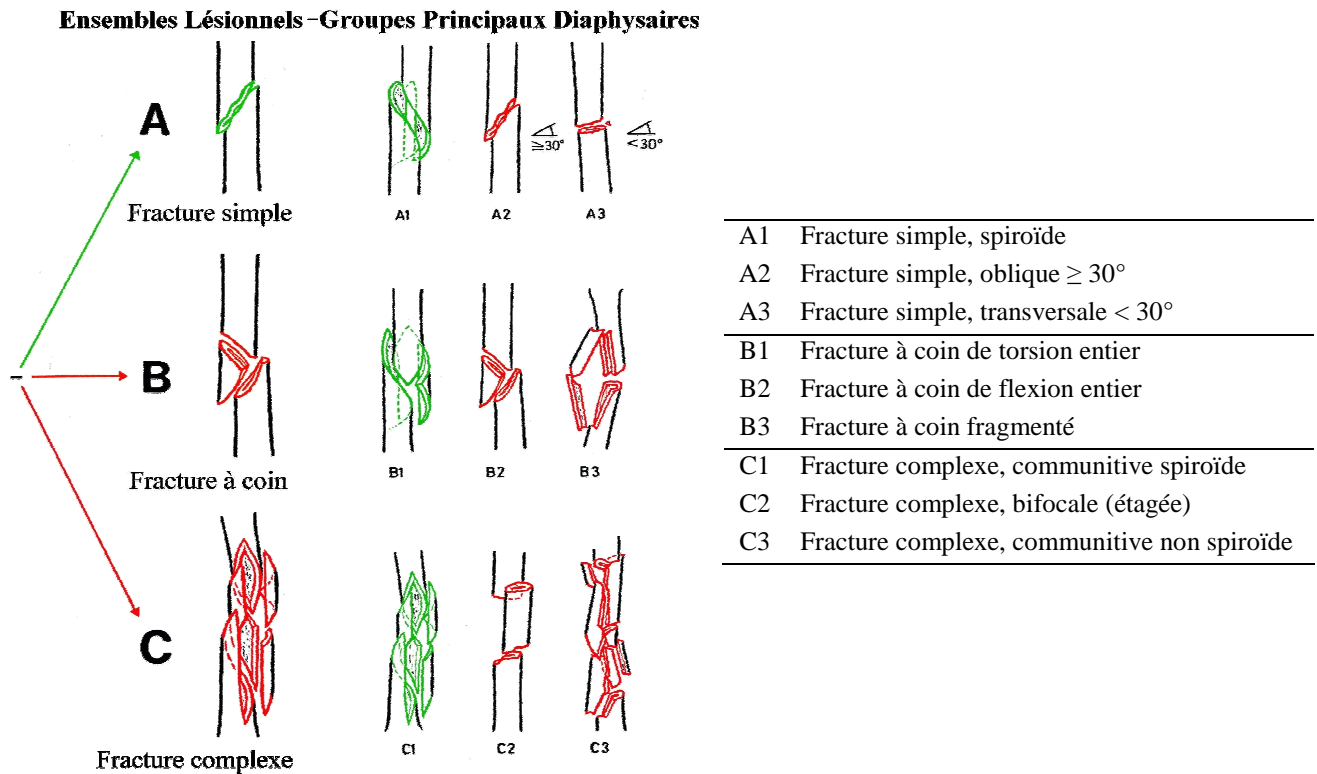


Figure 136 : Classification et désignation des différents types de fractures

RESUME

En biomécanique des chocs et en traumatologie virtuelle, l'étude des mécanismes lésionnels est essentielle pour évaluer les seuils de tolérance du corps humain. Dans ces domaines, la simulation numérique prend une place prépondérante grâce à des modèles éléments finis de plus en plus réalistes et précis. Cependant, leur mise en œuvre est complexe : les modèles actuels ne permettent pas de décrire les propriétés d'endommagement et de rupture des matériaux biologiques et limitent donc leurs champs d'utilisation pour la description des mécanismes de blessures. De plus, leur biofidélité concerne essentiellement la description géométrique et structurelle des différents organes et tissus.

L'objectif de ce travail porte donc sur l'amélioration de la description des mécanismes lésionnels des os et l'étude des possibilités de personnalisation des propriétés mécaniques pour rendre compte de la variabilité biologique.

Après avoir étudié les spécificités du comportement mécanique de l'os et un ensemble de lois de comportement, nous avons choisi un modèle d'endommagement le plus approprié. Cette loi a été validée d'un point de vue thermodynamique. Puis elle a été adaptée à une formulation éléments finis, pour être implémentée dans une plate-forme numérique de calcul dynamique explicite. Pour son adaptation, nous avons fait des choix scientifiques mais aussi des choix de « circonstance » imposés par la formulation spécifique des calculs dynamiques explicites.

Afin de rendre compte des différences interindividuelles, nous avons étudié l'influence de certains paramètres tels que la porosité, la minéralisation, l'âge ou le sexe, sur les propriétés mécaniques des os.

Nous avons également réalisé des essais de flexion d'os longs. Ces essais ont une double finalité : étudier l'influence des paramètres biologiques et expérimentaux sur le comportement de fémurs et de tibias, et évaluer la loi de comportement par la simulation de ces essais.

L'évaluation de la loi d'endommagement pour l'os a été effectuée à différentes échelles (simulations d'essais sur éprouvettes et des essais de flexion de fémurs). La loi donne des résultats tout à fait satisfaisants et propose un profil de rupture cohérent avec celui observé expérimentalement.

Mots-clés : biomécanique, éléments finis, loi de comportement, endommagement, os, essais expérimentaux, variabilité biologique.